

확인학습문제

1. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$
④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = 2x^2$

해설

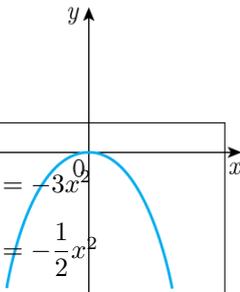
위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

2. 다음 중 이차함수 중 그래프가 아래 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y = x^2$

㉡ $y = \frac{5}{4}x^2$

㉢ $y = 5x^2$



㉣ $y = -3x^2$

㉤ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉥ $y = -1.5x^2$

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답: ㉣
- ▷ 정답: ㉤
- ▷ 정답: ㉥

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a < 0$ 이다. 따라서 ㉣, ㉤, ㉥이다.

3. $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, -1)$ 을 지난다. p 의 값이 될 수 있는 것을 모두 합하면? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$y = -(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = -(4-p)^2$$

$p = 3$ 또는 $p = 5$, $3+5 = 8$ 이다.

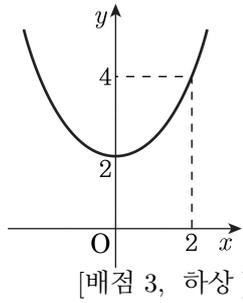
4. 다음 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 포갤 수 있는 그래프의 식은? [배점 3, 하상]

- ① $y = 2(x-1)^2$ ② $y = -2x^2 + 1$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$ ④ $y = -2(2x+1)^2$
⑤ $y = 2x^2 - 5$

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

5. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$y = ax^2 + 2 \text{ 가 점 } (2, 4) \text{ 를 지나므로 } 4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2 \text{ 의 그래프가 점 } (a, 10) \text{ 을 지나므로}$$

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 9

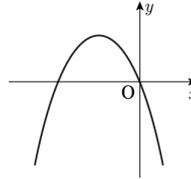
해설

$$y = ax^2 \text{ 의 그래프가 점 } (-3, 27) \text{ 을 지나므로}$$

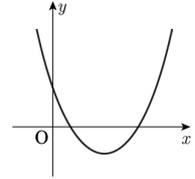
$$27 = a(-3)^2, \quad a = 3$$

7. $a < 0, p > 0$ 일 때, 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프로 알맞은 것은? [배점 3, 하상]

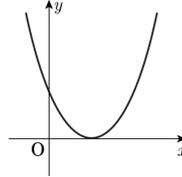
①



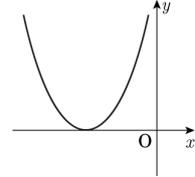
②



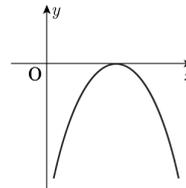
③



④



⑤



해설

이차함수의 그래프 $y = a(x-p)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록이다.

또한, 꼭짓점이 $(p, 0)$ 이고, $p > 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위에 있으면 원점을 기준으로 오른쪽에 위치한다.

따라서 답은 ⑤번이다.

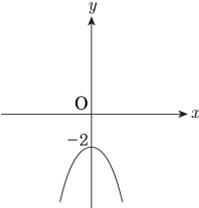
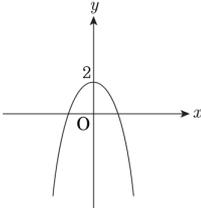
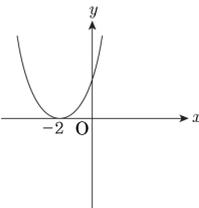
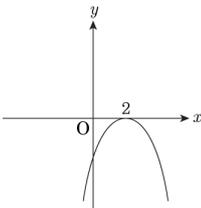
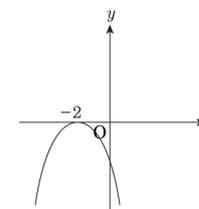
8. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서
꼭이 가장 좁은 포물선은? [배점 3, 하상]

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$ ② $y = -3x^2$
 ③ $y = x^2 - 3$ ④ $y = 2(x - 3)^2$
 ⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

9. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x + 2)^2$ 의 그래프는?
[배점 3, 하상]

- ①  ② 
 ③  ④ 
 ⑤ 

해설

꼭짓점의 좌표가 (-2, 0) 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

10. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 바르지 않은 것을 모두 고르면?
[배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
 ② y 축에 대칭인 포물선이다.
 ③ 아래로 볼록한 모양이다.
 ④ 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
 ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 (0, 0)
 ④ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$

