

확인학습1112

1. $3x - [-2x + 2y - 3\{x + 2y - (x - 2y)\}] + 2x$ 를 간단히 하였더니 $ax + by$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$\begin{aligned} & 3x - [-2x + 2y - 3\{x + 2y - (x - 2y)\}] + 2x \\ &= 3x - \{-2x + 2y - 3(x + 2y - x + 2y)\} + 2x \\ &= 3x - \{-2x + 2y - 3(4y)\} + 2x \\ &= 3x - (-2x + 2y - 12y) + 2x \\ &= 3x - (-2x - 10y) + 2x \\ &= 3x + 2x + 10y + 2x \\ &= 7x + 10y \\ &a = 7, b = 10 \therefore a + b = 17 \end{aligned}$$

2. 다음 식 중에서 이차식을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① $3(2a^2 - 1)$

② $1 + \frac{1}{x^2}$

③ $6a^2 - a + 1 - 6a^2$

④ $x\left(x - \frac{1}{x}\right) - x^2 + 1$

⑤ $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}y - 1$

해설

$$3(2a^2 - 1) = 6a^2 - 3$$

3. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 학생에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 다음 \square 안에 들어갈 수를 모두 더한 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} 3x - \{y - (7y - 6x)\} &= 3x - (y - 7y + 6x) \\ &= 3x - (6x - \square y) \\ &= 3x - 6x + \square y \\ &= \square x + \square y \end{aligned}$$

서준 : 10, 성진 : 12, 유진 : 15, 명수 : 20, 형돈 : 23

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 유진

해설

$$\begin{aligned} 3x - \{y - (7y - 6x)\} &= 3x - (y - 7y + 6x) \\ &= 3x - (6x - 6y) \\ &= 3x - 6x + 6y \\ &= -3x + 6y \end{aligned}$$

\square 안에 들어갈 수를 순서대로 나열하면 6, 6, -3, 6 이다.

이 수들을 더하면 $6 + 6 + (-3) + 6 = 15$ 이다.

4. $-x(2x - 6) + (x - 2)(-3x)$ 를 간단히 한 식에서 x^2 의 계수를 a , x 의 계수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 2, 하중]

- ① 7 ② -7 ③ 17
④ -17 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= -2x^2 + 6x - 3x^2 + 6x = -5x^2 + 12x \\ a + b &= -5 + 12 = 7 \end{aligned}$$

5. $x^2 - \{4x^2 + x - (2x - 2)\}$ 를 간단히 하면?
[배점 2, 하중]

- ① $-3x^2 + x + 2$ ② $3x^2 - x - 2$
③ $-3x^2 + x - 2$ ④ $-x^2 + 3x - 2$
⑤ $3x^2 - x + 10$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - \{4x^2 + x - (2x - 2)\} \\ &= x^2 - (4x^2 + x - 2x + 2) \\ &= x^2 - (4x^2 - x + 2) \\ &= x^2 - 4x^2 + x - 2 \\ &= -3x^2 + x - 2 \end{aligned}$$

6. 다음 안에 들어갈 알맞은 식을 구하여라.
 $x - 6y - \square = -2(2x - y)$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $5x - 8y$

해설

$$\begin{aligned} \square &= x - 6y + 2(2x - y) \\ &= x - 6y + 4x - 2y = 5x - 8y \end{aligned}$$

7. 다음 식을 간단히 한 것은?

$$(3a^2 - 2a - 4) - (-2a^2 + 3a - 2)$$

[배점 2, 하중]

- ① $a^2 + a - 6$ ② $a^2 + a - 2$
③ $5a^2 + a - 6$ ④ $5a^2 - 5a - 6$
⑤ $5a^2 - 5a - 2$

해설

$$\begin{aligned} &(3a^2 - 2a - 4) - (-2a^2 + 3a - 2) \\ &= 3a^2 - 2a - 4 + 2a^2 - 3a + 2 \\ &= 5a^2 - 5a - 2 \end{aligned}$$

