

확인학습문제

1. $x = 4 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$(x-5)(x-3) = (4+\sqrt{2}-5)(4+\sqrt{2}-3) = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$$

2. $\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1} = \frac{15(39 - 32)}{(6+1)(6-1)} = 3$$

3. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + bx + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y+4)(y-2) \\ &= (x-y+2)(x+y+4) \\ \therefore a &= 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 2 \end{aligned}$$

4. 다음 중 $x^2(x-1)^2 - 8x(x-1) + 12$ 의 인수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $x+1$

② $x-1$

③ $x+2$

④ $x-2$

⑤ $x-3$

해설

$x-1 = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} A^2x^2 - 8Ax + 12 &= (Ax-2)(Ax-6) \\ &= (x^2-x-2)(x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

5. $x + y = -2$, $xy = 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $(x-y)^2 = -1$

㉡ $x^2 + y^2 = 2$

㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

㉣ $x^2y + xy^2 = -2$

㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} ㉠ \quad (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0 \\ ㉢ \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{x+y}{xy} = -2 \\ ㉤ \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} &= \frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \end{aligned}$$

6. $a+b=2$, $a^2-b^2=10$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 2 \times (a-b) = 10$$

$$\therefore a-b=5$$

7. $a(2a-b)-(b-2a)$ 를 인수분해 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $(a-1)(2a-b)$ ② $(a-1)(2a+b)$
③ $(a+1)(2a+b)$ ④ $(a+1)(2a-b)$
⑤ $a(2a-b)$

해설

$$a(2a-b)-(b-2a)$$

$$= a(2a-b) + (2a-b)$$

$$= (2a-b)(a+1)$$

8. $ma-mb+mc$ 를 인수분해한 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $m(a+b+c)$ ② $m(a-b-c)$
③ $m(a-b+c)$ ④ $ma(1-b+c)$
⑤ $m(a+b-c)$

해설

$$ma-mb+mc = m(a-b+c)$$

9. $4a^2-6ab$ 를 인수분해한 것은? [배점 3, 하상]

- ① $4a(a-b)$ ② $2ab(a-3)$
③ $a(a-b)$ ④ $2a(2a-3b)$
⑤ $4a^2(1-6b)$

해설

$$4a^2-6ab = 2a(2a-3b)$$

10. $a = \sqrt{2}+1$, $b = \sqrt{2}-1$ 일 때, a^2-b^2 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$a^2 - b^2$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= (\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1)$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2$$

$$= 4\sqrt{2}$$

11. $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= 4^2 + 2 \times (-2) \\ &= 16 - 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

12. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &\quad (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

13. $a = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$, $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ 일 때, $2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

① -24

② -12

③ 12

④ 24

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} &2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b \\ &= 2\sqrt{3}(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - 6\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 6\sqrt{6} - 12 - 12 - 6\sqrt{6} \\ &= -24 \end{aligned}$$

14. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ 을 유리화하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3} + 7$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{4 + 4\sqrt{3} + 3}{4 - 3} \\ &= 4\sqrt{3} + 7 \end{aligned}$$

15. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $(a-b+1)(a-b+2)$
 ② $(a+b+1)(a+b+2)$
 ③ $(a-b+1)(a+b+2)$
 ④ $(a-b-1)(a-b-2)$
 ⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= A(A+3)+2 \\ &= A^2+3A+2 \\ &= (A+1)(A+2) \\ &= (a+b+1)(a+b+2) \end{aligned}$$

16. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2} - 4$ 일 때, $3x^2 - 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $35 - 14\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4xy + y^2 &= (3x - y)(x - y) \\ &= \{3(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &\quad \times \{(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &= (3 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4)(1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4) \\ &= 7(5 - 2\sqrt{2}) \\ &= 35 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

17. $x = \frac{2}{\sqrt{6}-2}$ 일 때, $(x+1)^2 - 6(x+1)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -3

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{6} + 2 \\ (x+1)^2 - 6(x+1) &= (x+1)(x-5) \\ &= (\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-3) \\ &= -3 \end{aligned}$$

18. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① $\pm\sqrt{5}$

② ± 4

③ ± 1

④ 2

⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5 \\ x + \frac{1}{x} &= \pm\sqrt{5} \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

19. 두 다항식 $(x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ 과 $2x^2 - 9x - 5$ 의
공통인수는? [배점 4, 중중]

- ① $x+1$ ② $2x+1$ ③ $x-1$
④ $x-5$ ⑤ $2x-1$

해설

$(x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ 에서 $x-1 = A$ 로 치환하면
 $A^2 - 2A - 8 = (A+2)(A-4)$
 $= (x-1+2)(x-1-4)$
 $= (x+1)(x-5)$
 한편, $2x^2 - 9x - 5 = (2x+1)(x-5)$
 따라서 공통인수는 $x-5$

20. 인수분해 공식을 이용하여 다음 두 수 $B-10A$ 의 합을
구하면?

$$A = 18 \times 25 - 18 \times 23, B = 21^2 - 2 \times 21 + 1$$

[배점 4, 중중]

- ① 400 ② 360 ③ 200
④ 160 ⑤ 40

해설

$A = 18(25 - 23) = 18 \times 2 = 36$
 $B = (21 - 1)^2 = 20^2 = 400$
 $\therefore B - 10A = 400 - 10 \times 36 = 400 - 360 = 40$

