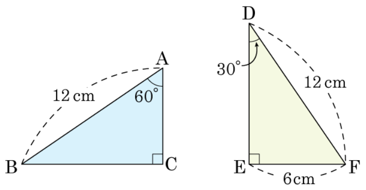
확인학습문제

1. 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

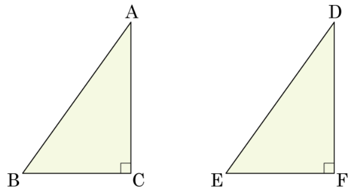
▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 같으므로 두 삼각형은 RHA 합동이다.
합동이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 가 된다. $\overline{\mathrm{AC}} = 6\mathrm{cm}$

2. 다음 그림의 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동이 되는 경우를 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DE}},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}}$

㉡ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}}$

㉢ $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EF}},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}}$

㉣ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DE}},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{E}$

㉤ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{E}$

㉥ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DE}},\ \angle\mathrm{C} = \angle\mathrm{F}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

삼각형이 합동이 될 조건 SAS, ASA
직각삼각형이 합동이 될 조건 RHA, RHS
㉠ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DE}},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}} \Rightarrow$ RHS 합동
㉡ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}} \Rightarrow$ ASA 합동
㉢ $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EF}},\ \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DF}} \Rightarrow$ SAS 합동
㉣ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DE}},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{E} \Rightarrow$ RHA 합동

3. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

> [가정]$\angle AOP = ($ ㉠ $)$,
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP = ($ ㉠ $) \cdots$ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90° \cdots$ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> (㉡)= (㉢)

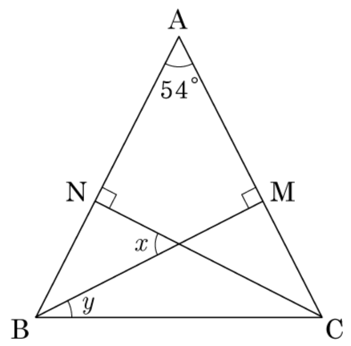
[배점 3, 하상]

① ㉠$\angle BOP$ ② ㉡$\overline{PA}$ ③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$ ⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 54°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



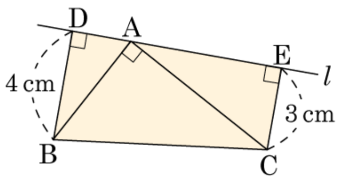
[배점 3, 하상]

① 81° ② 82° ③ 86°
④ 88° ⑤ 90°

해설

$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$(RHA 합동)
$\triangle BMC$ 에서, $\angle MCB = 63°$, $y = 27°$,
$\angle MCN = 63° - 27° = 36°$ $\therefore x = 180° - (36° + 90°) = 54°$
따라서 $\angle x + \angle y = 54° + 27° = 81°$ 이다.

5. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 그은 것이다. $\overline{DE}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 4cm ② 5cm ③ 6cm

④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고

$\triangle ABD$ 에서 $\angle DBA + \angle BAD = 90°$ 이고

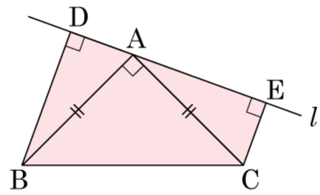
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$ 이므로 $\angle DBA = \angle CAE$

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{DA} = \overline{EC}$ 이므로

$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 이 있다. B 와 C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면, $\overline{BD} = 5, \overline{DE} = 8$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle AEC$ 에서

① $\angle ADB = \angle AEC = 90°$

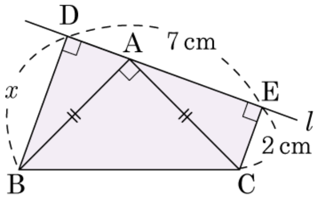
② $\overline{AB} = \overline{AC}$

③ $\angle DAB = \angle ACE$ ($\because \angle DAB + \angle EAC = 90°$)

