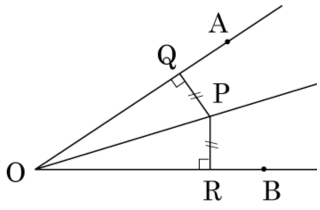
확인학습문제

1. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{PR}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 2, 하중]

① $\triangle QPO = \triangle RPO$ ② $\overline{QO} = \overline{OR}$

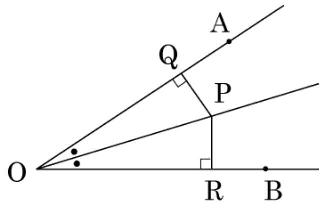
③ $\overline{QO} = \overline{OP}$ ④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle POR$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{PR}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{OP}$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle OQP = \angle ORP$

㉡ $\angle AOP = \angle BOP$

㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$

㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$

㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

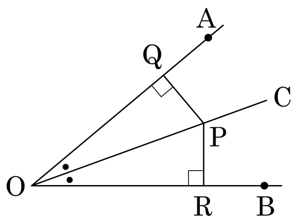
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{OP}$ 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \equiv \triangle POR$ 이다.
$\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

3. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 하상]

① $\angle POQ = \angle POR$ ② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$ ④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것 이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90°$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
i)$\overline{OP}$ 는 공통
ii)$\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정)
iii)$\angle QOP = \angle ROP$ (가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

4. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정]$\angle AOP =$ (㉠),
$\angle PAO = \angle PBO = 90°$
[결론] (㉡)= (㉢)
[증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
$\angle AOP =$ (㉠) ⋯ ⓐ
(㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
$\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
(㉡)= (㉢)

[배점 3, 하상]

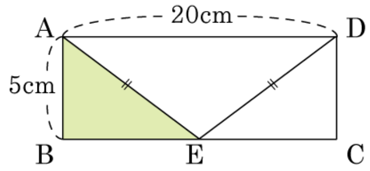
① ㉠$\angle BOP$ ② ㉡$\overline{PA}$ ③ ㉢$\overline{PB}$

④ ㉣$\overline{OP}$ ⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, △ABE 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

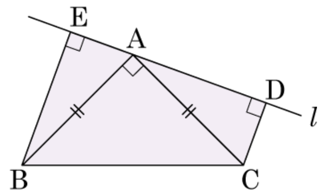
△ABE 와 △DCE 에서 ∠ABC = ∠DCE = 90°

$\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

∴ △ABE ≡ △DCE (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

∴ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

6. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 내린 수선의 발을 E, D 라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, $\overline{ED}$ 를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

△BAE 와 △ACD 에서

①$\overline{AB} = \overline{AC}$

②∠AEB = ∠ADC = 90°

③∠EAB + ∠CAD = 90° 이므로

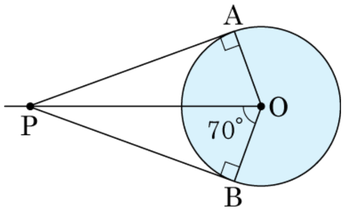
∠EAB = ∠ACD

따라서 ①, ②, ③에 의해서 △BAE ≡ △ACD

$\overline{BE} = \overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = \overline{AE} = 1$ 이 성립하므로

$\overline{ED} = 5$

7. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?



[배점 3, 하상]

① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$

④ $90°$ ⑤ $140°$

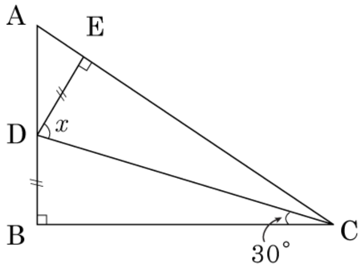
해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)이므로

$\angle POA = 70°$

$\therefore\ \angle APB = 40°$

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발이 E이고 $\overline{BD} = \overline{ED}$일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

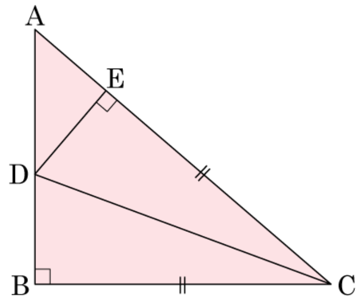
▷ 정답 : $60°$

해설

$\triangle CDB$와 삼각형 $\triangle CDE$는 RHS 합동이다.

$\angle x = \angle CDB$ 이므로 $\angle x = 60°$

9. $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)을 증명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$

㉡ $\angle DBC = \angle DEC$

㉢ $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$

㉣ $\overline{DB} = \overline{DE}$

㉤ $\angle DAE = \angle BDC$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.

