단원테스트 1차

1. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합 중에서 $1, n$ 을 원소로 갖지 않는 집합의 개수가 8 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

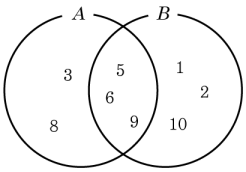
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^{(1,\ n\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$

2. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에 속하는 원소들이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cap B = \{5, 6, 9\}$ 이다.
$A \cap B$ 의 원소의 합은 $5 + 6 + 9 = 20$ 이다.

3. 집합 $A = \{1,\ 2,\ \{3,\ 4\},\ \varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\{1\} \subset A$

㉡ $\{3,\ 4\} \not\subset A$

㉢ $\varnothing \subset A$

㉣ $\{\varnothing\} \not\subset A$

㉤ $\{1,\ 2,\ \{3,\ 4\},\ \varnothing\} \subset A$

[배점 4, 중중]

① ㉠ ② ㉠,㉡

③ ㉠,㉢,㉤ ④ ㉠,㉡,㉢,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

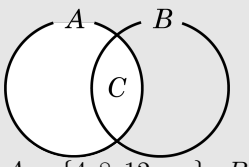
㉣ $\{\varnothing\} \subset A$

4. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 4의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 6의 배수$\}$,$C = \{x \mid x$는 12의 배수$\}$ 에 대하여 다음 중 A , B , C 사이의 포함 관계로 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $A \subset B$ ② $A \subset C$ ③ $B \subset C$

④ $B \subset A$ ⑤ $C \subset B$

해설



$A = \{4, 8, 12, \cdots\},\ B = \{6, 12, 18, \cdots\},$
$C = \{12, 24, 36, \cdots\}$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 4, 중중]

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 1$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1,\ 3\}$, $B = \{2,\ 4\}$
④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면 $n(A) = 5$ 이다.
⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 0$ 이다.

6. 두 집합 $A = \{6,\ 9,\ 4\}$, $B = \{x-3,\ x-1,\ x+2\}$ 가 서로 같을 때, x 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x-3,\ x-1,\ x+2$ 의 크기를 비교해 보면 $x-3 < x-1 < x+2$ 이므로
$A = B$이려면 $x-3 = 4,\ x-1 = 6,\ x+2 = 9$ 가 되어야 한다.
따라서 $x = 7$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x$는 $\{1,\ 2,\ 4\}$의 부분집합$\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 4, 중중]

① $\varnothing$ ② $\{2,\ 4\}$ ③ $\{\varnothing\}$
④ $\{1,\ 2,\ 4\}$ ⑤ $\{\{1,\ 2\}\}$

해설

$A = \{\varnothing,\ \{1\},\ \{2\},\ \{4\},\ \{1,\ 2\},\ \{1,\ 4\},\ \{2,\ 4\},\ \{1,\ 2,\ 4\}\}$

8. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
$\{2,\ 4,\ 6\}, \{2,\ 4,\ 8\}, \{2,\ 6,\ 8\}, \{4,\ 6,\ 8\}$ 4 개

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, 집합 A 는 ? [배점 4, 중중]

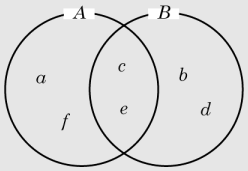
① $\{a, c, e\}$ ② $\{a, c, f\}$

③ $\{a, c, e, f\}$ ④ $\{a, b, c, f\}$

⑤ $\{a, b, e, f\}$

해설

$B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



그러므로 집합 A 는 $\{a, c, e, f\}$ 가 된다.

10. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 12의 약수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개

④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

원소 1 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 1, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-2} = 8$ (개)

원소 1 또는 6 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$16 + 16 - 8 = 24$ (개)

11. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $A = \{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\} = \{0\}$

② $A = \{x \mid x$는 자연수$\} = \{1, 2, 3 \cdots\}$

③ $\{2, 4, 6, 8, 10 \cdots\} = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$

④ $\{1, 2, 3, \cdots, 100\} = \{x \mid x$는 100 이하의 자연수$\}$

⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x$는 10 보다 큰 홀수$\}$

해설

① $\varnothing$

③ $\{x \mid x$는 짝수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10보다 크고 20보다 작은 홀수$\}$

12. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 15\text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은?

[배점 4, 중중]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$C = \{1, 3, 5, 15\}$

$\therefore\ n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$

13. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n\text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은

$2 + 5 + 8 + 11 = 26$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \varnothing$

⑤ $n(A) = 0$, $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 집합 A 의 원소가 $\varnothing$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.

③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $A = \varnothing$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 $\varnothing$ 하나 밖에 없다.

15. $A = \{5, 9, 12, 14\}$, $B = \{3, 5, a, a + 3\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

[배점 4, 중중]

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $a = 9$ 이거나 $a + 3 = 9$ 이어야한다.

i) $a = 9$ 일 때

$B = \{3, 5, 9, 12\}$,교집합의 원소 중 12 는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.

ii) $a + 3 = 9$ 즉, $a = 6$ 일 때

$B = \{3, 5, 6, 9\}$

따라서 원소들의 합은 23 이다.

16. 두 집합 A, B 에 대하여 $B=\{4,6,a+1\}$, $A\cap B=\{4,8\}$, $A\cup B=\{1,2,3,4,6,8,10\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$A\cap B=\{4,8\}$ 이므로 집합 B 는 반드시 4 와 8 을 포함해야 한다. 따라서 $a=7$ 이다.
집합 A 또한 $A\cap B=\{4,8\}$ 에 의하여 원소 4 와 8 을 반드시 포함하고, 원소 6 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.
$\therefore A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 8,\ 10\}$
$\therefore\ 1+2+3+4+8+10=28$

17. 집합 $A=\{x\mid x$는 20 이하의 홀수 $\}$의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7}=2^1=2$ (개)

18. 집합 $A=\{x\mid x$는 10 미만의 짝수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합은
$\{2,\ 4\}, \{2,\ 6\}, \{2,\ 8\}, \{4,\ 6\}, \{4,\ 8\}, \{6,\ 8\}$
의 6 개이다.

19. 다음 중 집합의 원소가 없는 것은? [배점 4, 중중]

① $\{0\}$
② $\{x\mid x$는 4의 약수 중 홀수$\}$
③ $\{x\mid x$는 $3\times x=-1$인 자연수$\}$
④ $\{x\mid x$는 $11<x\leq 12$인 자연수$\}$
⑤ $\{x\mid x$는 $x\leq 1$인 자연수$\}$

해설

① $\{0\}$
② $\{1\}$
④ $\{12\}$
⑤ $\{1\}$

20. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

① $\{x|x$는 분모가 7인 기약분수$\}$

② $\{x|x$는 9의 배수 중 짝수$\}$

③ $\{x|x$는 11 미만의 홀수$\}$

④ $\{x|1 < x \leq 2,\ x$는 자연수$\}$

⑤ $\{x|x$는 1보다 작은 자연수$\}$

해설

① $\left\{\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \cdots\right\}$

② $\{18,\ 36,\ 54,\ \cdots\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

④ $\{2\}$