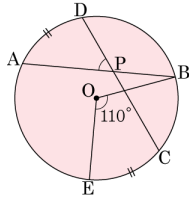


단원테스트 1차

1. 다음 그림에서 $\widehat{AD} = \widehat{EC}$ 이고, $\angle BOE = 110^\circ$ 일 때, $\angle DPA$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

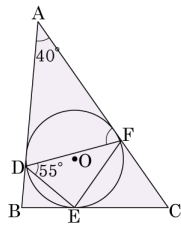
▶ 답 :

▶ 정답 : 55°

해설

$$\begin{aligned}\angle BAE &= \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ \\ \widehat{AD} &= \widehat{EC} \text{ 이므로 } \overline{AE} \parallel \overline{DC} \\ \angle DPA &= \angle BAE = 55^\circ\end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle FDE = 55^\circ$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

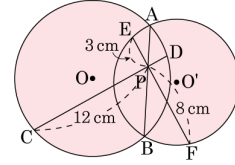
▶ 답 :

▶ 정답 : 70°

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= \overline{AF} \text{ 이므로} \\ \angle AFD &= \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 점 P 는 원 O 의 현 CD 와 원 O' 의 현 EF 의 교점이다. $\overline{PE} = 3\text{cm}$, $\overline{PF} = 8\text{cm}$, $\overline{PC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

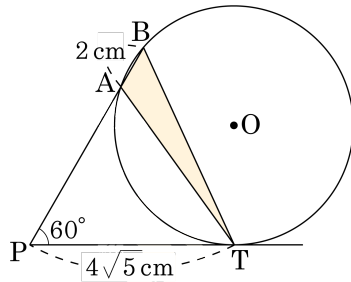
▶ 답 :

▶ 정답 : 2 cm

해설

$$\begin{aligned}\text{원 O 에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} &= \overline{PC} \times \overline{PD} \dots \textcircled{1} \\ \text{원 O' 에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} &= \overline{PE} \times \overline{PF} \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } \overline{PC} \times \overline{PD} &= \overline{PE} \times \overline{PF} \\ 12 \times \overline{PD} &= 3 \times 8 \quad \therefore \overline{PD} = 2(\text{cm})\end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 원 O의 할선이다. $\overline{PT} = 4\sqrt{5}$ cm, $\overline{AB} = 2$ cm, $\angle P = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $2\sqrt{15}$ cm²

해설

$\overline{PA} = x$ 라 하면

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$80 = x(x + 2)$$

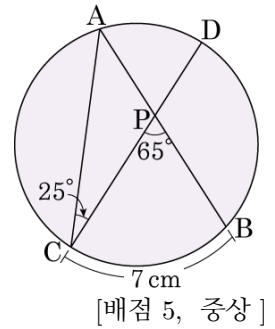
$$x^2 + 2x - 80 = (x + 10)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{cm}) (\because x > 0)$$

($\triangle ATB$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{5} \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

5. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고 $\widehat{BC} = 7$ cm, $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 31.5 cm

해설

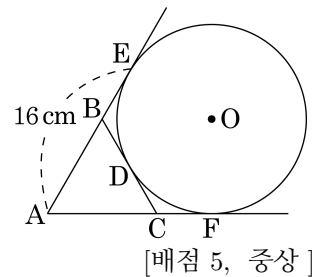
$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAB = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

$\widehat{BC}$ 의 원주각이 40° 이므로 중심각은 80° 이다.

$$80^\circ : 360^\circ = 7 : (\text{원주})$$

$$\therefore (\text{원주}) = \frac{360^\circ \times 7}{80^\circ} = 31.5(\text{cm})$$

6. 다음 그림에서 점 D, E, F는 원 O의 접점이고 $\overline{AE} = 16$ cm일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 32 cm

해설

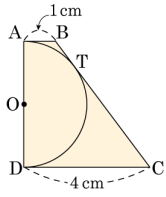
$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고

$\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.

$\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.

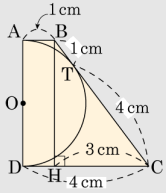
7. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



[배점 5, 중상]

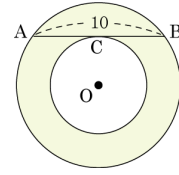
- ① 14cm ② 28cm ③ 31cm
④ 35cm ⑤ 40cm

해설



점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.
 $\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$
 $\overline{CH} = 3 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{BH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$, $\therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 4 (\text{cm})$
 따라서, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{BC} = 1 + 4 + 4 + 5 = 14 (\text{cm})$

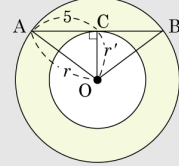
8. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

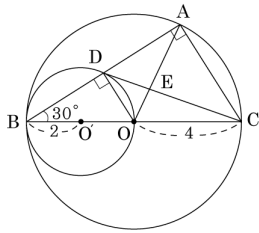
- ① 10π ② 15π ③ 20π
④ 25π ⑤ 30π

해설



큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.
 $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 5$ 이다.
 직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.
 색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

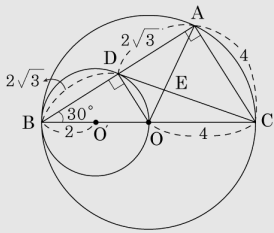
9. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$
 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

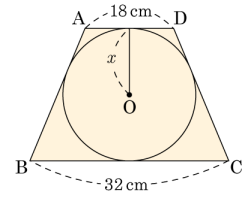


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E
 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

10. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

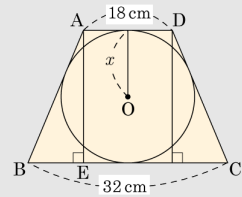
- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm
 ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 32 = 50(\text{cm})$$