$\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ 이므로

$\overline{CE}$ 의 길이는 $\overline{DE} - \overline{BD} = 3$이 성립한다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE}=2\text{cm}$, $\overline{DE}=7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 4cm ② 5cm ③ 6cm

④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서

$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{AB}=\overline{AC}\cdots$ ㉡

$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢

$(\because\ \angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°)$

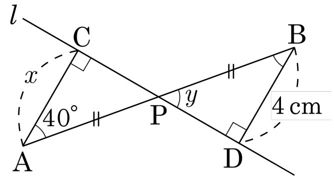
㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)

$\overline{AD}=\overline{CE}=2(\text{cm}), \overline{AE}=\overline{BD}$ 이므로

$\overline{BD}=\overline{AE}=7-\overline{AD}=5(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB}=4\text{cm}$, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 3, 하상]

① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서

① $\angle PCA = \angle PDB = 90°$

② $\overline{PA}=\overline{PB}$

③ $\angle CPA = \angle DPB = y°$

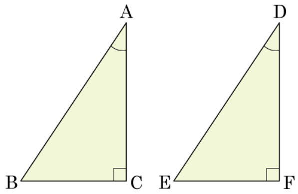
이므로 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)

삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$y = 180-40-90 = 50$,

$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

9. 다음은 [빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동] 임을 증명하는 과정이다.



> [가정] $\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서
> $\angle C = \angle F = 90°$
> $\overline{AB} = \overline{DE}$
> $\angle A = \angle D$
> [결론] $\boxed{①}$
> [증명] $\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서
> $\angle C = \angle F = 90° \cdots$ ㉮
> $\angle A = \boxed{②} \cdots$ ㉯
> $\angle B = \boxed{③} \cdots$ ㉰
> $\overline{AB} = \boxed{④} \cdots$ ㉱
> ㉯, ㉰, ㉱로부터
> $\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ($\boxed{⑤}$ 합동)

① ~ ⑤까지 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

① $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ② $\angle D$

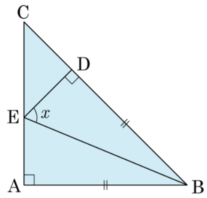
③ $\angle C$ ④ $\overline{DE}$

⑤ ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서
$\angle C = \angle F = 90°$
$\overline{AB} = \overline{DE}$
$\angle A = \angle D$
[결론] $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
[증명] $\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서
$\angle C = \angle F = 90° \cdots$ ㉮
$\angle A = \angle D \cdots$ ㉯
$B = \angle E \cdots$ ㉰
$\overline{AB} = \overline{DE} \cdots$ ㉱
㉯, ㉰, ㉱로부터 $\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동)

10. 다음 그림과 같이 $A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

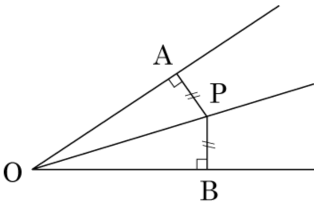
① 60° ② 62.5° ③ 65°

④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.
$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$
$\triangle DBE$ 에서
$\therefore \ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

11. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 않은 것은?



(증명)
$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ① $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고,
② $\overline{PA} = \overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (③ RHA 합동)이다.
그러므로 ④ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ⑤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

[배점 3, 중하]

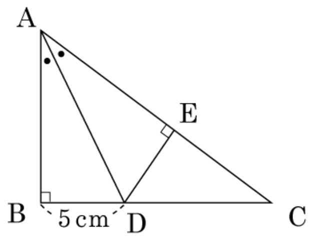
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ① $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고, ② $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (③ RHA 합동 ⇒ RHS 합동)이다. 그러므로 ④ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ⑤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이라고 하고, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 한다. $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

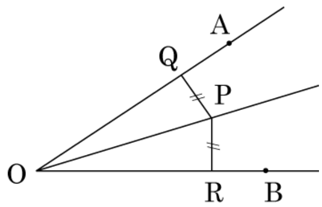
▶ 답 :

