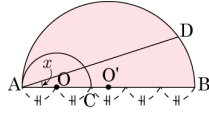


단원테스트 1차

1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 1$ 이다. $\widehat{AD} = 3\widehat{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

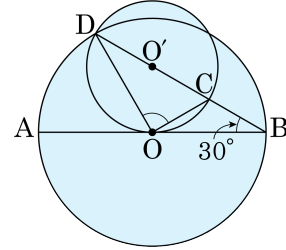
▶ 답 :

▶ 정답 : 22.5°

해설

$$\begin{aligned}\widehat{AC} &= \frac{1}{2} \times \pi = \frac{1}{2}\pi, & \widehat{AD} &= \frac{3}{2}\pi \\ \widehat{AB} &= \frac{1}{2} \times 4\pi = \frac{4\pi}{2} \\ \therefore \widehat{BD} &= \frac{4\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = \frac{1\pi}{2} \\ \angle x &= \frac{\widehat{BD}}{\widehat{AB}} \times 90^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} \times 90^\circ \\ &= 22.5^\circ\end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 원 O' 은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 의 중심에서 접하고 $\widehat{AB}$ 위의 점 D 와 만난다. $\overline{BD}$ 와 원 O' 과의 교점이 C 이고, $\angle CBO = 30^\circ$ 일 때, $\angle DCO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

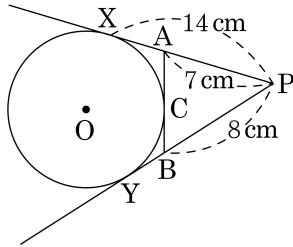
▶ 답 :

▶ 정답 : 60°

해설

$$\begin{aligned}\overline{OB} &= \overline{OD} \text{ 이므로} \\ \angle ODC &= \angle OBC = 30^\circ \\ \therefore \angle ODC &= \angle COB = 30^\circ \\ \therefore \angle DCO &= 60^\circ\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 반직선 PX , PY 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이고, 호 XY 위의 점 C 를 접점으로 하는 원 O 의 접선과 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 와의 교점을 각각 A, B 라 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

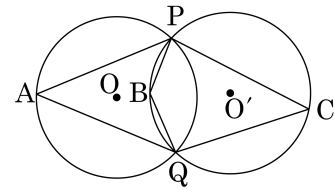
▶ 답 :

▶ 정답 : 13 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AX} &= \overline{AC} = 14 - 7 = 7(\text{ cm}) \\ \overline{PX} &= \overline{PY} = 14(\text{ cm}) \\ \overline{BY} &= \overline{BC} = 14 - 8 = 6(\text{ cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= \overline{AC} + \overline{BC} = 7 + 6 = 13(\text{ cm})\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O' 가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 1 : 3$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

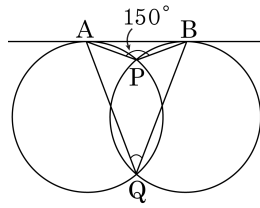
▶ 답 :

▶ 정답 : 45°

해설

$$\begin{aligned}\angle PAQ &= \angle PCQ \text{ 이고} \\ \angle PBQ + \angle PCQ &= 180^\circ \text{ 이므로} \\ \angle PBQ + \angle PAQ &= 180^\circ \\ \therefore \angle PAQ &= 180 \times \frac{1}{4} = 45^\circ\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 직선 AB 는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q 는 두 원의 교점이다.
 $\angle APB = 150^\circ$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

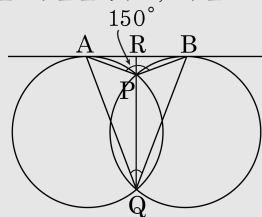
▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB 와의

교점을 R 라 한다.



$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고

$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로

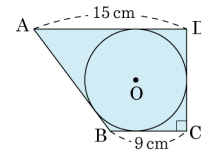
$\triangle APB$ 에서

$$\angle PAR + \angle PBR = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\angle AQB = \angle AQP + \angle BQP$$

$$= \angle PAR + \angle PBR = 30^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{45}{4} \pi$ cm

해설

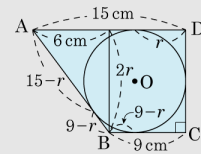
반지름의 길이를 r cm 라 하면 $(15 - r + 9 - r)^2 =$

$$6^2 + (2r)^2, (24 - 2r)^2 = 36 + 4r^2$$

$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8} (\text{cm})$$

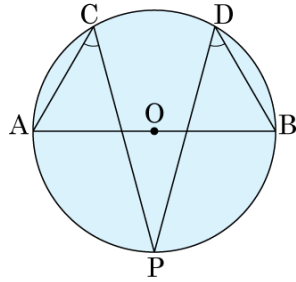
$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4} \pi (\text{cm})$$



7. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle ACP + \angle BDP$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ① 86° ② 88°
 ③ 90° ④ 92°
 ⑤ 94°



해설

점 O와 P를 연결하면

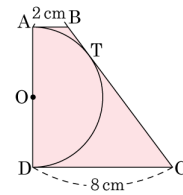
$$\angle AOP = 2\angle ACP$$

$$\angle BOP = 2\angle BDP$$

$$\therefore \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACP + \angle BDP = 90^\circ$$

8. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?

