

단원테스트 2차

1. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다. 그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

2. 720 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

3. 다음 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 $A \subset B$ 인 것을 모두 골라라

㉠ $A = \{1, 2, 3, 5, 7\},$

$B = \{x \mid x \text{ 는 한 자리 자연수}\}$

㉡ $A = \{x \mid x \text{ 는 4 의 약수}\},$

$B = \{x \mid x \text{ 는 8 의 약수}\}$

㉢ $A = \{2, 4, 6, 8\},$

$B = \{x \mid x \text{ 는 10 보다 작은 짝수}\}$

㉣ $A = \{x \mid x \text{ 는 12 의 약수}\},$

$B = \{x \mid x \text{ 는 6 의 약수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
따라서 $B \subset A$

4. 가로 길이가 450m, 세로 길이가 240m인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

[배점 3, 하상]

- ① 30m ② 15m ③ 10m
④ 3m ⑤ 2m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m이다.

5. 두 집합 $A = \{b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $\{b, c\}$ ② $\{a, b, c\}$
③ $\{a, c, e\}$ ④ $\{a, b, f\}$
⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설

- ③ $\{b, c\} \not\subset \{a, c, e\}$
④ $\{b, c\} \not\subset \{a, b, f\}$

6. 두 집합 $A = \{2, 5, 8, 9, 10\}$, $B = \{5, 9, 10, 11, 13\}$ 에서 $A \cap X = X$, $B \cup X = B$ 를 만족하는 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$,
 $B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$ 이므로
 $X \subset A \cap B = \{5, 9, 10\}$
집합 X 는 $\{5, 9, 10\}$ 의 부분집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

7. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $A \neq B \neq C$ 이다.)

[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \not\subset B$
④ $B \subset A$ ⑤ $C^C \subset B^C$

해설

④ $A \neq B$ 이므로 $B \not\subset A$ 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
 ② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
 ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 ④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$ 과 $\{3\}$ 이다.
 ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

9. 8의 약수의 집합을 A , 5 이하의 홀수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $8 \in A$
 ④ $2 \notin B$ ⑤ $5 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8 이고 집합 B 의 원소는 1, 3, 5 이므로 $8 \in A, 5 \in B$ 이다.

10. 다음 수들을 큰 수부터 차례대로 나열하면?

보기

- ㉠ 28 ㉡ $1101_{(2)}$
 ㉢ $11111_{(2)}$ ㉣ $5^2 + 1$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢, ㉣, ㉡ ② ㉣, ㉠, ㉢, ㉡
 ③ ㉢, ㉡, ㉠, ㉣ ④ ㉢, ㉡, ㉣, ㉠
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉠, ㉡

해설

㉡ 13, ㉢ 31, ㉣ 26

11. 다음 중 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

- ① $1111_{(2)}$ ② 4×2 ③ 10
 ④ $111_{(2)}$ ⑤ 2^3

해설

- ① $1111_{(2)} = 15$
 ② $4 \times 2 = 8$
 ④ $111_{(2)} = 7$
 ⑤ $2^3 = 8$

12. 세 집합 A, B, X 에 대하여 $X \cup (A \cap B) = X$ 일 때 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $X \subset A$ ② $X \subset (A \cap B)$
 ③ $X \subset (A \cup B)$ ④ $(A \cup B) \subset X$
 ⑤ $(A \cap B) \subset X$

해설

$X \cup (A \cap B) = X$ 는 $(A \cap B) \subset X$ 를 의미한다.

- ① $X \subset A$ 는 알 수 없다.
 ② $X \subset (A \cap B)$ 는 알 수 없다.
 ③ $X \subset (A \cup B)$ 는 알 수 없다.
 ④ $(A \cup B) \subset X$ 는 알 수 없다.

13. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
 ④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

14. 집합 $A = \{5, 8, 12, 15, 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 5 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17 로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 8 = 24$ (개)

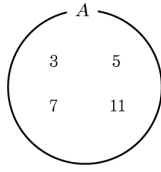
15. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}, \frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

16. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

17. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?