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{BD} = \overline{DE}$
$\angle ACB = 45°$이므로 $\angle EDC = 45°$
$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

① $\overline{OQ} = \overline{OR}$

② $\angle OPQ = \angle OPR$

③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

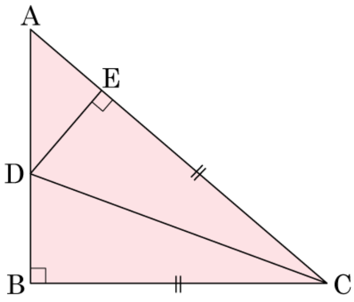
④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

14. $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)을 증명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$

㉡ $\angle DBC = \angle DEC$

㉢ $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$

㉣ $\overline{DB} = \overline{DE}$

㉤ $\angle DAE = \angle BDC$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

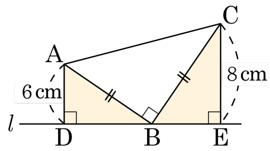
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$이다.
빗변의 길이 $\overline{CD}$는 공통된 변으로 같다.
$\overline{BC} = \overline{EC}$이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동) 라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

15. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

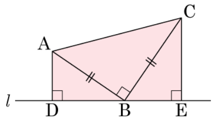
▶ 답 :

▷ 정답 : $48\,\text{cm}^2$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고, $\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{AD} = \overline{BE}$, $\overline{DB} = \overline{CE}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2 배를 하면 된다.
$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.



> 가정) $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ADB = \angle BEC = 90°$
> 결론) $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$
> 증명) $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
> $\angle ADB = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$ (가정) $\cdots$ ㉠
> $\overline{AB} = \boxed{\quad}$ (가정) $\cdots$ ㉡
> $\angle ABC = \boxed{\quad}$ (가정) 이므로
> $\angle ABD + \angle CBE = \boxed{\quad}$
> 또, $\triangle ADB$ 에서 $\angle ABD + \angle BAD = \boxed{\quad}$
> $\therefore$ $\angle BAD = \boxed{\quad}$ $\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의하여
> $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ ($\boxed{\quad}$ 합동)

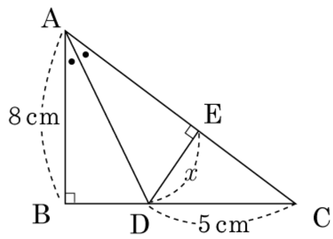
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $\angle BEC$
▷ 정답 : $90°$
▷ 정답 : $\overline{CB}$
▷ 정답 : $90°$
▷ 정답 : $90°$
▷ 정답 : $90°$
▷ 정답 : $\angle CBE$
▷ 정답 : $\angle RHA$

해설

> 가정)
> $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ADB = \angle BEC = 90°$

17. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때 x 의 길이를 구하여라.



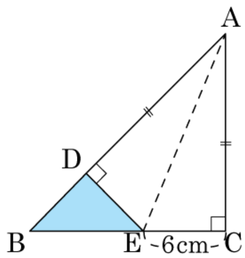
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 8cm - 5cm = 3cm$
$\overline{AD}$ 는 $\angle BAE$ 를 이등분하므로, $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동) $\therefore$ $\overline{DE} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{DE} = 3cm$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC} = 6cm$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



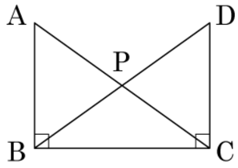
[배점 4, 중중]

① $12cm^2$ ② $14cm^2$ ③ $16cm^2$
④ $18cm^2$ ⑤ $20cm^2$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{CE} = 6cm$,
$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} = 6cm$
$\therefore \triangle BDE = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18(cm^2)$

19. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$ 이면 $\triangle PBC$ 는 어떤 삼각형인가? [배점 4, 중중]



