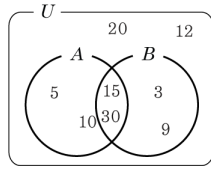


실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

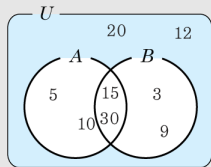


[배점 2, 하중]

- ① $n(U) = 8$ ② $n(A - B) = 2$
 ③ $n(B - A) = 2$ ④ $n((A \cup B)^c) = 3$
 ⑤ $n(A^c) = 4$

해설

④ $(A \cup B)^c$ 을 색칠하면 다음 부분과 같다.



$\therefore n((A \cup B)^c) = 2$

2. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

3. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.

이러한 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 2, 하중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27 - 3), (39 - 3)$ 을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

4. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 2, 하중]

- ① 작은 짝수의 모임
 ② 우리나라 광역시의 모임
 ③ 10보다 작은 자연수의 모임
 ④ 흥미로운 교과목의 모임
 ⑤ 우리나라에서 인구수가 많은 도시의 모임

해설

- ① '작은' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.
 ④ '흥미로운' 이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.
 ⑤ '많은' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

5. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개 : $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개 : $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.

- ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

6. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은? [배점 3, 하상]

① 14m

② 16m

③ 18m

④ 20m

⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$48 = x \times \square, 32 = x \times \triangle$$

x 는 48과 32의 최대공약수이므로

$$48 = 2^4 \times 3, 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \text{ (m)}$$

7. 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

① $110_{(2)} < 6$

② $1000_{(2)} > 9$

③ $1111_{(2)} < 13$

④ $10011_{(2)} > 18$

⑤ $10110_{(2)} = 20$

해설

$$\textcircled{1} 110_{(2)} = 6$$

$$\textcircled{2} 1000_{(2)} = 8 < 9$$

$$\textcircled{3} 1111_{(2)} = 15 > 13$$

$$\textcircled{4} 10011_{(2)} = 19 > 18$$

$$\textcircled{5} 10110_{(2)} = 22 > 20$$

8. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라. [배점 3, 하상]

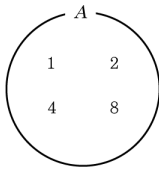
▶ 답 :

▶ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 $\therefore B$ 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

9. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

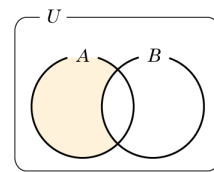
10. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{5, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 7\}$ ④ $\{1, 3, 5, 8\}$
 ⑤ $\{1, 3, 7, 8\}$

해설

$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\} - \{5, 9\} = \{1, 3, 7, 8\}$ 이다.

11. 다음 벤 다이어그램의 빗금 친 부분을 표현한 것으로 옳지 않은 것은?

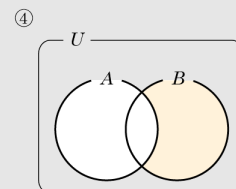


[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B^c$ ② $A - (A \cap B)$
 ③ $A - B$ ④ $(A \cup B) - A$
 ⑤ $B^c - A^c$

해설

④



12. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 한국 사람들의 모임
- ② 9 이하의 짝수의 모임
- ③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
- ④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
- ⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설

④ ‘조금’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$
- ② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$
- ③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$
- ④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$
- ⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$
 집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :
 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$
 집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :
 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로
 ⑤이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4 개인 부분집합 X 는
 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5 개이다.

15. 38 명의 학생 중에서 축구를 좋아하는 학생이 27 명, 농구를 좋아하는 학생이 19 명이다. 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생이 16명 일 때, 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11 명

해설

학생 전체를 전체집합 U , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 A , 농구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 B 라 하면, 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생들의 모임은 $A \cap B$ 이고, 축구만 좋아하는 학생들의 모임은 $A - B$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 - 16 = 11$

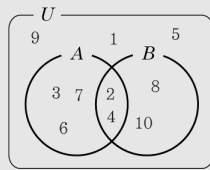
16. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B^C = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore A = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 이므로

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 10\} \text{ 이다.}$$

$$A = (A \cup B) - (B - A) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

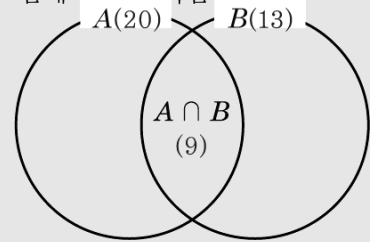
17. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리며 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.

18. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 31 개일 때, $n(A)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,

(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $31 + 1 = 32$ 개이며, $2^n = 32 \therefore n = 5$ 이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17, 19\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{이하의 자연수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

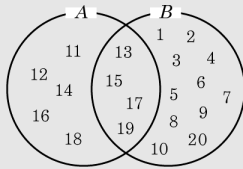
▶ 답 :

▶ 정답 : 15개

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17, 19\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 B 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15, 17, 19, 20\}$ 이 된다.

집합 B 의 원소의 개수는 15개이다.

21. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 28 ② 56 ③ 112

- ④ 128 ⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로

28의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로

56의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로

112의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

④ $128 = 2^7$ 이므로

128의 소인수의 집합은 $\{2\}$

⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로

196의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

20. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$