실력 확인 문제

1. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

[배점 2, 하중]

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개

④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

① $\sqrt{5} - 1 > 1$

② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$

④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$

⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$

$\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$\mathrm{A} = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $\mathrm{B} = \sqrt{17} - \sqrt{13}$

㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$\mathrm{A}^2 - \mathrm{B}^2$

$=$ ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$

$=$ ㉢ $(19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$

$=$ ㉣ $-2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$

㉤ $\therefore$ $\mathrm{A} < \mathrm{B}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$\mathrm{A} = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $\mathrm{B} = \sqrt{17} - \sqrt{13}$

A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$\mathrm{A}^2 - \mathrm{B}^2$

$= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$

$= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$

$= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$

$\therefore$ A > B

4. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{3^2}-\sqrt{(-5)^2}+\sqrt{2^2}=10$

② $\sqrt{(-2)^2}-(-\sqrt{3})^2-\sqrt{5^2}=0$

③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2}+\sqrt{\frac{9}{25}}-\sqrt{(\frac{6}{5})^2}=-\frac{1}{5}$

④ $\sqrt{2^2}\times\sqrt{(\frac{1}{2})^2}+\sqrt{(-\frac{1}{2})^2}=0$

⑤ $\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}-\sqrt{(-5)^2}=12$

해설

① $\sqrt{3^2}-\sqrt{(-5)^2}+\sqrt{2^2}=3-5+2=0$
② $\sqrt{(-2)^2}-(-\sqrt{3})^2-\sqrt{5^2}=2-3-5=-6$
③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2}+\sqrt{\frac{9}{25}}-\sqrt{(\frac{6}{5})^2}=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{6}{5}=-\frac{1}{5}$
④ $\sqrt{2^2}\times\sqrt{(\frac{1}{2})^2}+\sqrt{(-\frac{1}{2})^2}=2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$
⑤ $\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}-\sqrt{(-5)^2}=3+4-5=2$

5. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{4^2}-\sqrt{2^2}$

② $\sqrt{3^2}+\sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(-2)^2}$

④ $\sqrt{3^2}-\sqrt{(-2)^2}$

⑤ $\sqrt{25}+(-\sqrt{2})^2$

해설

① $\sqrt{4^2}-\sqrt{2^2}=4-2=2$
② $\sqrt{3^2}+\sqrt{2^2}=3+2=5$
③ $\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(-2)^2}=5-2=3$
④ $\sqrt{3^2}-\sqrt{(-2)^2}=3-2=1$
⑤ $\sqrt{25}+(-\sqrt{2})^2=5+2=7$
이므로 $\sqrt{25}+(-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

6. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{6}$cm ,$\sqrt{8}$cm 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

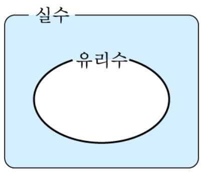
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{14}$ cm

해설

$(\sqrt{6})^2+(\sqrt{8})^2=6+8=14$
큰 정사각형의 한 변의 길이는 14의 양의 제곱근
따라서$\sqrt{14}$cm 이다.

7. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 고르면? (정답 2개)



[배점 3, 하상]

① $-\sqrt{0.16}$ ② $\sqrt{0.3}$ ③ $\sqrt{2}-1$

④ 1.27 ⑤ $-\sqrt{4}$

해설

색칠한 부분은 무리수이다.
$-\sqrt{0.16}=-0.4$, $-\sqrt{4}=-2$ 이므로 유리수이다.

8. 제곱근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

① 0 의 제곱근은 없다.

② -2 는 -4 의 음의 제곱근이다.

③ 7^2 과 $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 다르다.

④ 0 을 제외한 모든 자연수의 제곱근은 2 개이다.

⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ±4 이다.

해설

① 0 의 제곱근은 0 이다.
② -2 는 4 의 음의 제곱근이고, -4 의 제곱근은 없다.
③ 7^2 의 음의 제곱근은 -7 , $(-7)^2$ 음의 제곱근은 -7 이므로 같다.
⑤ $\sqrt{16}=4$ 의 제곱근은 ±2 이다

9. 집합 $A=\{x|2<\sqrt{x}\le 4,\ x\text{는 정수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$2=\sqrt{4}$, $4=\sqrt{16}$
$\sqrt{4}<\sqrt{x}\le\sqrt{16}$ 을 만족하는 정수 x 는
$x=5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14, 15,\ 16$

10. $\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

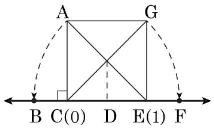
④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$ 이므로
$\left|3-2\sqrt{2}\right|-\left|2\sqrt{2}-3\right|$
$=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3=0$

11. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $\overline{AC} = \overline{EG} = 1$, $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{CG} = \overline{CF}$)



[배점 3, 하상]

① 선분 AE 의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

② 점 B 의 좌표는 $B(-\sqrt{3})$ 이다.

