

확인학습문제

1. 다음 중 이차방정식인 것은?

[배점 2, 하중]

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 삼차방정식

2. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?

[배점 2, 하중]

① $x = 5, x = -3$

② $x = -5, x = 3$

③ $x = 15, x = 1$

④ $x = -3, x = -5$

⑤ $x = -5, x = -3$

해설

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x + 3)(x - 5) = 0$,

$x = 5, x = -3$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + 2x = -2x - 4$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$(x + 2)^2 = 0$

$\therefore x = -2$ (증근)

4. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면? [배점 3, 하상]

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$

③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$

$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$

$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$

$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

5. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} x^2 + 6x &= \textcircled{㉠} \\ x^2 + 6x + \textcircled{㉡} &= \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \\ (x + \textcircled{㉢}) &= \textcircled{㉣} \\ x + \textcircled{㉤} &= \pm\sqrt{\textcircled{㉥}} \\ \therefore x &= \textcircled{㉦} \end{aligned}$$

[배점 3, 하상]

- ① -3 ② 9 ③ 3
④ 6 ⑤ $\pm\sqrt{6}$

해설

$x^2 + 6x = -3$
좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면
 $x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$
 $(x + 3)^2 = 6$
 $x + 3 = \pm\sqrt{6}$
 $\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$
따라서 ㉥의 연결이 옳지 않다.

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $1 \pm \sqrt{10}$
③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$
⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x - 3 &= 0 \\ 2x^2 - 4x &= 3 \\ 2(x^2 - 2x) &= 3 \\ x^2 - 2x &= \frac{3}{2} \\ (x - 1)^2 &= \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \\ x - 1 &= \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \\ x &= 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

7. 다음 이차방정식을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4 \\ (x - 2)^2 &= 3 \\ \therefore a &= -2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 1 \end{aligned}$$

8. $\{x|x^2+9x+a=0\} \cap \{x|x^2+bx+10=0\} = \{-2\}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

9. $A = \{x|x^2-4x+3=0\}$, $B = \{x|2x^2-3x-9=0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의 원소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A 에서 $(x-3)(x-1)=0$, $x=1, 3$
집합 B 에서 $(2x+3)(x-3)=0$, $x=-\frac{3}{2}, 3$
따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2-2x-48=0$ 의 해를 a, b (단, $a > b$) 라고 할 때, a^2-b^2 의 값을 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 22 ② 25 ③ 28 ④ 31 ⑤ 34

해설

$$x^2-2x-48=0$$

$$(x+6)(x-8)=0$$

$$a=8, b=-6$$

$$\therefore 64-36=28$$

11. 이차방정식 $x^2+6x+7=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$x^2+6x+7=0$$

$$(x+3)^2=2$$

$$(x+a)^2=b \therefore a=3, b=2$$

$$\therefore a+b=5$$

12. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때,
a 와 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로

주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -3 \text{ (다른 한 근)}$$

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로
변형할 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

▶ 정답 : $b = \frac{17}{4}$

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

14. 두 집합 $A = \{x \mid 2x^2 + 3x - 2 = 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 + 7x + 6 = 0\}$ 에 대하여 $A \cup B$ 를 구하면?

[배점 3, 중하]

① $\left\{-\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$

② $\left\{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2\right\}$

③ $\left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

④ $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 2\right\}$

⑤ $\left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2\right\}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore A = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore B = \left\{-2, -\frac{3}{2}\right\}$$

$$\therefore A \cup B = \left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

15. 다음 이차방정식의 해집합은?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

[배점 3, 중하]

① $\left\{-\frac{1}{2}, -3\right\}$

② $\left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$

③ $\left\{\frac{1}{2}, -3\right\}$

④ $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$

⑤ $\left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 근은? [배점 3, 중하]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $\therefore a = 2$
 $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = -4$

17. 이차방정식 $(2x - 3)^2 = K$ 이 중근을 갖고 그 근을 a 라고 할 때, $a + K$ 의 값은? (단, K 는 상수) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$K = 0, a = \frac{3}{2}$
 $\therefore a + K = \frac{3}{2}$

18. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6) - 7 = 0$ 을 만족할 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② 7 ③ 8
 ④ -1, 7 ⑤ -7, 1

해설

$(a+b)(a+b-6) - 7 = 0$
 $a+b = A$ 로 치환하면
 $A(A-6) - 7 = 0$
 $A^2 - 6A - 7 = 0$
 $(A-7)(A+1) = 0$
 $\therefore A = a+b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)

19. 두 집합 $A = \{x | 3x^2 - 2x - 5 = 0\}$, $B = \{a, b\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, ab 의 값은? [배점 4, 중중]

① $-\frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ -1
 ④ 3 ⑤ 0

해설

$A = \{x | 3x^2 - 2x - 5 = 0\}$
 $3x^2 - 2x - 5 = (3x-5)(x+1)$
 $\therefore x = \frac{5}{3}, x = -1$
 $\therefore ab = \frac{5}{3} \times (-1) = -\frac{5}{3}$

