

확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{8}{3}$ 이므로
 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4$

3. 자연수 1부터 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 210 이 되려면 1부터 몇까지 더해야 하는지 n 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

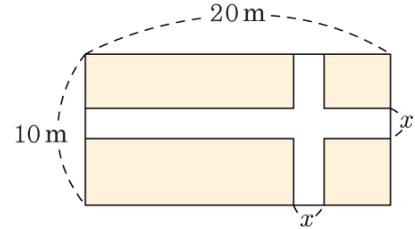
▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 210$ 이므로
 $n^2 + n - 420 = 0$
 $(n - 20)(n + 21) = 0$
 $\therefore n = 20$ (n 은 자연수)

4. 가로 길이가 20m, 세로 길이가 10m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가 144 cm^2 가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20 - x)$ m, 세로의 길이가 $(10 - x)$ m 인 직사각형의 넓이와 같으므로
 $(20 - x)(10 - x) = 144$
 $x^2 - 30x + 56 = 0$
 $(x - 2)(x - 28) = 0$
 $\therefore x = 2$ (단, $0 < x < 10$)

5. 어떤 수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제공한 것보다 35가 작게 되었다. 원래의 수 중 양수인 것을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

구하는 수를 x 라 하면
 $2x = x^2 - 35$
 $(x + 5)(x - 7) = 0$
 $\therefore x = 7$ ($x > 0$)

6. A가 가진 구슬의 수는 B가 가진 구슬의 수보다 3개 더 많고, B가 가진 구슬의 수의 제곱은 A가 가진 구슬의 수의 5배보다 9개가 더 많다. A가 가진 구슬의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 11 개

해설

A와 B가 가진 구슬의 수를 각각 x , $x - 3$ 이라 하면

$$5x + 9 = (x - 3)^2$$

$$x^2 - 11x = 0$$

$$x(x - 11) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 11 \text{ (개)}$$

7. 나이 차이가 4살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250일 때, 나이가 적은 학생의 나이는? [배점 3, 하상]

- ① 8살 ② 9살 ③ 10살
④ 11살 ⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x^2 + (x + 4)^2 = 250$$

$$2x^2 + 8x - 234 = 0$$

$$x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$(x - 9)(x + 13) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \text{ (살)}$$

8. 이차방정식 $3x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -13 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합 } -\frac{p}{3} = \frac{7}{3}, p = -7$$

$$\text{두 근의 곱 } \frac{q}{3} = -2, q = -6$$

$$\therefore p + q = -13$$

9. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 3, -2일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은? (단, a, b 는 상수) [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{a}{2}, \text{ 두 근의 곱은 } \frac{3b}{2}$$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, b = -4$$

이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 곱은 } \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

10. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?
[배점 3, 하상]

- ① 5 초 후 ② 6 초 후 ③ 7 초 후
 ④ 8 초 후 ⑤ 9 초 후

해설

지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.
 $0 = 40t - 5t^2, t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$
 $t > 0$ 이므로 $t = 8$
 \therefore 8 초 후

11. 이차방정식 $2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합이 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 근이 될 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** 2

해설

$2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.
 이를 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 x 값에 대입하면
 $\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + a = 0, a = 2$ 이다.

12. 이차방정식 $12x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** -2

해설

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은
 $12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0, 12x^2 - x - 1 = 0$
 따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로 $a + b = -2$ 이다.

13. 이차방정식 $3x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** 3

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,
 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로
 $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 이다.
 $\therefore \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$

14. 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45+40x-5x^2)$ m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.

$$45 + 40x - 5x^2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x + 1)(x - 9) = 0$$

따라서 $x = 9$ 이다.

15. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

16. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 2cm 늘여서 만든 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배 보다 4cm^2 만큼 넓어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x + 4(\text{cm}), x + 2(\text{cm})$ 이다.

$$\text{가로의 길이 : } x + 2$$

$$\text{세로의 길이 : } x + 2$$

$$(x + 2)^2 = 2x^2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 4cm 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 5$

$$\alpha - \beta$$

$$= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$$

$$= \sqrt{5^2 - 4 \times 5}$$

$$= \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}$$

18. 지면으로부터 초속 340m 로 똑바로 쏘아올린 공의 t 초 후의 높이를 $(-5t^2 + 340t)$ m 라고 할 때, 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 0 초 또는 68 초 ② 68 초
 ③ 48 초 ④ 28 초
 ⑤ 18 초

해설

땅에 떨어질 때의 높이는 0m 이므로
 $0 = -5t^2 + 340t, -5t(t - 68) = 0$
 따라서 68 초 후에 땅에 떨어진다.

19. 연속하는 세 자연수에서 가장 큰 수의 제곱은 작은 두 수의 곱의 2 배보다 20 이 작다고 한다. 세수의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

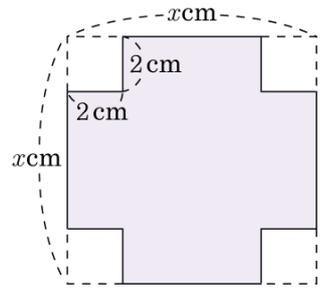
▶ **답:**

▶ **정답:** 21

해설

연속하는 세 양의 정수를 $x-1, x, x+1$ 라 하면
 $(x+1)^2 + 20 = 2x(x-1) \rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$
 $\rightarrow (x-7)(x+3) = 0 \rightarrow x = 7 (x > 0)$
 따라서 연속하는 세 자연수는 6, 7, 8 이고 그 합은 $6 + 7 + 8 = 21$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형모양의 두꺼운 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm 인 정사각형을 각각 잘라내어 만든 상자의 부피가 50 cm^3 일 때, x 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① $2 + \sqrt{5}$ ② 4 ③ $4 - \sqrt{5}$
 ④ 9 ⑤ $4 + 2\sqrt{5}$

해설

$$(x - 4)^2 \times 2 = 50$$

$$\therefore x = 9$$

21. 어느 탐험대가 동굴을 살펴보다가 35 개의 보물을 발견하였다. 이 보물을 전체 탐험대원들이 똑같이 나누어 가졌더니 각자 가진 보물들 수가 전체 탐험대원 수의 2 배보다 3 개가 적었다. 이 때, 전체 탐험대원의 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** 5 명

해설

탐험대원의 수를 x 명 이라 하면

$$\frac{35}{x} = 2x - 3$$

$$2x^2 - 3x - 35 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$

22. 이차방정식 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $-4, -1$ ② $2\sqrt{7}, \frac{5}{9}$ ③ $2\sqrt{7}, 1$
 ④ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$

해설

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(3x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

두 근의 합 : $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱 : $-\frac{1}{3}$

23. 둘레의 길이가 28cm 이고 넓이가 45cm² 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이를 구하여라. (단, 가로와 세로의 길이는 유리수) [배점 4, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 9cm

해설

가로의 길이를 x cm라 하면 세로는 $(14 - x)$ cm
 또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 14 - x$, 즉 $x > 7$
 $x(14 - x) = 45$
 $(x - 5)(x - 9) = 0$
 $x = 5$ 또는 $x = 9$
 $x > 7$ 이므로 $x = 9$

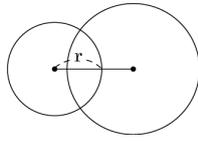
24. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$ ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
 ③ $x^2 + 6x - 4 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
 ⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$
 구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로
 (두 근의 합) = $(\alpha + \frac{1}{\beta}) + (\beta + \frac{1}{\alpha})$
 $= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
 $= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6$
 (두 근의 곱) = $(\alpha + \frac{1}{\beta})(\beta + \frac{1}{\alpha})$
 $= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$
 따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차이가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 \quad (r > 0)$$