

확인학습문제

1. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\ &= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\ &= 18 - 4 \\ &= 14 \\ \therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\ &= 3 \times 14 \\ &= 42 \end{aligned}$$

2. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\ &= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\ &= 45 - 2 \\ &= 43 \\ \therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= 5 \times 43 \\ &= 215 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - (2 - \sqrt{3})^2$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3} - 5$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} &= \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3} \\ (2 - \sqrt{3})^2 &= 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} \\ (\text{준식}) &= (2 + \sqrt{3}) - (7 - 4\sqrt{3}) \\ &= -5 + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

4. $a = 8 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 16a + 55$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (a - 11)(a - 5) &= (8 + 2\sqrt{2} - 11)(8 + 2\sqrt{2} - 5) = \\ &= (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = -1 \end{aligned}$$

5. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $(x+y+1)(x+y-3)$
 ② $(x+y-1)(x+y-3)$
 ③ $(x+y-1)(x+y+3)$
 ④ $(x+y+1)(x+y+3)$
 ⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$$\begin{aligned} x+y &= A \text{ 라고 놓으면,} \\ A(A+2)-3 \\ &= A^2+2A-3 \\ &= (A-1)(A+3) \\ &= (x+y-1)(x+y+3) \end{aligned}$$

6. 곱셈 공식을 이용하여 39×41 을 계산하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 1599

해설

$$\begin{aligned} 39 \times 41 &= (40-1)(40+1) = 40^2 - 1^2 \\ &= 1600 - 1 = 1599 \end{aligned}$$

7. $x^2+3xy-x-6y-2$ 를 인수분해 하면 $(x-2)(ax+by+c)$ 이다.
 $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} x^2+3xy-x-6y-2 \text{ 를 } x \text{ 에 관해 정리하면} \\ x^2+(3y-1)x-2(3y+1) &= (x-2)(x+3y+1) \\ \therefore a=1, b=3, c=1 \\ \therefore a+b+c &= 5 \end{aligned}$$

8. 인수분해를 이용하여 $1.23 \times 552 - 1.23 \times 452$ 를 계산하면 $1.23 \times \square$ 이 된다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 80 ② 100 ③ 120
 ④ 140 ⑤ 160

해설

$$\begin{aligned} 1.23(552-452) &= 1.23 \times 100 \\ \therefore \square &= 100 \end{aligned}$$

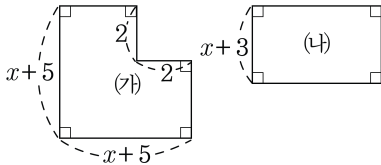
9. $xy = 5$ 이고, $x^2y + xy^2 + 2(x+y) = 42$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$\begin{aligned} x^2y + xy^2 + 2(x+y) &= xy(x+y) + 2(x+y) \\ &= (x+y)(xy+2) = 42 \text{ 에서} \\ xy &= 5 \text{ 이므로 } x+y = 6 \text{ 이다.} \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x+y)^2 - 2xy \\ &= 6^2 - 2 \times 5 \\ &= 36 - 10 = 26 \end{aligned}$$

10. 그림에서 두 도형 (가)와 (나)의 넓이는 같다. 도형 (나)의 세로의 길이를 $x+3$ 라고 할 때 가로의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

① 2 ② $x+2$ ③ $x+3$
④ $x+5$ ⑤ $x+7$

해설

$$\begin{aligned} \text{(가)의 넓이는 } (x+5)^2 - 2^2 &= (x+5-2)(x+5+2) \\ &= (x+3)(x+7) \text{ 이므로} \\ \text{(나)의 가로의 길이는 } x+7 &\text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + a \quad [\text{배점 3, 중하}]$$

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5) + a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15) + a \\ x^2+8x &= A \text{ 로 치환하면} \\ \text{(준식)} &= (A+7)(A+15) + a \\ &= A^2 + 22A + 105 + a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2 \\ 11^2 &= 105 + a \\ \therefore a &= 16 \end{aligned}$$

12. $a+b=1$, $ab=-6$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= 1^2 - 2 \times (-6) \\ &= 1 + 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

13. $x = \sqrt{2} - 4$ 일 때, $x^2 - 4x + 4$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $38 - 12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &= (x - 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 4 - 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 6)^2 \\ &= 2 - 12\sqrt{2} + 36 \\ &= 38 - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &\quad (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

15. $6(x - y)^2 - (x - y) - 2$ 를 인수분해하면?