21. $x = \sqrt{7}$, $x - y + 2 = 0$ 일 때, $x^3 + y - x - x^2y + 2$ 의
값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② -1 ③ -6
④ -10 ⑤ -12

해설

$x = \sqrt{7}$, $x - y = -2$ 이므로
 $x^3 + y - x - x^2y + 2 = x^3 - x^2y - x + y + 2$
 $= x^2(x - y) - (x - y) + 2$
 $= (x - y)(x^2 - 1) + 2$
 $= -2 \times (7 - 1) + 2$
 $= -10$

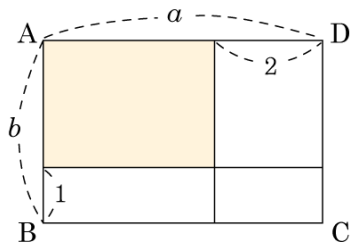
22. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 의 값은? (단,
 $xy \neq 0$) [배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$, $(x - 2y)^2 = 0$
 $\therefore x = 2y$
 $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면
 $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(2y)^2 + y^2}{2y \times y} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$

23. 다음 도형의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 것이 아닌 것은?



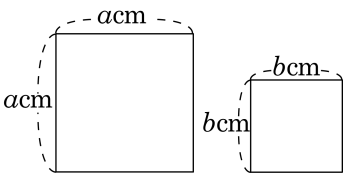
[배점 4, 중중]

- ① $(a - 2)(b - 1)$
- ② $a(b - 1) - 2(b - 1)$
- ③ $ab + 2$
- ④ $b(a - 2) - (a - 2)$
- ⑤ $ab - 2b - a + 2$

해설

색칠한 부분의 넓이: $(a - 2)(b - 1)$
 ② $a(b - 1) - 2(b - 1) = (a - 2)(b - 1)$
 ③ $ab + 2$
 ④ $b(a - 2) - (a - 2) = (a - 2)(b - 1)$
 ⑤ $ab - 2b - a + 2 = a(b - 1) - 2(b - 1) = (a - 2)(b - 1)$

24. 한 변의 길이가 각각 $a\text{cm}$, $b\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80cm 이고 넓이의 차이가 100cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 5cm
- ② 20cm
- ③ 40cm
- ④ 60cm
- ⑤ 80cm

해설

$4(a + b) = 80$ 이므로 $a + b = 20$
 $a^2 - b^2 = 100$ 이므로 $(a + b)(a - b) = 100$
 $a - b = 5$
 $\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$

25. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab$, $B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인수이다.
 ㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
 ㉢ A 와 B 의 공통인수는 a^2 이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ B 의 인수는 a , $ab - 2$, $a(ab - 2)$ 이다.
 ㉢ A 와 B 의 공통인수는 a 이다.

26. $x = \frac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$
 ③ $\frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{3}$
 ⑤ $\frac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3}, x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

27. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2 &= (x - y)^2 + (x - y) - 2 \\ &= (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} - 2 \\ &= 2 + \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

28. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

[배점 5, 중상]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y + 1$
 ④ $x + y$ ⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy\{x(y - 1) - (y - 1)\} \\ &= xy(x - 1)(y - 1) \end{aligned}$$

29. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면? [배점 5, 중상]

- ① $(x - y - 4)(x - y - 1)$
 ② $(x - y + 4)(x - y + 1)$
 ③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$
 ④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$
 ⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

30. 자연수 $10^4 - 1$ 의 약수의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 10 개 ② 12 개 ③ 16 개
 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

$$\begin{aligned} 10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\ &= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\ &= 101 \times 11 \times 9 \\ &= 3^2 \times 11 \times 101 \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ (개)

31. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= (2 - 6)(2 + 6) + (10 - 14)(10 + 14) \\ &\quad + (18 - 22)(18 + 22) + (26 - 30)(26 + 30) \\ &= -4(2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30) \\ &= -4 \times 4 \times 32 \\ &= -512 \end{aligned}$$

32. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2 \\ (a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6} \\ \therefore k^2 &= (2\sqrt{6})^2 = 24 \end{aligned}$$

33. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(\text{}) \end{aligned}$$

㉡ $(x+y)^2 + 3(x+y) + 2$ 에서 를 A 로 치환한다.

[배점 5, 중상]

- ① $x - 1, x - y$ ② $x - 1, x + y$
 ③ $x + 1, x - y$ ④ $x + 1, x + y$
 ⑤ $x, x + y$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

34. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라. (단, $x > y$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $18\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ x^3 + y^3 &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \\ \text{이므로} \\ \therefore x + y &= 3 \\ x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서} \\ \therefore xy &= \frac{3}{2} \\ x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서} \\ \therefore x - y &= \sqrt{3} (\because x > y) \\ \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

35. 다음 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, 빈 칸에 들어갈 숫자로 바른 것을 고르면?

$$4x^2 + 20x + \square$$

[배점 5, 상하]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$4(x^2 + 5x + \triangle)$ 에서 이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 되므로 5 의 절반의 제곱은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$\triangle = \frac{25}{4}$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 5x + \triangle) \\ = 4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) &= 4x^2 + 20x + 25 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $\square = 25$ 이다.