

실력 확인 문제

1. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34 일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 34

▷ 정답: 68

해설

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34 의 배수를 구하면 된다.
두 자연수의 공배수는 34, 68, 102, ... 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34, 68 이다.

2. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 2, 하중]

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

3. 다음 전개식 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $1023 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10 + 3 \times 1$

② $3070 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2$

③ $40055 = 4 \times 10^4 + 5 \times 10 + 5 \times 1$

④ $10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

해설

① $1 \times 1000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1$
 $= 1 \times 10^3 + 2 \times 10 + 3 \times 1$

② $3 \times 1000 + 0 \times 100 + 7 \times 10 + 0 \times 1$
 $= 3 \times 10^3 + 7 \times 10$

③ $4 \times 10000 + 0 \times 1000 + 0$
 $\times 100 + 5 \times 10 + 5 \times 1$
 $= 4 \times 10^4 + 5 \times 10 + 5 \times 1$

④ $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
 $= 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

⑤ $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

4. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
이므로 $a = 3$ 이다.

$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

5. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소 공배수는? [배점 2, 하중]

- ① 42 ② 84 ③ 90
④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 84 이다.

6. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
 ② 소수는 모두 홀수이다.
 ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
 ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
 ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
 ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
 ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
 ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

7. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 13 과 15 ② 19 와 21 ③ 16 와 27
 ④ 5 와 30 ⑤ 7 과 11

해설

④ 5 와 30 의 최대공약수는 5 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
 ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 ⑤ $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2$

해설

- ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
 ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
 ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

① $11_{(2)} = 1 \times 2 + 1 \times 1$

② $101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

③ $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 2 \times 2^2 + 1 \times 1$

④ $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

⑤ $101110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

해설

⑤ $101110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$

10. $1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① $1001101_{(2)}$

② $1011001_{(2)}$

③ $1001010_{(2)}$

④ $1001111_{(2)}$

⑤ $1001001_{(2)}$

해설

$1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001001_{(2)}$

11. 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

① $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2$

② $11001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

③ $10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

④ $2530 = 2 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2$

⑤ $68720 = 6 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 1$

해설

① $1010_{(2)}$

$= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1$

$= 1 \times 2^3 + 1 \times 2$

② $11001_{(2)}$

$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

③ $10101_{(2)}$

$= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

④ 2530

$= 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1$

$= 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10$

⑤ 68720

$= 6 \times 10000 + 8 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 0 \times 1$

$= 6 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10$

12. 두 수 $2^a \times 7^2$, $2^2 \times 7^b$ 의 최대공약수가 2×7^2 , 최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

최대공약수가 2×7^2 이므로 $a = 1$ 이고,
최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 이므로 $b = 4$ 이다.
따라서 $a + b = 5$ 이다.

13. 4 자리의 이진법의 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 십진법으로 고친 후 그 사이의 소수를 모두 구하라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 11

▷ 정답: 13

해설

가장 큰 수 : $1111_{(2)}$

가장 작은 수 : $1000_{(2)}$

$$1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$$

$$1000_{(2)} = 1 \times 2^3 = 8$$

8 과 15 사이의 소수는 11, 13

14. 천의 자리 숫자가 6, 백의 자리 숫자가 8, 일의 자리 숫자가 2 인 네 자리 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6802

해설

$$6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 1 = 6802$$

15. 1 부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 47 개

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 3 의 배수를 A_3 , 5 의 배수를 A_5 라 할 때, $100 = 3 \times 33 + 1$,
 $100 = 5 \times 20$ $n(A_3) = 33$, $n(A_5) = 20$ $n(A_3 \cap A_5) = n(A_{15}) = 6$, 3 의 배수이거나 5 의 배수인 수의 갯수 $n(A_3 \cup A_5) = n(A_3) + n(A_5) - n(A_{15})$
 $= 33 + 20 - 6 = 47(\text{개})$

16. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 각각 몇 바퀴 회전한 후인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : A : 4바퀴

▶ 정답 : B : 3바퀴

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 48 = 2^4 \times 3$$

최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$$\therefore A \text{ 가 회전한 바퀴 수 : } \frac{144}{36} = 4 \text{ (바퀴), } B \text{ 가 회전한 바퀴 수 } \frac{144}{48} = 3 \text{ (바퀴)}$$

17. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

[배점 3, 하상]

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$$12 = 2^2 \times 3, 42 = 2 \times 3 \times 7, 54 = 2 \times 3^3 \text{ 이므로 최소공배수는 } 2^2 \times 3^3 \times 7 \text{ 이다.}$$

18. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3, 2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3, b = 1$

19. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 20cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

[배점 3, 중하]

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60cm 이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장)이다.

20. 다음과 같이 이진법으로 나타낸 두 수 ㉠, ㉡이 있다.
㉠ + ㉡의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.

$$\textcircled{1} 10011_{(2)} \quad \textcircled{2} 1110_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

- ① 100001₍₂₎ ② 100010₍₂₎ ③ 100011₍₂₎
④ 100100₍₂₎ ⑤ 100110₍₂₎

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= 10011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 2 + 1 = 19 \\ \textcircled{2} &= 1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 8 + 4 + 2 = 14 \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} &= 19 + 14 = 33 = 32 + 1 = 1 \times 2^5 + 1 = 100001_{(2)} \end{aligned}$$

21. 아래와 같이 이진법으로 나타낸 두 수 A, B의 곱을 구하여라.

$$A = 101_{(2)}, \quad B = 1011_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

- ① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

$$\begin{aligned} A &= 101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5 \\ B &= 1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11 \\ \therefore AB &= 5 \times 11 = 55 \end{aligned}$$

22. 세 수 $2^2 \times 3 \times 5$, 90, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

▶ 정답 : 2520

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \\ \hline 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2 \times 3 = 6 \\ \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520 \end{array}$$

23. a와 12의 공배수가 12의 배수와 같을 때, 다음 중 a의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a와 12의 공배수가 12의 배수와 같다는 것은 a와 12의 최소공배수가 12이라는 뜻이므로 a와 12의 최소공배수가 12가 나오기 위해서는 a가 12의 약수가 되어야 한다.
24는 12의 약수가 아니고 a가 24가 될 경우 24와 12의 최소공배수는 24이므로 24가 아니다.

24. 다음은 가람이와 다솜이의 대화이다. 안에 알맞은 말이나 수를 차례대로 써넣어라.

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
 다솜 : 무엇을 구했는데?
 가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
 다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
 다솜 : 맞아!
 가람 : 공약수의 개수는 개야.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최대공약수

▶ 정답 : 6

해설

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
 다솜 : 무엇을 구했는데?
 가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
 다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
 다솜 : 맞아!
 가람 : 공약수의 개수는 개야.

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.