확인학습문제

1. 민수는 삼각형 모양의 색종이를 잘라 최대한 큰 원을 만들려고 한다. 순서대로 기호를 써라.

> ㉠ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
> ㉡ 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
> ㉢ 그린 원을 오린다.
> ㉣ 세 내각의 이등분선을 긋는다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

2. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

> 1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
> 2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
> 3. ______________________
> 4. 그린 원을 오린다.

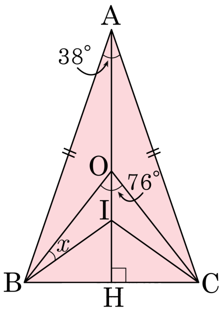
[배점 2, 하중]

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. <u>점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.</u>
4. 그린 원을 오린다.

3. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



[배점 2, 하중]

① 14° ② 15.2° ③ 16.5°

④ 17° ⑤ 17.5°

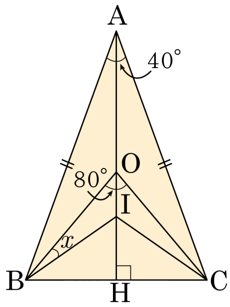
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

4. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

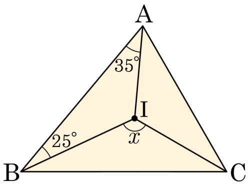
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

5. 점 I가 내심일 때, $\angle x = (\qquad)^\circ$이다. (　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



$\angle x$=(　　)°

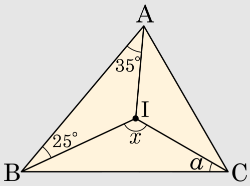
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 125°

해설

다음 그림과 같이 점 A, B, C 를 잡으면,



$\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$ 이다.

삼각형 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle ICB$를 $\angle a$라 하면,

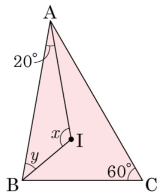
$35^\circ + 35^\circ + 25^\circ + 25^\circ + \angle a + \angle a + 180^\circ$, $\angle a = 30^\circ$ 이다.

삼각형 IBC 의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ \angle x = 125^\circ$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?



[배점 3, 하상]

① $\angle x = 120^\circ$, $\angle y = 40^\circ$

② $\angle x = 115^\circ$, $\angle y = 45^\circ$

③ $\angle x = 110^\circ$, $\angle y = 50^\circ$

④ $\angle x = 125^\circ$, $\angle y = 35^\circ$

⑤ $\angle x = 130^\circ$, $\angle y = 30^\circ$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40^\circ$

$\angle B = \ 2 \times \angle y = 2\angle y$

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$40^\circ + 2y + 60^\circ = 180^\circ$

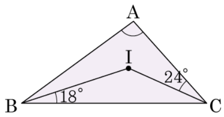
$\therefore \angle y = 40^\circ$

$\triangle ABI$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$20^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 120^\circ$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $96\,°$

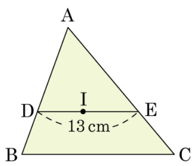
해설

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = 18\,°,\ \angle ICB = 24\,°$

$\therefore \angle A = 180\,° - 2(18\,° + 24\,°) = 96\,°$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

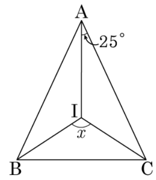
▶ 답 :

▷ 정답 : $13\,\text{cm}$

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI}+\overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25\,°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



[배점 3, 하상]

① $105\,°$ ② $110\,°$ ③ $115\,°$ ④ $120\,°$ ⑤ $125\,°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90\,° + \dfrac{1}{2}\angle A$ 이다.

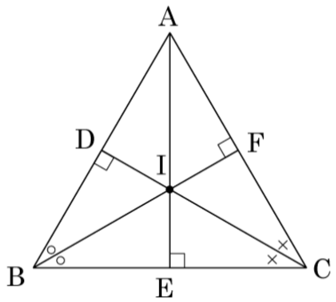
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle CAI = 25°$ 이면 $\angle BAI = 25\,°$이다.