11. 이차함수 $y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 (2, 8) 을 지나는지 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면
 $y = 3(x - 1)^2 + 4 + q$ 이고, 점 (2, 8) 을 지나므로
 $8 = 3(2 - 1)^2 + 4 + q$
 $\therefore q = 1$

12. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

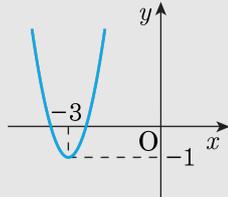
▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

▷ 정답: $-3 > x$

해설 를 그려보면 다음과

같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



13. 다음은 이차함수 $y = (x+3)^2 - 1$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
- ③ x 축과의 교점은 $(-4, 0), (-2, 0)$ 이다.
- ④ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

④ $x > -3$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2, 12)$ 를 지난다. 이 때, p 의 값을 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: -1

해설

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = (x-p)^2 + 3$ 이다. 점 $(2, 12)$ 를 지나므로 대입하면 $12 = (2-p)^2 + 3, 9 = (2-p)^2, 2-p = \pm 3$
 $\therefore p = 5$ 또는 $p = -1$

15. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ ($a < 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.
- ⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

16. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

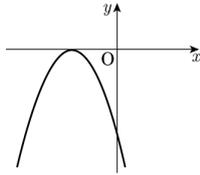
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면
 $a = 3^2 = 9$

17. 이차함수 $y = a(x + p)^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, ap 의 부호를 구하여라.



[배점 3, 중하]

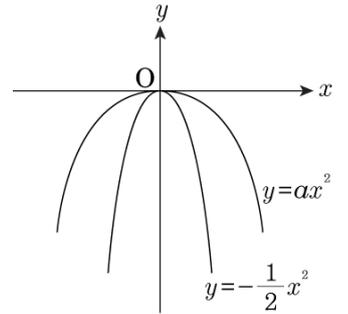
▶ 답:

▷ 정답: $ap < 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 꼭짓점의 좌표가 x 축보다 왼쪽에 있으므로 $p > 0$ 따라서 $ap < 0$ 이다.

18. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



[배점 4, 중중]

① $-\frac{1}{2} < a < 0$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $0 < a < \frac{1}{2}$

④ $a > \frac{1}{2}$

⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$

19. 이차함수 $y = x^2 - 4$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = x^2 - 4$ 의 그래프가 두 점 $(-1, m)$, $(2, n)$ 을 지나므로

$$m = 1 - 4 = -3, n = 4 - 4 = 0$$

$y = ax + b$ 에 두 점 $(-1, -3)$, $(2, 0)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{r} -3 = -a + b \\ - \quad 0 = 2a + b \\ \hline -3 = -3a \end{array}$$

$$a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 1 + 2 = 3$$

20. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$) [배점 4, 중중]

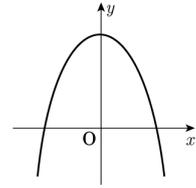
▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로
 $10 = \frac{4}{3}a^2 - 2$, $a = \pm 3$
 $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 않는 사분면은?

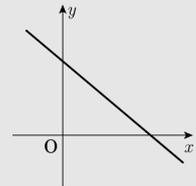


[배점 4, 중중]

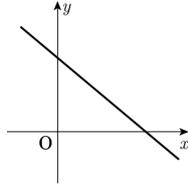
- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.
 따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다. 지나지 않는 사분면은 제3 사분면이다.

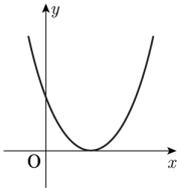


22. 다음은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = a(x + b)^2$ 의 그래프는 어느 것인가?

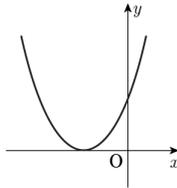


[배점 4, 중중]

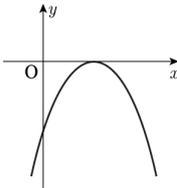
①



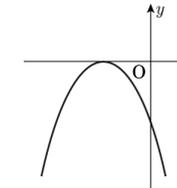
②



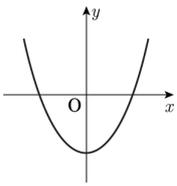
③



④



⑤



해설

일차함수 $y = ax + b$ 에서 기울기는 음수이고 y 절편은 양수이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.