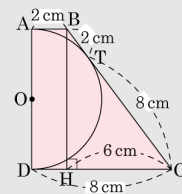


[배점 5, 중상]

- ① 21cm ② 28cm ③ 31cm
 ④ 35cm ⑤ 40cm

해설

점 B에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$$\overline{AB} = \overline{BT}, \overline{DC} = \overline{CT}$$

$$\overline{CH} = 6, \overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 10(\text{cm})$$

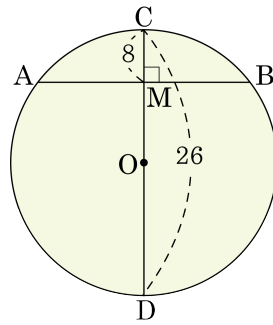
$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}) \therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 8\text{cm}$$

$$\text{따라서, } \square ABCD \text{ 둘레는 } \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{BC} = 2 + 8 + 8 + 10 = 28(\text{cm})$$

9. 다음 그림과 같은 지름의 길이가 26인 원 O에서 $\overline{AM}$ 의 길이는?

[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 8
③ 10 ④ 12
⑤ 14



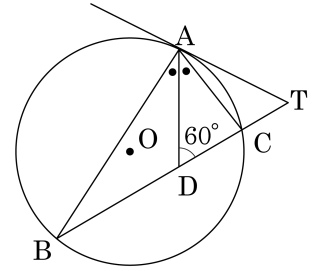
해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = x$ 라 하면
 $\overline{AM} \times \overline{BM} = \overline{CM} \times \overline{DM}$ 에서
 $x^2 = 8 \times 18 = 144$
 $\therefore x = 12$ ($\because x > 0$)
 $\therefore \overline{AM} = 12$

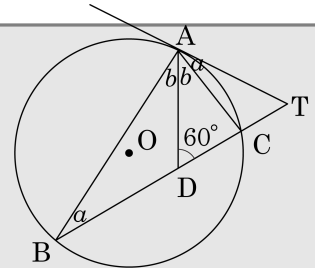
10. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, 선분 BC의 연장선과 점 A를 접점으로 하는 접선과의 교점을 T라 한다. $\angle TDA = 60^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기는?

[배점 5, 중상]

- ① 30° ② 40° ③ 50°
④ 60° ⑤ 70°



해설

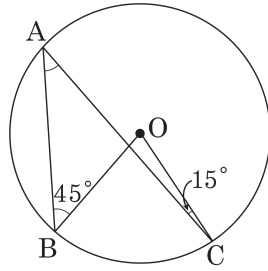


$\angle TAC = \angle ABC = a$
 $\angle CAD = \angle BAD = b$
 $\triangle ABD$ 에서 $a + b = 60^\circ$
 $\therefore \angle TAD = a + b = 60^\circ$

11. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

[배점 5, 중상]

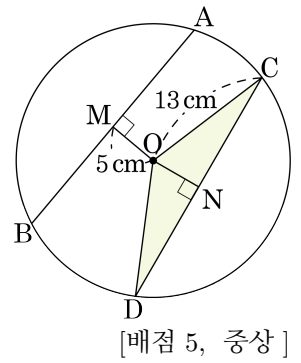
- ① 15° ② 20°
 ③ 28° ④ 30°
 ⑤ 35°



해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$
 작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$
 $\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ \quad \therefore \angle OBC = 60^\circ$
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

12. 다음 그림의 원 O에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)

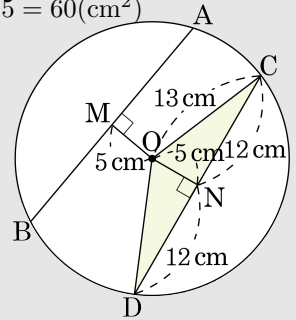


[배점 5, 중상]

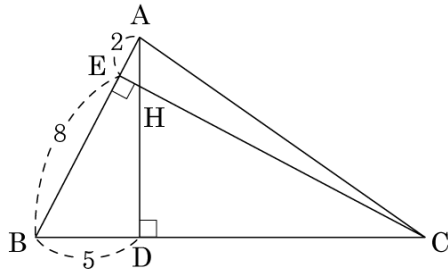
- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
 ④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.
 피타고라스의 정리에 의해 $\overline{CN} = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$ 또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$
 $\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$



13. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 $\overline{AE} = 2$, $\overline{BE} = 8$, $\overline{BD} = 5$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

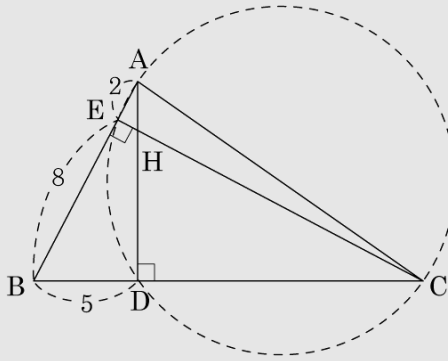


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설



그림처럼 $\overline{AC}$ 에 대한 대각이 90° 로 서로 같음으로 네 점 A, E, D, C 는 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 한 원 위에 있다.

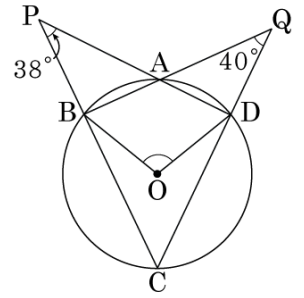
$$\text{따라서 } 8 \times (8 + 2) = 5 \times (5 + \overline{CD})$$

$$5\overline{CD} = 55 \quad \therefore \overline{CD} = 11$$

$$\triangle EBC \text{ 에서 } \overline{CE} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\triangle AEC \text{ 에서 } \overline{AC} = \sqrt{2^2 + (8\sqrt{3})^2} = 14$$

14. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

① 78°

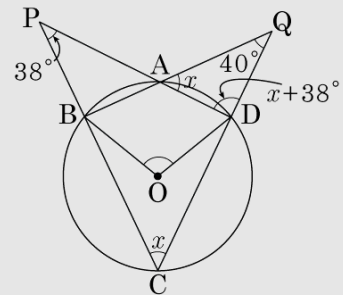
② 82°

③ 90°

④ 98°

⑤ 102°

해설



$$\angle BCD = \angle x \text{ 라 하면 } \angle ADQ = \angle x + 38^\circ,$$

$\angle DAQ = \angle BCD = x$ ($\because$ 한 외각과 그 내대각의 크기는 같다.)

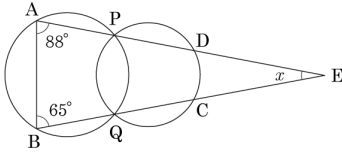
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은

$$\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$$

$\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.

$$\text{따라서 } \angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$$

15. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle PAB = 88^\circ$, $\angle QBA = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 17° ② 20° ③ 27°
④ 30° ⑤ 37°

해설

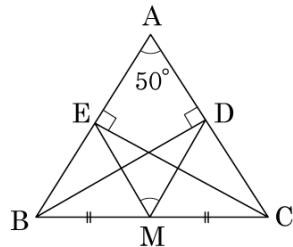
보조선 $\overline{CD}$, $\overline{PQ}$ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해

$$\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65^\circ$$

$$\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88^\circ$$

따라서 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 88^\circ = 27^\circ$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



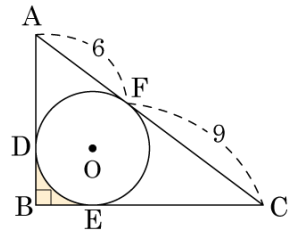
[배점 5, 중상]

- ① 40° ② 50° ③ 80°
④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 6 \text{ 이므로 } \overline{AB} = 6 + x,$$

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 9 \text{ 이므로 } \overline{BC} = 9 + x$$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

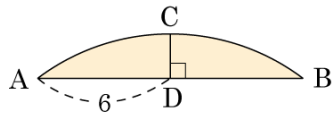
$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE 에서 부채꼴 ODE 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

18. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는
반지름의 길이가 10
인 원의 일부분이다.

$\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는? [배점 5, 중상]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

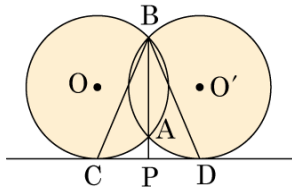
해설

원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{AO^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

19. 다음 그림과 같이 두 원
O, O' 의 공통외접선 CD
와 공통현 AB의 연장선이
점 P에서 만난다. $\overline{PA} =$
1cm, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} =$
 $\overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① 10cm^2 ② $5\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $5\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $2\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{CP} \times \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$$

$$\overline{CP} = \sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 2\sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$$