① 정삼각형 ② 직각이등변삼각형

③ 이등변삼각형 ④ 직각삼각형

⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

i) $\overline{AC}=\overline{DB}$ (가정)

ii) $\angle ABC=\angle DCB=90°$ (가정)

iii) $\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정)

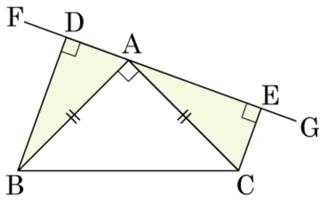
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$

따라서 $\angle DBC=\angle ACB$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC=90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BD}=7$, $\overline{CE}=3$)

[배점 4, 중중]



① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$\triangle BAD\equiv\triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD}=\overline{CE}=3$, $\overline{AE}=\overline{BD}=7$ 이고,

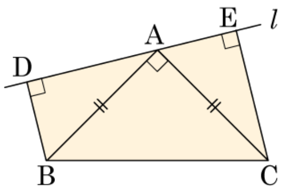
사다리꼴 EDBC 의 넓이는 $\frac{1}{2}(\overline{DB}+\overline{EC})\times\overline{ED}=\frac{1}{2}(7+3)\times(3+7)=50$ 이다.

$\triangle BAD=\triangle ACE=\frac{1}{2}\times3\times7=\frac{21}{2}$

$\therefore\triangle ABC=\square EDBC-\triangle BAD-\triangle ACE$

$=50-\frac{21}{2}-\frac{21}{2}=29$

21. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} =$ 6cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



[배점 4, 중중]

① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

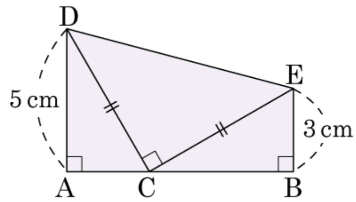
$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6)\times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$

$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 DCE 의 직각인 꼭짓점 C 를 지나는 직선 AB 에 꼭짓점 D, E 에서 각각 수선 DA, EB 를 내릴 때, $\square ABED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $32\,\text{cm}^2$

해설

$\angle CDA = \angle a$ 라 하면,

$\angle DCA = 180° - (90° + \angle CDA) = 90° - \angle a$

$\angle ECB = 180° - (90° + \angle DCA) = 180° - (90° + 90° - \angle a) = \angle a$ ($\cdots$ ①)

$\triangle CDA$ 와 $\triangle ECB$ 에서

i) $\overline{CD} = \overline{EC}$ (가정)

ii) $\angle CDA = \angle ECB = \angle a$ (①)

iii) $\angle DAC = \angle CBE = 90°$ (가정)

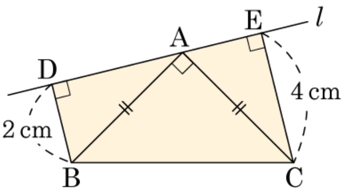
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle CDA \equiv \triangle ECB$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BE} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 5\text{cm}$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = 8\text{cm}$ 이다.

$\therefore \square ABED = 8 \times \dfrac{(3+5)}{2} = 32(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{BD}}=2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}}=4\mathrm{cm}$ 일 때, △ABD 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\angle\mathrm{EAC}=\angle a$ 라 하면, $\angle\mathrm{ECA}=90^\circ-\angle a$,

$\angle\mathrm{DAB}=180^\circ-(\angle\mathrm{BAC}+\angle\mathrm{CAE})$

$=180^\circ-(90^\circ+\angle a)=90^\circ-\angle a$

$\therefore \angle\mathrm{ECA}=\angle\mathrm{DAB}$

△ABD 와 △CAE 에서

ⅰ) $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{CA}}$ (가정)

ⅱ) $\angle\mathrm{BDA}=\angle\mathrm{AEC}=90^\circ$ (가정)

