

확인학습문제

1. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다

2. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▷ 정답: -16

해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x - p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x - 4)^2 + 16 + m$$

$$\therefore 16 + m = 0 \quad \therefore m = -16$$

3. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▷ 정답: 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = 2(x - 1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$$

$$\therefore m = -4, n = 7, m + n = -4 + 7 = 3$$

4. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.
이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: 포물선
▷ 정답: 축
▷ 정답: 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -3$

▷ 정답: $a = -5$

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$ 를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= 2(x+1+3)^2 - 4 \\ &= 2(x+4)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 16x + 28 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$2a^2 + 16a + 28 = -2$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$(a+3)(a+5) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

6. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p+q$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

7. 꼭짓점이 $(2, 3)$ 이고, 점 $(5, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는? [배점 3, 하상]

- ① $(0, -2)$ ② $(0, 3)$ ③ $(0, 1)$
④ $(0, 2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

$y = a(x-2)^2 + 3$ 에 $(5, -6)$ 을 대입하면

$$-6 = a(5-2)^2 + 3$$

$$9a = -9 \therefore a = -1$$

$$y = -(x-2)^2 + 3$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\therefore (0, -1)$$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 2)$ 이고 y 절편이 3 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.) [배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 2)$ 이므로 주어진 식은

$$y = a(x-1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 6 ② 2 ③ -2 ④ -4 ⑤ -6

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$
 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $y = (x - 2 - 2)^2 - 3$
 따라서 $y = (x - 4)^2 - 3$
 $(3, m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

10. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ ② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$
 ③ $y = 2x^2 - x$ ④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$
 ⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
 따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

11. 다음 이차함수 중에서 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = x^2 - x - 2$
 ② $y = x^2 - 4x + 4$
 ③ $y = (x + 3)^2 + 2$
 ④ $y = -3(x + 1)^2$
 ⑤ $y = -3(x - 1)^2 - 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $b^2 - 4ac > 0$ 인 것

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 31$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

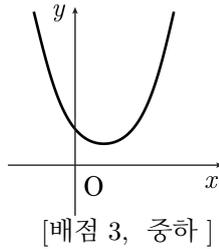
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 3x^2 - 18x + 31 = 3(x - 3)^2 + 4$
 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면
 $y = 3(x - 3 - p)^2 + 4 + q$
 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 대입하면
 $14 = 3(4 - p)^2 + 4 + q$
 $3p^2 - 24p + q = -38 \cdots \textcircled{1}$
 $5 = 3(1 - p)^2 + 4 + q$
 $3p^2 - 6p + q = -2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $p = 2, q = -2$
 $\therefore p + q = 2 - 2 = 0$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호
 이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$
- ② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$
- ③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$
- ④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$
- ⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 13 \\ &= 2(x^2 - 6x) + 13 \\ &= 2(x - 3)^2 - 5 \end{aligned}$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

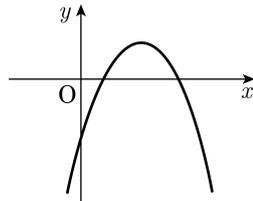
▶ 답: 2

▶ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} y &= (x - a)^2 - a^2 + 8 \\ \text{꼭짓점 } (a, -a^2 + 8) \text{ 이 직선 } y = 2x \text{ 의 위에 있으므로} \\ -a^2 + 8 &= 2a \\ a^2 + 2a - 8 &= 0 \\ (a - 2)(a + 4) &= 0 \\ \text{따라서 양수 } a &= 2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



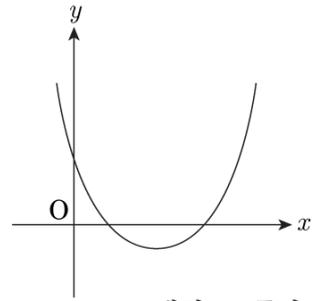
[배점 3, 중하]

- ① $ap + q > 0$ ② $aq - q < 0$
- ③ $p^2 + q < 0$ ④ $a + pq < 0$
- ⑤ $a(p + q) > 0$

해설

$y = a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로 $a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호를 정하여라.