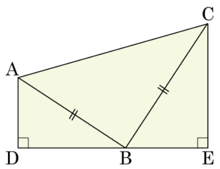
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$이다.

빗변의 길이 $\overline{CD}$는 공통된 변으로 같다.

$\overline{BC} = \overline{EC}$이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.

따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동) 라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

10. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AD} = \overline{BE}$

㉡ $\angle ABD = \angle BAC$

㉢ $\angle DAB = \angle CBE$

㉣ $\angle BAD + \angle BCE = 90°$

㉤ $\overline{AC} = \overline{CE}$

㉥ $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$

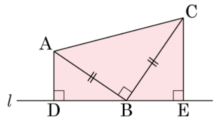
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉤

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고, $\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
㉡. $\angle ABD = \angle BCE$
㉤. $\overline{BD} = \overline{CE}$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.



가정) $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ADB = \angle BEC = 90°$
결론) $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$
증명) $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle ADB = \boxed{} = \boxed{}$ (가정) $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \boxed{}$ (가정) $\cdots$ ㉡
$\angle ABC = \boxed{}$ (가정) 이므로
$\angle ABD + \angle CBE = \boxed{}$
또, $\triangle ADB$ 에서 $\angle ABD + \angle BAD = \boxed{}$
$\therefore$ $\angle BAD = \boxed{}$ $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ ($\boxed{}$ 합동)

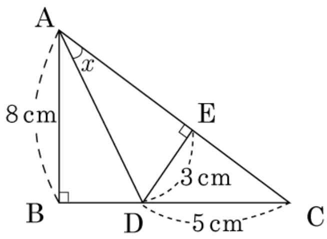
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: $\angle BEC$
▷ 정답: $90°$
▷ 정답: $\overline{CB}$
▷ 정답: $90°$
▷ 정답: $90°$
▷ 정답: $90°$
▷ 정답: $\angle CBE$
▷ 정답: $\angle RHA$

해설

가정)
$\angle B = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ADB = \angle BEC = 90°$

12. 다음 그림과 같이 직각 이등변삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{DE}=3\,\text{cm}$일 때, $\angle DAE$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $22.5\,°$

해설

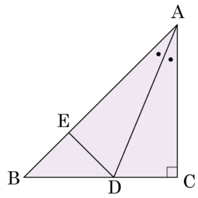
$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=\overline{AB}-\overline{CD}=8-5=3(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{DE}$이므로, $\triangle ADB\equiv\triangle ADE$이다.

$\therefore\ \angle DAB=\angle DAE$이고 $\triangle ABC$는 직각 이등변삼각형이므로 $\angle BAC=45\,°$이다.

$\therefore \angle x=45\,°\times\dfrac{1}{2}=22.5\,°$ 이다.

13. $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

① $\overline{BD}=\overline{CD}$

② $\triangle ADC\equiv\triangle ADE$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AB}$

④ $\angle ADE=67.5°$

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$(RHA합동)

$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로

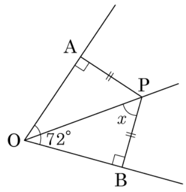
$\overline{EB}=\overline{ED}$ 이고 $\triangle AED\equiv\triangle ACD$(RHA합동)이므로 $\overline{CD}=\overline{ED}$

따라서 $\overline{EB}=\overline{ED}=\overline{CD}$ 이다.

$\therefore \angle ADE=180°-(90°+22.5°)=67.5°$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{AB}$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

① 50° ② 52° ③ 54°

④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90°$ ($\because$가정)

ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$ ($\because$가정)

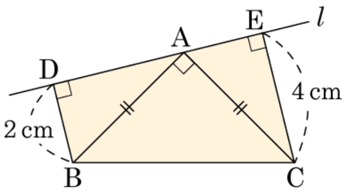
iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$\angle AOP = \angle BOP = 36°$

$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$

15. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 2\text{cm}$, $\overline{CE} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\,\text{cm}^2$

해설

$\angle EAC = \angle a$ 라 하면, $\angle ECA = 90° - \angle a$,

$\angle DAB = 180° - (\angle BAC + \angle CAE)$

$= 180° - (90° + \angle a) = 90° - \angle a$

$\therefore \angle ECA = \angle DAB$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서

i) $\overline{BA} = \overline{CA}$ (가정)

ii) $\angle BDA = \angle AEC = 90°$ (가정)

iii) $\angle ECA = \angle DAB$

i), ii), iii) 에 의해

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대응변의 길이는 같으므로

$\overline{DB} = \overline{EA} = 2\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 4\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD$ 의 넓이 $= (2 \times 4) \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm}^2)$