$y = a(x + b)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록하고, 꼭짓점 $(-b, 0)$ 에서 $b > 0$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 음이면서 x 축에 접하는 그래프이다.

따라서 ④번 그래프가 적당하다.

23. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은? [배점 4, 중중]

① $y = -2x^2$ $[-1] \Rightarrow y = -2$

② $y = (x - 3)^2$ $[2] \Rightarrow y = 1$

③ $y = (x + 2)(x - 3)$ $[2] \Rightarrow y = 4$

④ $y = x^2 - 3$ $[1] \Rightarrow y = -2$

⑤ $y = (x + 1)^2 - 4$ $[-1] \Rightarrow y = -4$

해설

③ $y = -4$

24. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x - 4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a - b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -4 ② 2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x - 4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x - 4 - a)^2 + 5 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4 + a, 2)$ 이다.

따라서 $4 + a = 2, a = -2, b = 2$ 이다.

$\therefore a - b = (-2) - 2 = -4$

25. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면
 $y = (2 - a)x^2 + a + 1$
 이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.
 $\therefore a \neq 2$

26. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$) (정답 2 개) [배점 5, 중상]

- ① x 축에 대하여 대칭이다
 ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
 ③ 치역이 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
 ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 ⑤ 최댓값이 0 이다

해설

① y 축에 대해 대칭이다.
 ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
 ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $\{y \mid y \leq 0\}$
 ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 ⑤ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 최댓값은 1

27. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

28. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - 2x - 3$ 일 때, $f(f(f(-1)))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 12

해설

$f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0$
 $f(f(-1)) = f(0) = -3$
 $f(f(f(-1))) = f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12$

29. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면
 $\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$
 $\therefore a = 1$

30. 이차함수 $y = a(x+3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = -(x+5+b)^2 + c - 4 = a(x+3)^2 - 2$ 에서
 $a = -1, 5+b=3, c-4=-2$
 $\therefore a = -1, b = -2, c = 2$
 따라서 $a+b+c = -1$ 이다.

31. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $(-\frac{1}{2}, b)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

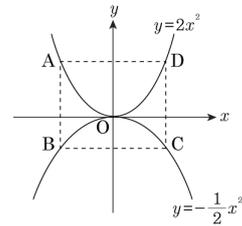
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$
 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1-p, \frac{1}{2})$ 이므로 $1-p=2, p=-1, a=\frac{1}{2}$ 이다.
 $y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $(-\frac{1}{2}, b)$ 를 지나므로 $b = 2(-\frac{1}{2}-2)^2 + \frac{1}{2}, b = 13$ 이다.
 $\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

32. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2, y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면
 $A(-a, 2a^2), B(-a, -\frac{1}{2}a^2), C(a, -\frac{1}{2}a^2)$
 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로
 $2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$

33. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$
 ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

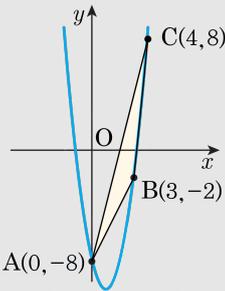
34. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(4, 8)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 12

해설

$$y = 2(x - 1)^2 - 12 + 2 = 2(x - 1)^2 - 10$$



$A(0, -8)$

$$f(0) = -8 \quad A(0, -8)$$

$$f(3) = -2 \quad B(3, -2)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} & 4 \times 16 - \frac{1}{2} (4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16) \\ &= 64 - 52 = 12 \end{aligned}$$

35. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 중 0 보다 큰 좌표의 점과 원점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 모든 k 의 값들의 합을 구하여라. (단, k 는 20 이하의 자연수이다.) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$y = \frac{1}{4}x^2 - k$ 와 x 축과의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\frac{1}{4}x^2 - k = 0 \text{ 에서 } x = 2\sqrt{k} \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 교점과 원점 사이의 거리는 $2\sqrt{k}$ 이다.

$2\sqrt{k}$ 가 정수가 되도록 하는 20 이하의 자연수 k 값을 구하면

$$k = 1, 4, 9, 16$$

따라서 모든 k 값들의 합은 $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ 이다.