$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$
- ② $\{1, 3, 5\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7\}$
- ④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

해설

$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

18. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $2^4 \times 5$
- ② $2^2 \times 3^2 \times 5$
- ③ $2 \times 3 \times 5^2$
- ④ $2 \times 3^3 \times 5$
- ⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \\ 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \\ \hline \therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ① $A \cap A = \emptyset$
- ② $A \cap \emptyset = A$
- ③ $(A \cap B) \subset A$
- ④ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $B \subset (A \cap B)$

해설

- ① $A \cap A = A$
- ② $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ⑤ $(A \cap B) \subset B$

20. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 하상]

- ① 1 보다 작은 자연수의 모임
- ② **신기한** 재주를 갖고 있는 사람들의 모임
- ③ 분자가 1 인 분수의 모임
- ④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임
- ⑤ **큰** 수들의 모임

해설

② ‘신기한’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ ‘큰’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

21. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A$, $A \neq B$

22. 세 집합 $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, $C = \{4, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① $\{3\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{3, 8\}$
 ④ $\{3, 8, 9\}$ ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$(A - B) \cap C = \{2, 5, 8\} \cap \{4, 7, 8, 9\} = \{8\}$ 이다.

23. $A = \{x | x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 18 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$
 $n(A \cap B) = 6$

24. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.
 ⑤ 12는 24의 약수이다.

25. 두 집합 $A = \{a + 1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a + 1 = 3$
 $\therefore a = 2$

26. $A = \{2, 4, 6, 9, 10\}$, $B = \{2, 7, 9, 10\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{2, 6\}$
 ③ $\{4, 6\}$ ④ $\{4, 6, 7\}$
 ⑤ $\{4, 6, 9, 11\}$

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 9, 10\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 있는 집합은 $\{4, 6\}$ 이다.

27. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{5, 7\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3, 9\}$ ② $\{1, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 9\}$ ④ $\{1, 3, 7, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

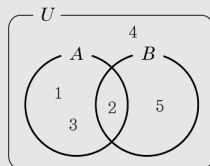
$(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{1, 3, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 없는 집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

28. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}, A - B = \{1, 3\}, (A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 3\}$
 ④ $\{1, 5\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B - A = \{5\}$ 이다.



29. $A = \{2, 3, a + 2\}, B = \{a - 1, 4\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{4\}$
 ④ $\{1, 2\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

해설

$A \cap B = \{4\}$ 이므로 $a + 2 = 4, a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 3, 4\}, B = \{1, 4\}$ 이므로 $B - A = \{1\}$ 이다.

30. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}, B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

31. 다음 중 유한집합인 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수}\}$
 ㉡ $\{x \mid x \text{는 가장 작은 자연수}\}$
 ㉢ $\{x \mid 0 < x < 1, x \text{는 자연수}\}$
 ㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$
 ㉤ $\{x \mid x \text{는 1보다 작은 수}\}$
 ㉥ $\{x \mid x \text{는 100보다 작은 2의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

- ▶ 정답 : ㉠
 ▶ 정답 : ㉢
 ▶ 정답 : ㉣
 ▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $\{1, 2, 3, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ㉡ 가장 작은 자연수는 1이므로 유한집합이다.
 ㉢ 0과 1 사이에 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
 ㉣ 유한집합
 ㉤ 1보다 작은 수는 $0, -1, -\frac{1}{2}, \dots$ 등 무수히 많이 존재하므로 무한집합이다.
 ㉥ $\{2, 4, 6, 8, \dots, 96, 98\}$ 이므로 유한집합이다.

32. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 15 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$, $(A \cup B)^c = \emptyset$ 이고, $B = \{2, 11, 13\}$ 일 때, 집합 A 를 구하면?

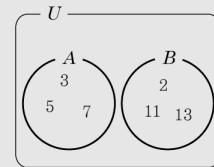
[배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{3, 5\}$
 ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore A = \{3, 5, 7\}$

33. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$
 ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
 ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

34. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때,
다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $6 \in A$
④ $9 \notin A$ ⑤ $11 \notin A$

해설

- ① $3 \notin A$
③ $6 \notin A$
④ $9 \in A$

35. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 8, 11 ② 15, 16 ③ 19, 27
④ 13, 52 ⑤ 28, 45

해설

- ④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

36. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중
옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$
㉡ $105 = 5 \times 21$
㉢ $147 = 3 \times 7^2$
㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$
㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

[배점 3, 하상]

해설

- ㉡ $105 = 3 \times 5 \times 7$
㉣ $225 = 3^2 \times 5^2$
㉤ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$

37. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9명

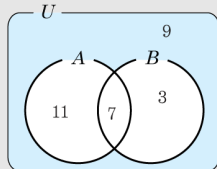
해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B 라 하면 $n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 18 + 10 - 7$
 $= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9 \text{ (명)}$$

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9명이다.

38. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.

