실력 확인 문제

1. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98의 약수의 개수 구하기

풀이) ① 먼저 98을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

② 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

③ 따라서 98의 약수의 개수는 $(0+1) \times (2+1) = 3$ (개)이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ③

해설

③ 98을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1, 2이므로 98의 약수의 개수는

$(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이다.

2. 6보다 크고 $1011_{(2)}$ 보다 작은 자연수의 개수는?

[배점 2, 하중]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

$$= 8 + 2 + 1 = 11$$

6과 11사이의 자연수는 7, 8, 9, 10이다.

3. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60일 때, 두 수의 곱은?

[배점 2, 하중]

- ① 200 ② 250 ③ 300
④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$(두 수의 곱) = 5 \times 60$$

따라서 두 수의 곱은 300이다.

4. 다음 이진법으로 나타낸 두 수에서 ㉠이 실제로 나타내는 값은 ㉡이 실제로 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라.

$$\begin{array}{cc} \underline{101101}_{(2)} & \underline{101101}_{(2)} \\ \textcircled{㉠} & \textcircled{㉡} \end{array}$$

[배점 2, 하중]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1_{(2)} \\ & \uparrow & & & & \\ & 2^5 & \text{의 자리} & & & \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{㉠} = 1 \times 2^5 = 32$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1_{(2)} \\ & & \uparrow & & & \\ & & 2^3 & \text{의 자리} & & \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{㉡} = 1 \times 2^3 = 8$$

$$\text{따라서 } \textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} = 8 \div 32 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

5. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 80 ② 90 ③ 216
④ 168 ⑤ 180

해설

$$\textcircled{1} \quad 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$\textcircled{2} \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$$

$$\textcircled{3} \quad 216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{4} \quad 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{5} \quad 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$$

6. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

$$\boxed{144, 96}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최대공약수 : 48

▷ 정답: 최소공배수 : 288

해설

$$\begin{array}{r} 2) 96 \quad 144 \\ 2) 48 \quad 72 \\ 2) 24 \quad 36 \\ 2) 12 \quad 18 \\ 3) 6 \quad 9 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 2^4 \times 3 = 48$$

$$\text{최소공배수 : } 2^5 \times 3^2 = 288$$

7. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

8. 천의 자리 숫자가 6 , 백의 자리 숫자가 8 , 일의 자리 숫자가 2 인 네 자리 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 6802

해설

$$6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 1 = 6802$$

9. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 2^5 ② $110_{(2)}$ ③ $1111_{(2)}$
 ④ $11100_{(2)}$ ⑤ 30

해설

- ① 32
 ② 6
 ③ 15
 ④ 28

10. 십진법으로 나타낸 수 23 을 이진법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $10111_{(2)}$ ② $10101_{(2)}$ ③ $11101_{(2)}$
 ④ $10001_{(2)}$ ⑤ $11111_{(2)}$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 23} \\ 2 \overline{) 11} \quad \dots 1 \\ 2 \overline{) 5} \quad \dots 1 \\ 2 \overline{) 2} \quad \dots 1 \\ 2 \overline{) 21} \quad \dots 0 \\ 2 \overline{) 0} \quad \dots 1 \\ \hline \therefore 23 = 10111_{(2)} \end{array}$$

11. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 216

해설

최 소 공 배 수 의 배 수 인 36, 72, 108, 144, 180, 216, ... 중 200 에 가장 가까운 수는 216 이다.

12. 두 자연수의 최소공배수가 72 일 때, 두 수의 공배수 중 200 보다 작은 수를 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 3, 하상]

- ① 36 ② 72 ③ 104
④ 144 ⑤ 180

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 72의 배수 72, 144, 216, 288, 360, ... 중 200보다 작은 수는 72, 144이다.

13. 소원이가 주문을 외우면 모래의 요정 바람돌이가 나타나서 퀴즈를 내고, 소원이가 그 퀴즈를 맞히면 소원을 들어줍니다. 다음은 소원이와 바람돌이의 대화입니다.

바람돌이 : 카드 뒤에는 3개의 한 자리 자연수 a, b, c 가 있어. 3과 a 를 곱하고, 5와 b 를 곱하고, 7과 c 를 곱한 후, 그 값들을 모두 더해. 질문은 한 번만 할 수 있어.

소원이 : 바람돌이! a 와 100을 곱하고, b 와 10을 곱하고, c 와 1을 곱한 후, 그 값들을 모두 더해서 나에게 알려줘.

바람돌이 : 527 이야.

위와 같은 방법으로 소원이는 바람돌이의 퀴즈를 풀었습니다. 소원이가 구하려고 하는 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ **답 :**

▶ **정답 :** 74

해설

$a \times 100 + b \times 10 + c \times 1 = 527$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$, $c = 7$ 이다.

퀴즈의 정답은: $3 \times 5 + 5 \times 2 + 7 \times 7 = 15 + 10 + 49 = 74$ 이다.

14. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1 = 24$, $37-1 = 36$, $61-1 = 60$ 의 공약수이다.

따라서 구하고자 하는 수는 24, 36, 60의 최대공약수의 약수와 같다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 24 \ 36 \ 60 \\ 2) \ 12 \ 18 \ 30 \\ 3) \ 6 \ 9 \ 15 \\ \quad \quad 2 \ 3 \ 5 \end{array}$$

최대공약수가 12이므로, 어떤 자연수는 1, 2, 3, 4, 6, 12가 될 수 있다.

15. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ **답 :**

▶ **정답 :** 4

해설

최대공약수에서 2의 지수가 1이므로 $b = 1$ 이다. 한 편, 최소공배수에서 3의 지수가 3이므로 $a = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

16. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.

따라서 $\square = 8$ 이다.