8. $-xy^2 \times (-2x^2y)^3 \times 4x^4y^3 = Ax^By^C$ 일 때, $A - B + C$ 의 값은?
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 29

해설

$$\begin{aligned} &-xy^2 \times (-8x^6y^3) \times 4x^4y^3 = 32x^{11}y^8 \\ &A = 32, B = 11, C = 8 \therefore A - B + C = 29 \end{aligned}$$

9. $(a^2b^4)^3 \times a^3b^2 \div (ab^3)^2$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① a^6b^{10} ② a^7b^8 ③ $a^{10}b^{16}$
④ $a^{11}b^5$ ⑤ $a^{15}b^8$

해설

$$a^6b^{12} \times a^3b^2 \div a^2b^6 = a^7b^8$$

10. 어떤 식 A 에 $2x^2 - 5x + 7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니, 답이 $7x^2 - 2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 답은?
[배점 3, 하상]

- ① $5x^2 + 3x - 4$ ② $5x^2 - 3x - 4$
③ $3x^2 - 2x + 17$ ④ $3x^2 + 8x - 11$
⑤ $3x^2 - 12x + 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 - 2x + 3 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 5x^2 + 3x - 4 \\ (\text{바른계산}) &= 5x^2 + 3x - 4 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 3x^2 + 8x - 11 \end{aligned}$$

11. $\left(\frac{2}{3}a^xb^2\right)^3 \div \frac{4}{81}ab^2 = 6a^8b^y$ 일 때, 상수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}a^xb^2\right)^3 \div \frac{4}{81}ab^2 &= \left(\frac{2^3}{3^3}a^{3x}b^6\right) \times \frac{3^4}{2^2ab^2} \\ &= 6a^8b^y \end{aligned}$$

이므로 $x = 3, y = 4$ 이다.

$$\therefore x + y = 7$$

12. $3ab^2 \div \square = 4a^3b$ 일 때, \square 안에 알맞은 식을 골라라.
[배점 3, 하상]

- ① $12a^2bc$ ② $\frac{bc}{12a^2}$ ③ $\frac{3b}{4a^2}$
④ $\frac{4b}{3a^2c}$ ⑤ $\frac{12b}{a^2c}$

해설

$$\begin{aligned} 3ab^2 \times \frac{1}{\square} &= 4a^3b \\ \square &= \frac{1}{4a^3b} \times 3ab^2 = \frac{3b}{4a^2} \end{aligned}$$

13. $ax^2y^3 \times (-xy)^b = -5x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 각각의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $a = 1, b = 2, c = 3$
- ② $a = 3, b = 4, c = 3$
- ③ $a = 5, b = 2, c = 3$
- ④ $a = 5, b = 3, c = 5$
- ⑤ $a = 4, b = 5, c = 3$

해설

$$\begin{aligned} ax^2y^3 \times (-xy)^b &= a \times (-1)^b \times x^2 \times x^b \times y^3 \times y^b \\ &= -5x^cy^6 \\ a \times (-1)^b &= -5, 2 + b = c, 3 + b = 6 \text{ 이므로} \\ \therefore a &= 5, b = 3, c = 5 \end{aligned}$$

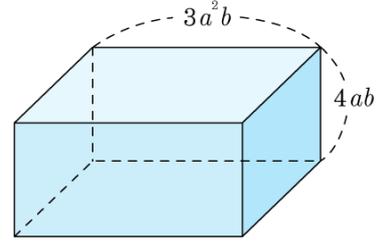
14. $(-b^2)^2 \times \left(\frac{3}{b}\right)^3$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① $3b$ ② $9b$ ③ $12b$
- ④ $24b$ ⑤ $27b$