ⅲ) $\angle\mathrm{ECA}=\angle\mathrm{DAB}$

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해

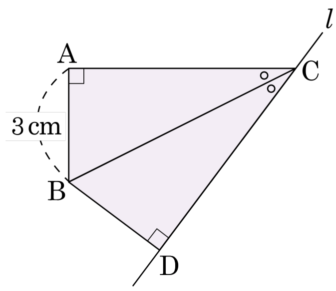
△ABD ≡ △CAE (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대응변의 길이는 같으므로

$\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{EA}}=2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DA}}=\overline{\mathrm{EC}}=4\mathrm{cm}$

$\therefore$ △ABD 의 넓이 $=(2\times4)\times\frac{1}{2}=4(\mathrm{cm}^2)$

24. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 ∠C 를 지나는 직선 l 을 $\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{DCB}$ 가 성립하도록 그렸다. 점 B 에서 직선 l 로 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\,\mathrm{cm}$

해설

△ABC 와 △DBC 에서

① $\overline{\mathrm{BC}}$ 는 공통

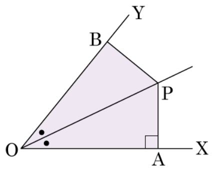
② $\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{DCB}$

③ $\angle\mathrm{CAB}=\angle\mathrm{CDB}=90^\circ$ 이므로

△ABC ≡ △DBC (RHA 합동) 이다.

그러므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BD}}=3\mathrm{cm}$

25. 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같다. 이것을 다음과 같이 증명하였다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

(가정) 그림에서 $\angle POA$ = (가) , $\angle PAO = \angle PBO = 90°$

(결론) $\overline{PA} = \overline{PB}$

(증명)$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서

$\angle PAO$ = ((나)) $= 90° \cdots$ ①

가정에서$\angle POA$ = ((다)) $\cdots$ ②

$\overline{OP}$ = ((라)) $\cdots$ ③

①, ②, ③에 의해

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ ((마) 합동)

$\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$

[배점 4, 중중]

① (가)$\angle POB$ ② (나) $\angle PBO$

③ (다) $\angle POB$ ④ (라) 빗변(공통변)

⑤ (마) RHA

해설

(가정) 그림에서 $\angle POA = (\angle POB)$, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$

(결론)$\overline{PA} = \overline{PB}$

(증명)$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서

$\angle PAO = (\angle PBO\ ) = 90° \cdots$①

가정에서 $\angle POA = (\angle POB) \cdots$ ②

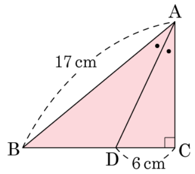
$\overline{OP}$ = (빗변(공통변)) $\cdots$ ③

①, ②, ③에 의해

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$

26. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



[배점 5, 중상]

① 17cm^2 ② 18cm^2 ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

④ $33cm^2$ ⑤ 51cm^2

해설

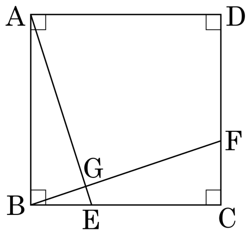
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 6(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 6 \times \frac{1}{2} = 51(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 6 \times 11 \times \frac{1}{2} = 33(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $51 - 33 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

27. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE + \angle BEG$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

① 70° ② 80° ③ 90°

④ 100° ⑤ 110°

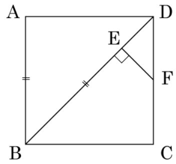
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle GBE = \angle FBC = \angle EAB$, $\angle GEB = \angle AEB = \angle BFC$, $\angle EAB + \angle BFC = 90°$

$\therefore 90°$

28. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{CF}$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

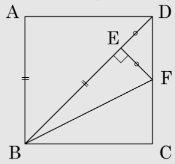
해설

$\angle EDF = \angle EFD = 45°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF}$ $\cdots$ ①,