$\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\therefore \overline{AB} = 25(\text{cm})$$



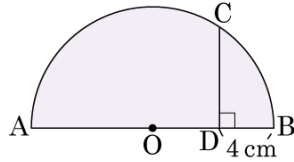
점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$$\overline{BE} = 7(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} =$$

$$24(\text{cm})$$

$$\therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 반원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{3}\text{cm}$

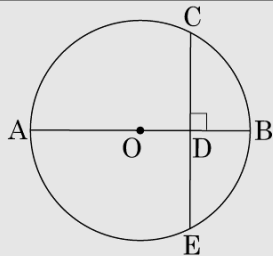
해설 $\overline{ED} = x$ 라 하

면

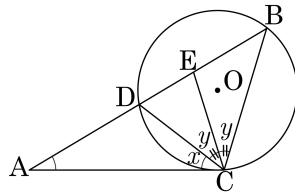
$$x^2 = \overline{AD} \times \overline{BD} =$$

$$12 \times 4 = 48$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} (\because x > 0)$$



12. 다음 그림에서 $\angle ACD = x$, $\angle DCE = \angle BCE = y$ 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40

해설

$$\angle B = x$$

$$\angle CED = x + y$$

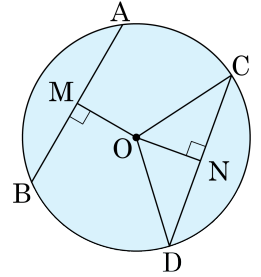
$\triangle ACE$ 에서

$$\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

13. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

① $14\pi\text{cm}^2$

② $16\pi\text{cm}^2$

③ $19\pi\text{cm}^2$

④ $22\pi\text{cm}^2$

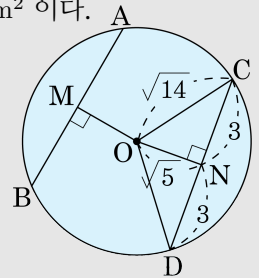
⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

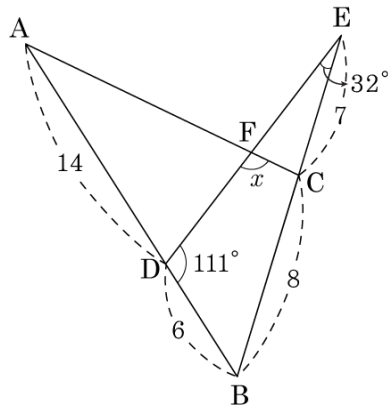
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{OC} = \sqrt{\sqrt{5}^2 + 3^2} = \sqrt{14}\text{cm}$

따라서 원의 넓이는 $14\pi\text{cm}^2$ 이다.



14. 다음 그림에서 x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답 : 101°

해설

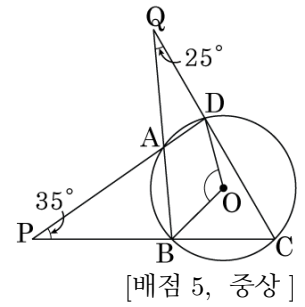
$$\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE} \text{ 이므로}$$

점 A, C, D, E 는 한 원 위의 점이다.

$$\angle FEC = \angle FAD = 32^\circ$$
$$\angle ADF = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$$
$$\therefore x = 69^\circ + 32^\circ = 101^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\square ABCD$

는 원 O 에 내접하고
 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크
 기는?



- ① 100° ② 110° ③ 120°
- ④ 135° ⑤ 150°

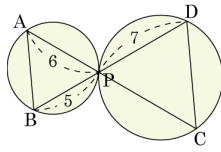
해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$ (외각과 내대각)

$$\angle ADQ = x + 35^\circ \text{ (삼각형의 외각)}$$
$$\triangle QAD \text{ 에서 } x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$$
$$\therefore x = 60^\circ$$

따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

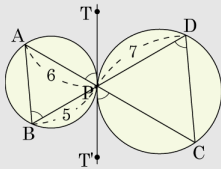
16. 다음 그림과 같이 점 P에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{42}{5}$ ⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면 $\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T/PC$ (맞꼭지각),

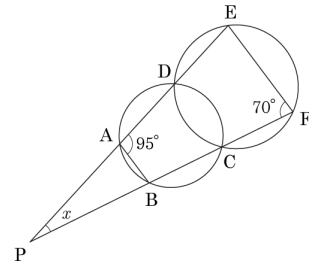
$$\angle T/PC = \angle PDC \quad \therefore \angle ABP = \angle CDP$$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로 $\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로 $6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$$

17. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 20° ② 25° ③ 30°
④ 35° ⑤ 40°

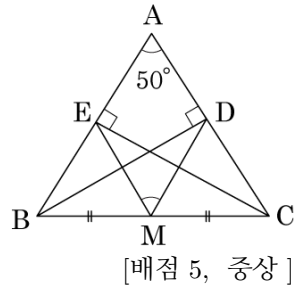
해설

보조선 $\overline{CD}$ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해

$\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고,
 $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
 $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$
 의 크기를 구하면?

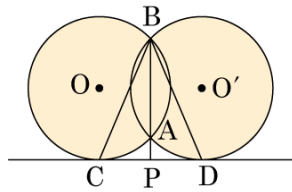


- ① 40° ② 50° ③ 80°
 ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한
 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중
 심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
 따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 두 원
 O, O' 의 공통외접선 CD
 와 공통현 AB의 연장선이
 점 P에서 만난다. $\overline{PA} =$
 1cm , $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} =$
 $\overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① 10cm^2 ② $5\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $5\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $2\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$\overline{CP} \times \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$
 $\overline{CP} = \sqrt{5}\text{cm}$
 $\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} =$
 $2\sqrt{5}\text{cm}$
 $\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times$
 $2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