해설

$$(-b^2)^2 \times \left(\frac{3}{b}\right)^3 = b^4 \times \frac{27}{b^3} = 27b$$

15. 다음 그림은 가로 길이가 $3a^2b$, 높이가 $4ab$ 인 직육면체이다. 이 입체도형의 부피가 $9a^2b^3$ 일 때 세로의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $\frac{2}{3b}$ ② $\frac{4b}{3a}$ ③ $\frac{2b}{3}$ ④ $\frac{4a}{3b}$ ⑤ $\frac{3b}{4a}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{직육면체의 부피}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \times (\text{높이}) \\ (\text{세로}) &= (\text{직육면체의 부피}) \div (\text{가로} \times \text{높이}) \\ 9a^2b^3 \div (3a^2b \times 4ab) &= \frac{9a^2b^3}{12a^3b^2} = \frac{3b}{4a} \end{aligned}$$

16. 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이)이므로

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

17. 다음 □에 들어갈 숫자를 차례로 나열한 것은?

$$(ab^2)^\square \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^\square}\right)^2 = \square a^2$$

[배점 3, 중하]

① 4, 1, 4 ② 4, 2, 4 ③ 4, 3, 3

④ 4, 3, 2 ⑤ 4, 4, 2

해설

$$(ab^2)^4 \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^2}\right)^2 = 4a^2 \text{ 이므로 빈칸에 들어갈 숫자는 } 4, 2, 4$$

18. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5 명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다.

문제) 다음 식을 간단히 하여라.

$$a - \{3b + 6a - (a - 2b - 5) + 7\}$$

각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 정답을 바르게 쓴 학생은 누구인지 기호로 써라.

㉠ 은서 : $4a + 5b + 12$

㉡ 준서 : $-4a - 5b - 12$

㉢ 성수 : $3a - b + 3$

㉣ 윤호 : $5a + 5b + 12$

㉤ 대성 : $-4a + 5b - 12$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

$$\begin{aligned} & a - \{3b + 6a - (a - 2b - 5) + 7\} \\ &= a - (3b + 6a - a + 2b + 5 + 7) \\ &= a - (5a + 5b + 12) \\ &= a - 5a - 5b - 12 \\ &= -4a - 5b - 12 \end{aligned}$$

19. 상수 a, b 에 대하여 $7x - 2y - \{5y - (x - 5y)\} = ax + by$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\begin{aligned} & 7x - 2y - \{5y - (x - 5y)\} \\ &= 7x - 2y - (5y - x + 5y) \\ &= 7x - 2y - (-x + 10y) \\ &= 7x - 2y + x - 10y \\ &= 8x - 12y \\ &\text{이므로 } a = 8, b = -12 \text{ 이다.} \\ &\therefore a - b = 8 - (-12) = 20 \end{aligned}$$

20. 상수 a, b 에 대하여 $3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} = ax + by$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} \\ &= 3x - 5y - (y - 4x - 6y) \\ &= 3x - 5y - (-4x - 5y) \\ &= 3x - 5y + 4x + 5y \\ &= 3x + 4x - 5y + 5y \\ &= (3 + 4)x + (-5 + 5)y \\ &= 7x \\ &\text{이므로 } a = 7, b = 0 \text{ 이다.} \\ &\therefore a + b = 7 + 0 = 7 \end{aligned}$$

21. 다음의 식들을 계산하고 답을 찾아 색칠하고, 색칠한 답이 의미하는 단어를 말하여라.

- ㉠ $(5x + 3y) + (-2x + y)$
- ㉡ $(3a - 2b) - (2a - b)$
- ㉢ $-3(x + 2y) - (5x - 2y)$
- ㉣ $\left(\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b\right) + \left(\frac{4}{5}a + \frac{3}{4}b\right)$
- ㉤ $\left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q\right) + \left(\frac{2}{3}p + \frac{1}{2}q\right)$
- ㉥ $(5x - y - 1) - (x + y - 3)$
- ㉦ $(a - 3b - 2) - (2a + b + 3)$
- ㉧ $(x + 2y - 1) + (-x + 3y + 2)$
- ㉨ $(3a - b + 4) - (a - 4b + 4)$
- ㉩ $(5x - 3y + 2) - (3x - 5y + 1)$
- ㉪ $\frac{-x + 3y}{4} + \frac{3x + y}{5}$
- ㉫ $\frac{3x - 4y}{2} - \frac{x + 2y}{3}$