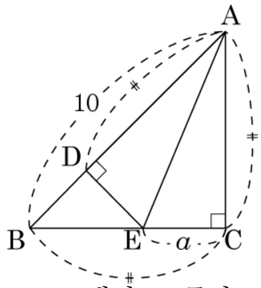
$\triangle BEF \equiv \triangle BCF$(RHS합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{CF}$ $\cdots$ ②

$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{CF}$

$\therefore 3\overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{CF} = 3\overline{DF} + 3\overline{CF} = 9$



29. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD}=\overline{AC}$, $\overline{ED}\perp\overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



[배점 5, 중상]

① $2a$ ② $a+2$ ③ $\frac{a+10}{2}$

④ $10-2a$ ⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

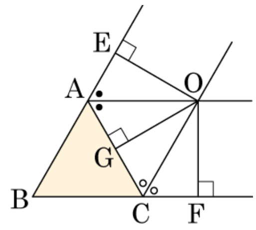
$\therefore \angle BAC=\angle B=45°$

$\angle BDE=90°, \angle B=45°$ 이므로 $\angle BED=180°-(90°+45°)=45°$

$\angle B=\angle BED$ 이므로 $\overline{DB}=\overline{DE}=\overline{CE}=a$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=10-a$

30. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 두 각 ∠A, ∠C 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O 라 하자. 점 O 에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G 라고 할 때, $\overline{OE}=\frac{2}{3}$cm 라고 한다. $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2 cm

해설

$\triangle OAE$ 와 $\triangle OAG$ 에서

① $\overline{OA}$ 는 공통 , ② $\angle OAE=\angle OAG$, ③ $\angle OEA=\angle OGA=90°$

이므로 $\triangle OAE\equiv\triangle OAG$(RHA) ⋯㉠

$\triangle OGC$ 와 $\triangle OFC$ 에서

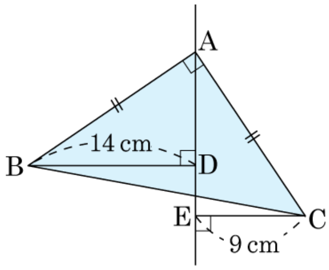
① $\overline{OC}$ 는 공통, ② $\angle OCG=\angle OCF$ ③ $\angle OGC=\angle OFC=90°$

이므로 $\triangle OGC\equiv\triangle OFC$ ⋯㉡

따라서 ㉠, ㉡ 에 의해 $\overline{OE}=\overline{OF}=\overline{OG}=\frac{2}{3}$cm

$\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}=2$cm 이다.

31. 다음 그림과 같이 직각 이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



[배점 5, 중상]

① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

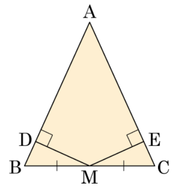
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5\text{cm}$

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 증명하는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



[배점 5, 중상]

① $\overline{BM} = \overline{CM}$ ② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$ ④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

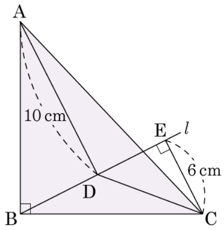
i) $\overline{MB} = \overline{MC}$ ($\because$가정)

ii) $\angle BMD = \angle CME$

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$ ($\because$가정)

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

33. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

① 12cm^2 ② 24cm^2 ③ 30cm^2

④ 60cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

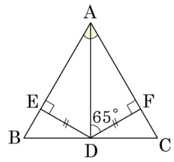
$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$

직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.

삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

34. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

① 35° ② 40° ③ 45°

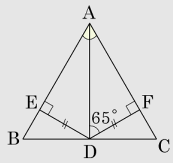
④ 50° ⑤ 55°

해설

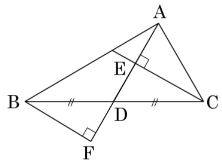
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



35. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 5, 상하]

① $\overline{AC} = \overline{CD}$
② $\overline{BF} = \overline{CE}$
③ $\overline{DE} = \overline{DF}$
④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$
⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)