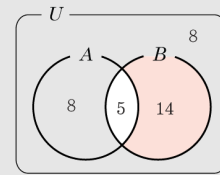
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 14명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14명이다.

39. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 20cm인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

[배점 3, 중하]

- ① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장

- ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12와 20의 최소공배수인 60cm이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장)이다.

40. 집합 $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x, b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

즉, (x, y) 는 (1, 6), (2, 3) 이므로 (a, b) 는

(4, 24), (8, 12) 이다.

따라서 $X = \{4, 24\}$ 또는 $X = \{8, 12\}$ 이므로 집합 X 는 2 개이다.

41. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{ 의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능하지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $\{13, 26, 52\}$

② $\{3, 13, 26, 52\}$

③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$

④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.

② $3 \notin A \cup B$

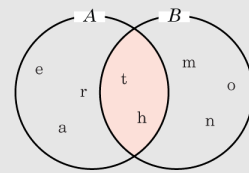
42. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}$, $A \cap B = \{t, h\}$, $A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

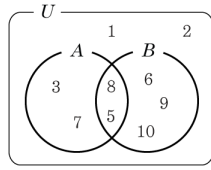
해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

43. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

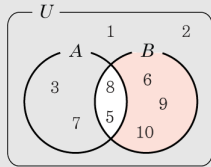


[배점 3, 중하]

- ① $n(U) = 9$
- ② $n(A \cap B^c) = 2$
- ③ $n((A \cup B) - A) = 2$
- ④ $n(B - A) = 3$
- ⑤ $n(A^c) = 5$

해설

③ $(A \cup B) - A$ 를 색칠하면 다음과 같다.



$$\therefore n((A \cup B) - A) = 2$$

44. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 200
- ② 2×5^3
- ③ $3^2 \times 7^2$
- ④ 150
- ⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
- ② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)
- ③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)
- ④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
- ⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

45. 어느 역에서 통일호 열차는 20 분마다 무궁화호 열차는 35 분마다 전철은 10 분마다 출발한다고 한다. 오전 5 시에 세 열차가 동시에 출발했다면, 바로 다음에 동시에 출발하는 시각은?

[배점 3, 중하]

- ① 오전 6 시 20 분
- ② 오전 7 시
- ③ 오전 7 시 20 분
- ④ 오전 7 시 40 분
- ⑤ 오전 8 시

해설

20, 35, 10 의 최소공배수는 140 이므로 5 시 이후 140 분 이후인 시간은
 $5\text{시} + 140\text{분} = 5\text{시} + 2\text{시간 } 20\text{분}$
 $= 7\text{시 } 20\text{분}$

46. 10 으로 나누면 1 이 남고, 4 와 6 으로 나누면 1 이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 131

해설

$$60 \times 2 + 11 = 131$$

47. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 1 개씩 있다. 27g 의 물건을 달 때, 사용되지 않는 저울추를 구하시오.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4g

해설

27 = 16 + 8 + 2 + 1 에서, 사용되지 않는 저울추는 4g짜리이다.

48. 무게가 1g, 2g, 2^2 g, 2^3 g, ..., 2^{10} g 인 추가 있다. 추를 가능한 한 적게 사용하여 무게가 480g 인 물건을 측정할 때, 다음 중 필요하지 않은 추는 어느 것인가?
[배점 3, 중하]

- ① 2^4 g ② 2^5 g ③ 2^6 g
④ 2^7 g ⑤ 2^8 g

해설

$$\begin{aligned} 480 &= 111100000_{(2)} \\ &= 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 \end{aligned}$$

49. 두 자연수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 2^2 ② 2×5
③ 5 ④ $2^2 \times 5$
⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$ 은 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 최소공배수이다.

50. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 10$, $n(B) = 22$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 의 합은?
[배점 3, 중하]

- ① 10 ② 15 ③ 18 ④ 22 ⑤ 32

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$$n(A \cap B) = n(A) = 10$$

$$n(A \cup B) = n(B) = 22$$

$$\therefore n(A \cap B) + n(A \cup B) = 10 + 22 = 32$$

51. 자연수 672의 약수의 개수와 $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$672 = 2^5 \times 3 \times 7$$

(약수의 개수) = 24(개)

$$(2+1) \times (n+1) \times (3+1) = 24, n = 1$$

52. 자연수 A 와 72의 최대공약수는 12이고, 최소공배수는 360일 때, 자연수 A 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$A \times 72 = 12 \times 360$$

$$A = 60$$

53. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$\square$ 는 24의 약수이다.