20. $\{x|ax^2 + (4a+2)x - a - 2 = 0\} = \{-5, b\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$x = -5$ 일 때

$$a \times (-5)^2 + (4a+2) \times (-5) - a - 2 = 0$$

$$25a - 20a - 10 - a - 2 = 0$$

$$4a = 12, a = 3$$

$$3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 0$$

$$(x+5)(3x-1) = 0$$

$$x = -5, x = \frac{1}{3} = b$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

21. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

㉠ $(x-3)(x-5) = 0$

㉡ $(2x-1)(x+3) = 0$

㉢ $(3x+1)(4x-2) = 0$

[배점 4, 중중]

① $-\frac{5}{3}$

② $-\frac{7}{3}$

③ $-\frac{8}{3}$

④ $-\frac{10}{3}$

⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

㉠ $x-3=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

㉡ $2x-1=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

㉢ $3x+1=0$ 또는 $4x-2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 음의 근만 모두 더하면 $-3 - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$

22. 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 이 이차방정식 $x^2-5x+a=0$ 과의 공통근 2를 중근으로 가질 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -6

해설

$x=2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
 $x=2$ 를 $x^2-5x-a=0$ 에 대입하면 $4-10-a=0$
 $\therefore a=-6$
 또 $x^2+bx+c=0$ 은 $x=2$ 가 중근이므로
 $(x-2)^2=0$
 $x^2-4x+4=0$
 $\therefore b=-4, c=4$
 $\therefore a+b+c=-6+(-4)+4=-6$

23. 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, ak^2+bk+1 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2+bx+3=0$ 에 $x=k$ 를 대입하면
 $ak^2+bk+3=0$, $ak^2+bk=-3$
 $\therefore ak^2+bk+1=(-3)+1=-2$

24. 부등식 $2x+5 \leq x+6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x+5 \leq x+6, x \leq 1$
 이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.
 따라서 $x=1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로
 $x^2+ax+b=0 \leftrightarrow (x-1)^2=x^2-2x+1=0$
 $\therefore a=-2, b=1$

25. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $x^2=0$
 ② $x(x-6)+9=0$
 ③ $\frac{1}{2}x^2+4x+8=0$
 ④ $x^2-1=0$
 ⑤ $x^2+6x+11=-(4x+14)$

해설

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 중근을 갖는다.
 ④ $x^2=1$ 이므로 $x=\pm 1$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

26. 두 집합 $A = \{x \mid 6x^2 + 9x - a = 0\}$, $B = \{x \mid 3x^2 + 8x + 4 = 0\}$ 에 대하여 $A \cup B = \left\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{-2\}$

해설

$$\begin{aligned} B &= \{x \mid 3x^2 + 8x + 4 = 0\} = \{x \mid (x+2)(3x+2) = 0\} \\ \therefore B &= \left\{-2, -\frac{2}{3}\right\} \\ \frac{1}{2} \in A &\text{이므로 } x = \frac{1}{2} \text{ 를 } 6x^2 + 9x - a = 0 \text{ 에 대입하면} \\ 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 9 \cdot \frac{1}{2} - a &= 0 \therefore a = 6 \\ \text{즉, } 6x^2 + 9x - 6 &= 0 \text{ 이므로 } (2x-1)(3x+6) = 0 \\ \therefore x &= -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2} \\ \therefore A \cap B &= \{-2\} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

27. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -18

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2ax + b &= 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2 \\ (x-a)^2 &= -b + a^2, (x-a) = \pm\sqrt{-b+a^2} \\ \therefore x &= a \pm \sqrt{-b+a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5} \\ \text{따라서 } a &= 1, a \text{ 값을 대입하면} \\ \sqrt{1-b} &= \sqrt{20} \\ \therefore b &= -19 \\ \text{따라서 } a+b &= -18 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

28.

[배점 5, 중상]

해설

29.

[배점 5, 중상]

해설

30. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} x = a \text{ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 } a^2 - 4a + 2 &= 0 \\ \text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 4 + \frac{2}{a} = 0 &\text{이므로 } a + \frac{2}{a} = 4 \\ \therefore a^2 + \frac{4}{a^2} &= \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12 \end{aligned}$$

31. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$ 이다.
 $a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

32. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
 ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
 ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
 $x = 3, -1$
따라서 두 근의 곱은 -3 이다.
 ㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근)이다.
 ㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음이 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

33. x 가 집합 $\{x \mid -x-8 \leq -2(x+1)\}$ 이고 x 는 자연수}의 원소일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

$$(x-4)^2 = 9$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 1

해설

부등식 $-x-8 \leq -2(x+1)$ 을 정리하면 $x \leq 6$ 이다.
따라서 $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 원소로 갖는다.
 $x = 1$ 일 때, $(1-4)^2 = 9$ 를 만족한다.

34. 집합 $\{x \mid 3x^2 + 5x - 2 = 0\}$ 과 같은 집합 $\{x \mid ax + b = 0\} \cup \{x \mid cx + d = 0\}$ 라고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1)(x + 2) = 0$$
$$\therefore a + b + c + d = 3 - 1 + 1 + 2 = 5$$

35. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.