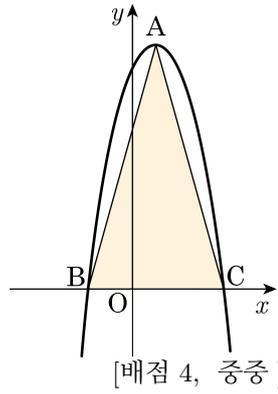
[배점 3, 중하]

- ▶ 답: ▶ 답: ▶ 답: ▶ 정답: $a > 0$
- ▶ 답: ▶ 정답: $b < 0$
- ▶ 정답: $c > 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b < 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

18. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

이차함수식의 x 절편은

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

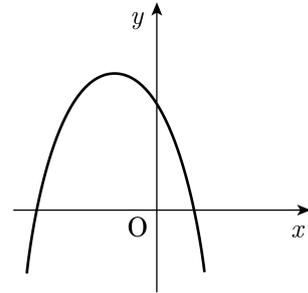
$$B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9$$

$$\therefore A(1, 9)$$

따라서 넓이는 $6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$ 이다.

19. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 0$

▷ 정답: $p > 0$

▷ 정답: $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0, p > 0, q > 0$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이므로

$$y = a(x+2)^2 + 2$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0+2)^2 + 2, a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 4 \quad \therefore abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

21. $(-3, 0), (-1, 0)$ 을 지나는 포물선이 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

[배점 4, 중중]

① $(-2, 2)$ ② $(-2, -2)$ ③ $(2, 2)$

④ $(2, -2)$ ⑤ $(-3, -1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이므로

$y = a(x+3)(x+1)$ 이다. y 절편이 6 이므로

$$6 = a(0+3)(0+1) \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x+3)(x+1)$$

$$= 2(x^2 + 4x + 3)$$

$$= 2(x+2)^2 - 2$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$ 이다.

22. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 4px + 4p^2 - 4p^2) + 5$$

$$= \frac{1}{2}(x+2p)^2 - 4p^2 + 5$$

축의 방정식 $x = -2p$

23. 직선 $x = 4$ 를 축으로 하고 두 점 $(1, 1), (-1, -15)$ 를 지나는 이차함수의 식은? [배점 4, 중중]

① $y = x^2 + 6x - 6$ ② $y = x^2 + 8x - 8$

③ $y = -x^2 + 6x - 4$ ④ $y = -x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 6$

해설

$y = p(x-4)^2 + q$ 라고 하자.

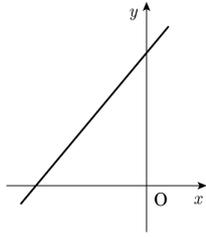
$(1, 1), (-1, -15)$ 를 지나므로 이를 대입하면

$9p + q = 1, 25p + q = -15$ 이므로 이를 풀면

$$p = -1, q = 10$$

$$\therefore y = -(x-4)^2 + 10 = -x^2 + 8x - 6$$

24. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

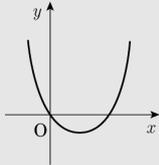


[배점 5, 중상]

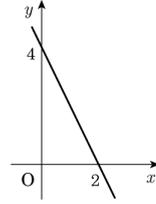
- ① x 축 위
- ② y 축 위
- ③ 제 1 사분면
- ④ 제 2 사분면
- ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① $(-2, 7)$
- ② $(-2, -7)$
- ③ $(7, 2)$
- ④ $(-7, 2)$
- ⑤ $(2, 7)$

해설

$$\begin{aligned}
 a &= -2, b = 4 \text{ 이므로} \\
 y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\
 &= -x^2 + 4x + 3 \\
 &= -(x - 2)^2 + 7
 \end{aligned}$$