24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

54. $1010_{(2)} - 11_{(2)}$ 을 계산하여 십진법의 수로 나타내어라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{array}{r} \overset{0}{1} \overset{2}{0} \overset{2}{1} \overset{2}{0}_{(2)} \\ - \quad 11_{(2)} \\ \hline 111_{(2)} \\ 111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7 \end{array}$$

55. 다음 중 틀린 것은?

[배점 3, 중하]

① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$

③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

56. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$

57. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 에서 원소 0, 1 을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(4-2)} = 2^2 = 4$$

58. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$ $B = \{3, 5, a\}$ 에서 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A - B$ 는? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset$ ② $\{1\}$ ③ $\{5\}$
④ $\{1, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $a+1 = 3$, $a = 2$ 따라서, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로 $A - B = \{1\}$ 이다.

59. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{1, 3, 5\}$ 이면 $n(A) = 5$
② $A = \{x | x \text{ 는 } 6 \text{ 의 약수} \}$ 이면 $n(A) = 6$
③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = \{c\}$
④ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$
⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

해설

- ① $n(A) = 3$
② $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로, $n(A) = 4$
③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$
④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 1$

60. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{a\} \in A$ ② $\emptyset \in A$
③ $\{c, d\} \subset A$ ④ $n(A) = 5$
⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

- ③ $\{c, d\} \in A$

61. 바둑돌을 이용하여 $1010_{(2)}$ 을 ●○○○으로 나타내었다. 다음 계산 결과를 바둑돌을 이용하여 나타내어라.

$$1101_{(2)} + 11_{(2)} - 101_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ●○○●

해설

$$\begin{array}{r} 1101_{(2)} \\ + 101_{(2)} \\ \hline 10010_{(2)} \end{array} \quad \begin{array}{r} 10010_{(2)} \\ - 1111_{(2)} \\ \hline 11_{(2)} \end{array}$$

62. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A \cap A^c = \phi$ ② $A \cup U = U$
 ③ $\phi^c = U$ ④ $A \cap U = U$
 ⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

63. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

집합 A 와 B 를 각각 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 3, 5, 15\}, B = \{1, 5\}$ 이다. 따라서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합은 $\emptyset, \{3\}, \{15\}, \{3, 15\}$ 이고 개수는 4 개이다.

64. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 합성수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$ ② $29 \in A^c$
 ③ $\{37, 43\} \subset A$ ④ $A \cap B = \emptyset$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

- ① 1 은 소수가 아니므로 $1 \notin A$
 ② 29 는 소수이므로 $29 \in A$
 ⑤ $A \cup B \neq U, U - (A \cup B) = \{1\}$

65. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

66. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.

수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

9) 108 72 36

4) 12 8 4

3 2 1

최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (명)

공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

67. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

4) 32 48 96

4) 8 12 24

2 3 6

$\therefore 4 \times 4 = 16$ (명)

68. 전체집합 $U = \{a, e, i, o, u\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, e, u\}$, $B = \{e, i\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A^c = \{i, o, u\}$
 ㉡ $A - B = \{a, u\}$
 ㉢ $A - B^c = \{a, i, u\}$
 ㉣ $B^c - A = \{a, i, u\}$
 ㉤ $B - A = \{i\}$
 ㉥ $B^c = \{a, i, o, u\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

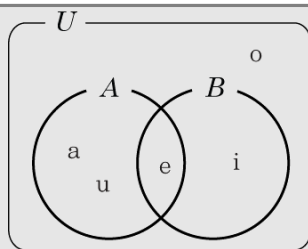
▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉤

해설

집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ㉠ $A^c = \{i, o\}$
 ㉡ $A - B = \{a, u\}$
 ㉢ $A - B^c = \{e\}$
 ㉣ $B^c - A = \{o\}$
 ㉤ $B - A = \{i\}$
 ㉥ $B^c = \{a, o, u\}$

69. 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x | x \text{는 } \square \text{만의 홀수}\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

70. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?
 [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 30} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$15 = 3 \times 5$ $45 = 3^2 \times 5$ $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

71. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여

$n(A \cap B) = \square, n(A \cup B) = \square$ 이다.

$\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 쓴 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 2, 4 ② 3, 9 ③ 3, 6
④ 4, 6 ⑤ 4, 9

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $A \cap B = \{2, 4, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.
따라서 $n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 5 - 3 = 6$ 이다.

72. 소원이가 주문을 외우면 모래의 요정 바람돌이가 나타나서 퀴즈를 내고, 소원이가 그 퀴즈를 맞히면 소원을 들어줍니다. 다음은 소원과 바람돌이의 대화입니다.