$\angle A = \angle BAC = 50\,°$

$\therefore\ \angle BIC = 90\,° + \dfrac{1}{2} \times 50\,° = 115\,°$

10. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



[증명] $\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\mathrm{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD 이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\mathrm{ID}} = \boxed{\quad\quad} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동) 이므로
$\therefore$ $\boxed{\quad\quad} = \overline{\mathrm{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI 이므로 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle$A 의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

[배점 3, 하상]

① $\overline{\mathrm{IA}}$　② $\overline{\mathrm{IE}}$　③ $\overline{\mathrm{IC}}$
④ $\overline{\mathrm{IB}}$　⑤ $\overline{\mathrm{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동) 이므로
$\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\mathrm{IE}}$가 들어간다.

11. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가? [배점 3, 중하]

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

12. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 가지고 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례로 써라.

보기

㉠ △ABC 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.

㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.

㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

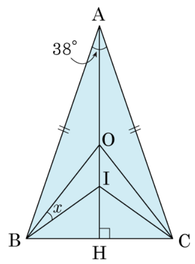
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① $13°$　② $\frac{29}{2}°$　③ $\frac{33}{2}°$　④ $16°$　⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

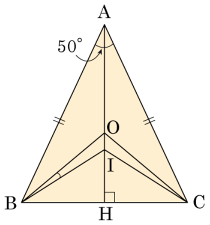
$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{15}{2}°$

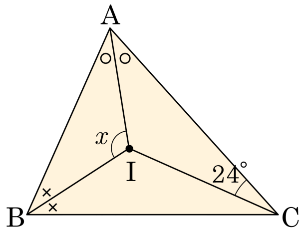
해설

$\angle BOC = 2\times\angle BAC = 2\times 50° = 100°$. $\angle OBC = 40°$.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 115°$, $\angle IBH = \frac{65}{2}°$.

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = \frac{15}{2}°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle ICA = 24°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $114°$

해설

점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$\angle ICA = \angle ICB = 24°$

$\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$2\times + 2\bullet + 2\times 24° = 180°$

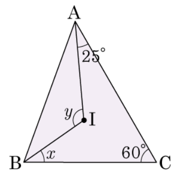
$\therefore \times + \bullet = 66°$

$\triangle IAB$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle x + \times + \bullet = 180°$

$\therefore\ \angle x = 114°$

16. 다음 그림의 $\triangle$ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle$CAI $= 25°$, $\angle$ACB $= 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



[배점 4, 중중]

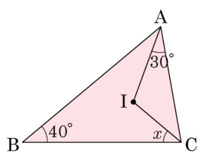
① 120° ② 125° ③ 145°

④ 155° ⑤ 165°

해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$
ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$, $\angle x = 35°$
$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

17. 다음 그림의 $\triangle$ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle$ABC $= 40°$, $\angle$CAI $= 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



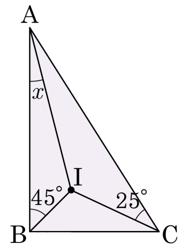
[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : $40°$

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$
$\angle IBA = 20°$
$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로
$\angle x + 20° + 30° = 90°$
$\therefore x = 40°$

18. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때 $\angle x$ = (   )° 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



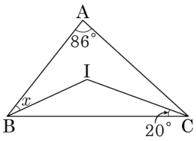
[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 20

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로
$\angle x + 45° + 25° = 90°$
$\therefore \angle x = 20°$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$ 일 때, $\angle ABI = (\quad)°$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

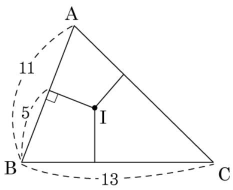
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore\ \angle ABI = 27°$이다.

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

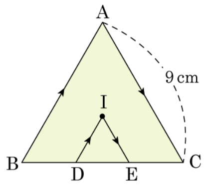
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

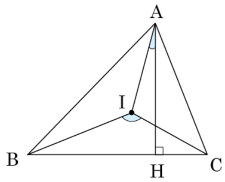
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9$(cm) 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}$cm $= 3$cm 이다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심이고 $\angle \mathrm{ABC} = 60°$, $\angle \mathrm{BCA} = 70°$, $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$이다. $\angle \mathrm{IAH} : \angle \mathrm{BIC}$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle \mathrm{A} = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle \mathrm{IAB} = 25°$이다.

$\angle \mathrm{BAH} = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle \mathrm{IAH} = 5°$이다.

$\angle \mathrm{BIC} = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$