③ 점 D 의 좌표는 $D\left(\frac{1}{2}\right)$ 이다.

④ 점 F 의 좌표는 $F(\sqrt{2})$ 이다.

⑤ 선분 BF 의 길이는 $2\sqrt{2}-1$ 이다.

해설

① 한 변이 1 인 정사각형의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
② E(1) 이고 $\overline{BE} = \overline{AE} = \sqrt{2}$ 이므로 $B(1-\sqrt{2})$
③ 점 D 는 $\overline{CE}$의 중점이므로 $D\left(\frac{1}{2}\right)$
④ $\overline{CG} = \sqrt{2}$이므로 $\overline{CG} = \overline{CF}$ $\therefore$ $F(\sqrt{2})$
⑤ $F(\sqrt{2}), B(1-\sqrt{2})$ 이므로 $\overline{BF} = \sqrt{2}-(1-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}-1$ (두 점 $A(a)$, $B(b)$ 사이의 거리$= |b-a|$)

12. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$

13. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
$\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
$a = 21 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
$21 \times 4 = 84$, $21 \times 9 = 189$, $\ldots$
$21 \times 25 = 525$, $21 \times 36 = 756$
$\therefore$ $756 - 189 = 567$

14. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

① 0 ② $-2a-4$ ③ -4

④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0\text{일 때,} & a \\ a < 0\text{일 때,} & -a \end{cases} \text{ 이므로}$$
$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a+2-a-2 = -2a$

15. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

−5	15	16	0	25
−10	−0.3	3	8	11
−1	6	−6	0.1	−4
7	10	2	0.3	9
−7	−10	−13	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

−5	15	16	0	25
−10	−0.3	3	8	11
−1	6	−6	0.1	−4
7	10	2	0.3	9
−7	−10	−13	5	12

16. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 <u>없는</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.81}$　㉡ $\sqrt{0.1}$　㉢ $\sqrt{121}$
㉣ $\sqrt{13}$　㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.81}$은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9 이다.
㉡ $\sqrt{0.1}$는 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉢ $\sqrt{121}$은 121 의 양의 제곱근이므로 11 이다.
㉣ $\sqrt{13}$는 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$는 $\frac{4}{25}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{5}$ 이다.

17. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$ 이고,
x는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
$x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

18. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① 무한소수는 모두 무리수이다.

② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \dfrac{11}{99} = \dfrac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.
③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

19. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$\sqrt{12},\ -3,\ \dfrac{1}{2},\ \sqrt{4},\ 0.1\dot{3},\ 6.2345235\cdots$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4 개

해설

-3 , $\dfrac{1}{2}$, $\sqrt{4} = 2$, $0.1\dot{3} = \dfrac{13}{99}$

20. $\sqrt{30} < x < \sqrt{50}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 6
▷ 정답 : 7

해설

$6 = \sqrt{36}$, $7 = \sqrt{49}$

21. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 정의는? [배점 4, 중중]

① $\dfrac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수

② $\dfrac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 있는 수

③ $\dfrac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수

④ $\dfrac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수

⑤ $\dfrac{b}{a}$ $(b \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\dfrac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수이다.

22. X, Y 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수를 각각 x, y 라고 할 때, $\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 될 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{7}{36}$

해설

$\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 되기 위해서

$x-y=1$ 또는 $x-y=4$ 이어야 한다.

(ⅰ) $x-y=1$ 인 경우 순서쌍

$(x,\ y)$ 는 $(6,\ 5)$, $(5,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(2,\ 1)$

(ⅱ) $x-y=4$ 인 경우 순서쌍 $(x,\ y)$ 는 $(6,\ 2)$, $(5,\ 1)$ 이다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ) 에서 구하는 확률은 $\dfrac{7}{6\times6}=\dfrac{7}{36}$ 이다.

23. 부등식 $\sqrt{5}<2x-1<\sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(\sqrt{5}+1)\div2<x<(\sqrt{27}+1)\div2$

$1.\times\times\times<x<3.\times\times\times$

$\therefore x=2,3$

24. $\sqrt{\dfrac{400x}{12}}$ 가 자연수일 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{\dfrac{400x}{12}}=10\sqrt{\dfrac{x}{3}}$

따라서 $x=3$ 이다.

25. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

② $\sqrt{(-3)^2}$

③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

해설

① $\sqrt{2^2}=2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 $=-\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

③-5

④-6

⑤$-\sqrt{49}=-7$