바람돌이 : 카드 뒤에는 3 개의 한 자리 자연수 a, b, c 가 있어. 3 과 a 를 곱하고, 5 와 b 를 곱하고, 7 과 c 를 곱한 후, 그 값들을 모두 더해. 질문은 한 번만 할 수 있어.

소원이 : 바람돌이! a 와 100을 곱하고, b 와 10을 곱하고, c 와 1을 곱한 후, 그 값들을 모두 더해서 나에게 알려줘.

바람돌이 : 527 이야.

위와 같은 방법으로 소원은 바람돌이의 퀴즈를 풀었습니다. 소원이가 구하려고 하는 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$a \times 100 + b \times 10 + c \times 1 = 527$ 이므로 $a = 5, b = 2, c = 7$ 이다.

퀴즈의 정답은 : $3 \times 5 + 5 \times 2 + 7 \times 7 = 15 + 10 + 49 = 74$ 이다.

73. 두 분수 $\frac{1}{8}$ 과 $\frac{1}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.

따라서 100 미만의 자연수이므로 24, 48, 72, 96 이고 4 개이다.

74. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 의 배수}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{ 의 배수}\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,

$A = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로

$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{ 의 배수}\}$ 의 $\square$ 에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6 이고, 가장 큰 자연수는 6 이다.

75. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11

㉡ 8, 15

㉢ 9, 21

㉣ 15, 22

㉤ 12, 60

㉥ 11, 121

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

㉢ 9, 21 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.

㉤ 12, 60 의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.

㉥ 11, 121 의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.

따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉣ 의 3 개이다.

76. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 30 \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① A 는 무한집합이다.

② $A = \{33, 36, 39\}$

③ $n(A) = 5$

④ $\{15, 30\} \subset A$

⑤ $30 \in A$

해설

$A = \{33, 36, 39, 42, 45, 48, \dots\}$

② $A = \{33, 36, 39, 42, 45, 48, \dots\}$

③ $n(A)$ 는 무수히 많다.

④ $\{15, 30\} \not\subset A$

⑤ $30 \notin A$

77. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1=24$, $37-1=36$, $61-1=60$ 의 공약수이다.

따라서 구하고자 하는 수는 24, 36, 60 의 최대공약수의 약수와 같다.

2) $\begin{array}{r} 24 \quad 36 \quad 60 \\ 2 \quad 12 \quad 18 \quad 30 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} 12 \quad 18 \quad 30 \\ 3 \quad 6 \quad 9 \quad 15 \end{array}$

2 3 5

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 가 될 수 있다.

78. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a , b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$$2^5 \times 3, \quad 2^3 \times 3 \times 5, \quad 2^4 \times 3^2 \times 7$$

[배점 3, 중하]

① 400

② 410

③ 420

④ 430

⑤ 440

해설

$$2^5 \times 3$$

$$2^3 \times 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{최대공약수 : } 2^3 \times 3 = a$$

$$\text{최소공배수 : } 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

79. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 옳게 표현한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

$A \cap B$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{과 } 2^2 \times 5 \text{의 공배수}\}$
 $= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수의 배수}\}$
 $= \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$

80. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

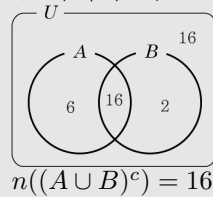
81. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 22$, $n(B) = 18$, $n(A - B) = 6$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

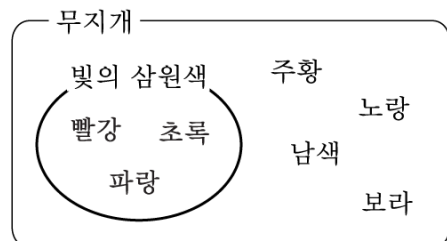
▶ 정답: 16

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



82. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 빨강

▶ 정답: 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{\text{빨강, 파랑, 초록}\}$ 이다.

따라서 $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

83. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $5^2 = 25$

㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢ $2^4 = 4^3$

㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

84. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.

100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

85. 다음 중 집합이 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ '긴'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라
지므로 집합이 될 수 없다.

86. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다. 안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
 지혜 : 무엇을 구했는데?
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 이구나.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 1
- ▷ 정답 : 2
- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 5
- ▷ 정답 : 10
- ▷ 정답 : 20

해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
 지혜 : 무엇을 구했는데?
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이구나.