[배점 3, 중하]

① $(3x - 3y - 2)(2x - 2y + 1)$

② $(3x - 3y + 2)(2x - 2y - 1)$

③ $(3x - y - 2)(2x - y + 1)$

④ $(3x - y + 2)(2x - y - 1)$

⑤ $(3x - 2y)(2x + y)$

해설

$x - y = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} 6A^2 - A - 2 &= (3A - 2)(2A + 1) \\ &= \{3(x - y) - 2\} \{2(x - y) + 1\} \\ &= (3x - 3y - 2)(2x - 2y + 1) \end{aligned}$$

16. $a - b = 4$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b &= (a - b)^2 - 2(a - b) \\ &= (a - b)(a - b - 2) \\ &= 4 \times (4 - 2) \\ &= 8 \end{aligned}$$

17. $a+b=10$, $a^2-b^2-3a-3b=50$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b-3) &= 50, \quad a+b=10 \\ a-b-3 &= 5 \\ \therefore a-b &= 8\end{aligned}$$

18. $(a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2$ 을 인수분해하면? [배점 4, 중중]

- ① $(a-b+3c)(a-b-7c)$
- ② $(a-b+4c)(a-b+5c)$
- ③ $(a-b-5c)(a-b+8c)$
- ④ $(a-b+5c)(a-b-8c)$
- ⑤ $(a-b-2c)(a-b+4c)$

해설

$$\begin{aligned}a-b &= t \text{로 놓으면,} \\ (a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2 \\ &= (t-2c)(t+5c)-30c^2 \\ &= t^2+3ct-40c^2 \\ &= (t-5c)(t+8c) \\ &= (a-b-5c)(a-b+8c)\end{aligned}$$

19. $x=\sqrt{2}-1$, $y=\sqrt{2}+1$ 일 때, 다음을 계산하여라.

보기

$$xy^2-x^2y$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}xy^2-x^2y &= xy(y-x) \\ &= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1) \\ &= (2-1)2=2\end{aligned}$$

20. $a^2-8a-9b^2+16$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

- ① $(a+3b-4)(a-3b-4)$
- ② $(a+3b+4)(a-3b-4)$
- ③ $(a+3b+4)(a+3b-4)$
- ④ $(a-3b-4)^2$
- ⑤ $(a+3b+4)(a-3b+4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) \quad a^2-8a+16-9b^2 \\ &= (a-4)^2-(3b)^2 \\ &= (a+3b-4)(a-3b-4)\end{aligned}$$

21. $x^2 - 4x - 9y^2 + 4$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 골라라. (단, $a > 0, b > 0$)

㉠ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

㉡ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

㉢ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉣ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉤ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 9y^2 + 4 &= (x^2 - 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x - 2)^2 - (3y)^2 \quad \dots \ominus a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2 + 3y)(x - 2 - 3y) \quad \dots \ominus a^2 - b^2 \\ &= (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

22. 가로 길이가 $x + y + 1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2 + y^2 + 2xy - x - y - 2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$x^2 + y^2 + 2xy - x - y - 2 = (x + y)^2 - (x + y) - 2$$

$x + y = X$ 라 두면

$$X^2 - X - 2 = (X + 1)(X - 2)$$

따라서 세로의 길이는 $x + y - 2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x + y + 1 + x + y - 2) = 4x + 4y - 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 6$ 이다.

23. 다음 $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

① $(x^2 + 3x + 6)^2$

② $(x^2 + 3x - 1)^2$

③ $(x^2 - 3x + 3)^2$

④ $(x^2 - 5x + 3)^2$

⑤ $(x^2 + 3x + 1)^2$

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$$

$x^2 + 3x = A$ 라 하면

$$A(A + 2) + 1$$

$$= A^2 + 2A + 1 = (A + 1)^2$$

$$= (x^2 + 3x + 1)^2$$

24. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

[배점 5, 중상]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y + 1$
④ $x + y$ ⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy \\ &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy\{x(y - 1) - (y - 1)\} \\ &= xy(x - 1)(y - 1) \end{aligned}$$

25. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$
③ $22 - 41\sqrt{3}$ ④ $22\sqrt{3} - 41$
⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & a + 2 = t \text{ 로 치환하면} \\ & 3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8 \\ &= 3t^2 - 2t - 8 \\ &= (t - 2)(3t + 4) \\ &= (a + 2 - 2)\{3(a + 2) + 4\} = a(3a + 10) \\ &= (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} + 16) \\ &= 41 + 22\sqrt{3} \end{aligned}$$