

단원테스트 1차

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 $1, n$ 을 원소로 갖지 않는 집합의 개수가 8 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

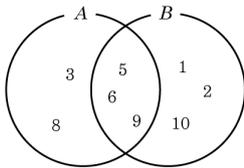
▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$2^{(1, n \text{ 을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

2. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에 속하는 원소들이다. 그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cap B = \{5, 6, 9\}$ 이다.
 $A \cap B$ 의 원소의 합은 $5 + 6 + 9 = 20$ 이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\{1\} \subset A$
- ㉡ $\{3, 4\} \not\subset A$
- ㉢ $\emptyset \subset A$
- ㉣ $\{\emptyset\} \not\subset A$
- ㉤ $\{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\} \subset A$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

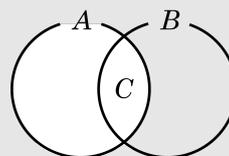
$$\omin� \{\emptyset\} \subset A$$

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{ 는 } 4 \text{ 의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 는 } 6 \text{ 의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{ 는 } 12 \text{ 의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$
- ② $A \subset C$
- ③ $B \subset C$
- ④ $B \subset A$
- ⑤ $C \subset B$

해설



$$A = \{4, 8, 12, \dots\}, B = \{6, 12, 18, \dots\}, C = \{12, 24, 36, \dots\}$$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$ 이다.

해설

- ② 반례: $A = \{1, 3\}, B = \{2, 4\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

6. 두 집합 $A = \{6, 9, 4\}, B = \{x-3, x-1, x+2\}$ 가 서로 같을 때, x 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x-3, x-1, x+2$ 의 크기를 비교해 보면 $x-3 < x-1 < x+2$ 이므로
 $A = B$ 이려면 $x-3 = 4, x-1 = 6, x+2 = 9$ 가 되어야 한다.
 따라서 $x = 7$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } \{1, 2, 4\} \text{의 부분집합}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① \emptyset ② $\{2, 4\}$ ③ $\{\emptyset\}$
- ④ $\{1, 2, 4\}$ ⑤ $\{\{1, 2\}\}$

해설

$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

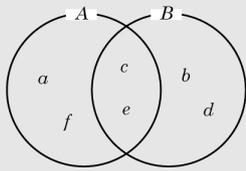
$A = \{2, 4, 6, 8\}$
 따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
 $\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4개

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, 집합 A 는?
[배점 4, 중중]

- ① $\{a, c, e\}$ ② $\{a, c, f\}$
- ③ $\{a, c, e, f\}$ ④ $\{a, b, c, f\}$
- ⑤ $\{a, b, e, f\}$

해설

$B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



그러므로 집합 A 는 $\{a, c, e, f\}$ 가 된다.

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분 집합 중에서 원소 1 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수는?
[배점 4, 중중]

- ① 8개 ② 12개 ③ 16개
- ④ 20개 ⑤ 24개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

원소 1 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 1, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-2} = 8$ (개)

원소 1 또는 6 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$16 + 16 - 8 = 24$ (개)

11. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\} = \{0\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ④ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$

해설

- ① \emptyset
- ③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 홀수}\}$

12. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은?

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $C = \{1, 3, 5, 15\}$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$

13. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은
 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$
 ② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$
 ③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
 ④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$
 ⑤ $n(A) = 0, n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 집합 A 의 원소가 \emptyset 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
 ③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
 ⑤ $A = \emptyset$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 \emptyset 하나 밖에 없다.

15. $A = \{5, 9, 12, 14\}$, $B = \{3, 5, a, a + 3\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

[배점 4, 중중]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $a = 9$ 이거나 $a + 3 = 9$ 이어야한다.
 i) $a = 9$ 일 때
 $B = \{3, 5, 9, 12\}$, 교집합의 원소 중 12는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.
 ii) $a + 3 = 9$ 즉, $a = 6$ 일 때
 $B = \{3, 5, 6, 9\}$
 따라서 원소들의 합은 23 이다.

16. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{4, 6, a + 1\}$, $A \cap B = \{4, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 28

해설

$A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 집합 B 는 반드시 4 와 8 을 포함해야 한다. 따라서 $a = 7$ 이다.

집합 A 또한 $A \cap B = \{4, 8\}$ 에 의하여 원소 4 와 8 을 반드시 포함하고, 원소 6 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.

$$\therefore A = \{1, 2, 3, 4, 8, 10\}$$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 10 = 28$$

17. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합은

$\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 의 6개이다.

19. 다음 중 집합의 원소가 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{0\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 3 \times x = -1 \text{인 자연수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 11 < x \leq 12 \text{인 자연수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{0\}$
② $\{1\}$
④ $\{12\}$
⑤ $\{1\}$

20. 다음 중 공집합인 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$