$20 = 2^2 \times 5$ 이고, 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 , 5의 약수는 1, 5이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

87. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 16 ② 24 ③ 56
- ④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.
 40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

88. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 사람에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때, 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \emptyset$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

서준 : $A \subset B$

성진 : $A - B = \emptyset$

유진 : $A^c \cap B = \emptyset$

명수 : $B^c \subset A^c$

형돈 : $(A \cup B) - B = \emptyset$

[배점 3, 중하]

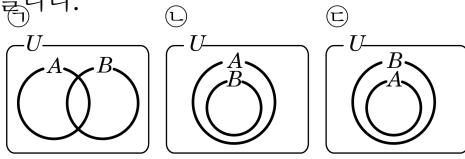
▶ 답 :

▷ 정답 : 유진

해설

$B - A = \emptyset$ 일 때, $B \subset A$ 이다.
 따라서 $A^c \cap B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

89. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.

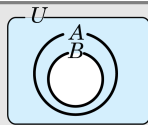


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설 $B^c \subset A^c$ 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



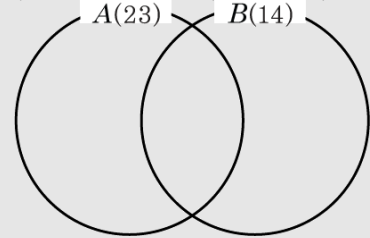
90. 어느 편의점에서는 햄 샌드위치와 치즈 샌드위치 두 종류를 판매한다. 어느 날 판매량을 살펴보니 총 30 명의 손님이 샌드위치를 사갔는데, 23 명의 손님이 햄 샌드위치를 사갔고, 14 명의 손님이 치즈 샌드위치를 사갔다. 샌드위치를 하나만 사간 손님은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23 명

해설

햄 샌드위치를 산 손님의 집합을 A , 치즈 샌드위치를 산 손님의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



햄 샌드위치와 치즈 샌드위치를 모두 사간 손님은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 23 + 14 - 30 \\ &= 7 \end{aligned}$$

샌드위치를 하나만 사간 손님의 수는

$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$\begin{aligned} &n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B)) \\ &= (23 - 7) + (14 - 7) = 16 + 7 = 23 \end{aligned}$$

따라서 샌드위치를 하나만 사간 손님은 23명이다.

91. 유리네 반 30명 중에서 이모부가 있는 학생은 16명, 고모부가 있는 학생은 22명, 이모부와 고모부가 없는 학생은 4명이다. 이모부 또는 고모부가 있는 학생 수와 이모부와 고모부가 모두 있는 학생 수를 차례대로 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 26명

▶ 정답 : 12명

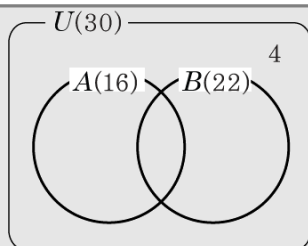
해설

가 있는 학생의 모임을 A, 고모부가 있는 학생의 모임을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 그리면 다음과 같다. 이모부 또는 고모부가 있는 학생의 모임은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 30 - 4 \\ &= 26(\text{명}) \end{aligned}$$

이모부와 고모부가 모두 있는 학생의 모임은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 22 - 26 \\ &= 12(\text{명}) \end{aligned}$$



92. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

93. 72를 이진법으로 나타내면 n 자리의 수가 된다. 이때, n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ 2 \overline{) 36} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 18} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 9} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 4} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 2} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 1} \cdots 0 \\ 0 \cdots 1 \end{array}$$

$72 = 1001000_{(2)}$ 이므로 7자리의 수

94. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
 ③ $\{5, 20\}$ ④ $\{4, 5, 20\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 5, 20\}$

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

95. 100 이하의 자연수 중 5 의 배수의 집합을 A , 7 의 배수의 집합을 B 라 할 때 5 의 배수이거나 7 의 배수인 집합의 원소의 갯수는? [배점 4, 중중]

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개
 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

$n(A) = 20, n(B) = 14, n(A \cap B) = 2$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 14 - 2 = 32$

96. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 47 명

해설

1부터 100까지의 자연수의 집합을 U , 3의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라 하면 $n(U) = 100$, $n(A) = 33$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 6$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$

97. 여섯 자리의 수 3124□□8 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다. □□ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

98. 네 자리의 정수 $41\square 2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로
 $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에
들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야
하므로 $41\square 2 \Rightarrow \square 2$ 에서
 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.
따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.