$\frac{7x-16y}{6}$	$\frac{7}{6}p-\frac{1}{6}q$	$6x-7y$	$2x+2y+1$	$-a+4b$
$\frac{2x-y}{3}$	$5y+1$	$\frac{2}{3}a+\frac{5}{7}b$	$\frac{7}{5}a+\frac{5}{4}b$	$\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}y$
$3a+b-1$	$2a+3b$	$3a+b-7$	$4x-2y+2$	$-8x-4y$
$2p+3q$	$a-b$	$\frac{3x+5y}{4}$	$\frac{7x+19y}{20}$	$4x+5y$
$x-y-1$	$3x+4y$	$\frac{1}{3}p+\frac{3}{4}q$	$-a-4b-5$	$3x-y+7$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 가

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & (5x + 3y) + (-2x + y) = 3x + 4y \\ \text{㉡ } & (3a - 2b) - (2a - b) = 3a - 2b - 2a + b = a - b \\ \text{㉢ } & -3(x + 2y) - (5x - 2y) = -3x - 6y - 5x \\ & \quad + 2y = -8x - 4y \\ \text{㉣ } & \left(\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b\right) + \left(\frac{4}{5}a + \frac{3}{4}b\right) \\ &= \frac{3}{5}a + \frac{4}{5}a + \frac{1}{2}b + \frac{3}{4}b \\ &= \frac{7}{5}a + \frac{5}{4}b + \frac{1}{4}b = \frac{7}{5}a + \frac{5}{4}b \\ \text{㉤ } & \left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q\right) + \left(\frac{2}{3}p + \frac{1}{2}q\right) \end{aligned}$$

22. 다음 표에서 가로 방향으로는 뺄셈을, 세로 방향으로는 덧셈을 하여 (1) ~ (5)에 알맞은 것을 써넣어라.

	뺄셈		
	$4x-y$	$5x-7y-1$	(1)
↓ 덧셈	$x-y+4$	$7x+3y$	(2)
	(3)	(4)	(5)

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:

- ▷ 정답: (1) $-x + 6y + 1$
- ▷ 정답: (2) $-6x - 4y + 4$
- ▷ 정답: (3) $5x - 2y + 4$
- ▷ 정답: (4) $12x - 4y - 1$
- ▷ 정답: (5) $-7x + 2y + 5$

해설

- (1) $4x - y - (5x - 7y - 1)$
 $= 4x - y - 5x + 7y + 1$
 $= -x + 6y + 1$
- (2) $x - y + 4 - (7x + 3y)$
 $= x - y + 4 - 7x - 3y$
 $= -6x - 4y + 4$
- (3) $4x - y + (x - y + 4) = 5x - 2y + 4$
- (4) $5x - 7y - 1 + (7x + 3y) = 12x - 4y - 1$
- (5) $5x - 2y + 4 - (12x - 4y - 1)$
 $= 5x - 2y + 4 - 12x + 4y + 1$
 $= -7x + 2y + 5$

23. 다음 식을 간단히 한 것으로 옳은 것은?

$$3x^2y^3 \times (x^2)^2 \div (-2y^2)^3$$

[배점 3, 중하]

- ① $-\frac{2x^6}{4y^3}$
- ② $-\frac{3x^5}{4y^3}$
- ③ $-\frac{3x^6}{8y^3}$
- ④ $\frac{3x^5}{8y^3}$
- ⑤ $-\frac{3x^5}{8y^3}$

해설

$$3x^2y^3 \times (x^2)^2 \div (-2y^2)^3 = 3x^2y^3 \times x^4 \times \frac{1}{-8y^6}$$

$$= -\frac{3x^6}{8y^3} \text{ 이므로 ③ 이다.}$$

24. 다음 중 x 에 대한 이차식인 것을 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$
- ② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$
- ③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$
- ④ $x(4x - 2) + 5$
- ⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2$

해설

- ① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$
 $= 1 - 3x + 2x^2 - 2x^2 + 8x - 2$
 $= 5x - 1$
 \Rightarrow 계산을 하면 이차항이 소거된다.
- ② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$
 $= \frac{1}{5}x^2 + x - 1 + 1 + 4x - \frac{1}{5}x^2$
 $= 5x$
 \Rightarrow 계산을 하면 이차항이 소거된다.
- ③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$
 \Rightarrow 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.
- ④ $x(4x - 2) + 5 = 4x^2 - 2x + 5 \Rightarrow$ 이차식이다.
- ⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2 = -5x$
 \Rightarrow 계산을 하면 이차항이 소거된다.

25. $(2x^2y)^a \div 2x^by \times 4x^3y^2 = cx^4y^3$ 일 때, $|a - c + b|$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (2x^2y)^a \div 2x^by \times 4x^3y^2 &= cx^4y^3 \\ \frac{2^a x^{2a} y^a}{2x^by} \times 4x^3y^2 &= cx^4y^3 \\ 2^{a+1} x^{2a-b+3} y^{a+1} &= cx^4y^3 \\ 2^{a+1} = c, 2a - b + 3 = 4, a + 1 = 3 \\ \therefore a = 2, b = 3, c = 8 \\ \therefore |a - c + b| &= |-6 + 3| = 3 \end{aligned}$$

26. $2x - [7x - \{6x - 2y - (-3x + 2y) - 4x\}] - 4y$ 를 간단히 하면?

[배점 4, 중중]

- ① $-8y$ ② $4x - 8y$
- ③ 0 ④ $-10x - 8y$
- ⑤ $4x$

해설

$$\begin{aligned} &\text{중괄호 안을 먼저 계산하면,} \\ 6x - 2y + 3x - 2y - 4x &= 5x - 4y \text{ 이므로} \\ 2x - [7x - (5x - 4y)] - 4y & \\ = 2x - \{2x + 4y\} - 4y & \\ = 2x - 2x - 4y - 4y & \\ = -8y & \end{aligned}$$

27. $(-ab^3)^2 \times \left(\frac{a^3}{b}\right)^2 \div \{-(a^2b)^2\}$ 을 간단히 하면?
 [배점 4, 중중]

- ① a^3b^2 ② $-a^4b^2$ ③ $-a^2b^3$
 ④ $a\frac{3}{b^2}$ ⑤ $-a\frac{3}{b^2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= a^2b^6 \times \frac{a^6}{b^2} \times \left(-\frac{1}{a^4b^2}\right) \\ &= -a^4b^2 \end{aligned}$$

28. $\frac{6x^2 - 9x}{3x} - \frac{x^2 - 8x - 4}{2} = ax^2 + bx + c$ 에서 $ab - c$ 의 값을 구하면?
 [배점 4, 중중]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} \frac{6x^2 - 9x}{3x} &= 2x - 3 \\ 2x - 3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x + 2 &= -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 1 \\ \therefore a &= -\frac{1}{2}, b = 6, c = -1 \\ \therefore ab - c &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times 6 - (-1) = -3 + 1 = -2 \end{aligned}$$

29. 식 $(3x^2 + x - 2) + (-5x^2 - 7x + 1)$ 을 간단히 하면?
 [배점 4, 중중]

- ① $-2x^2 - 6x - 1$ ② $-2x^2 + 6x + 1$
 ③ $-2x^2 - 5x - 1$ ④ $8x^2 - 4x - 1$
 ⑤ $8x^2 + 4x + 1$

해설

$$\begin{aligned} &(3x^2 + x - 2) + (-5x^2 - 7x + 1) \\ &= 3x^2 + x - 2 - 5x^2 - 7x + 1 \\ &= -2x^2 - 6x - 1 \end{aligned}$$

30. 식 $(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$ 를 간단히 하면?
 [배점 4, 중중]

- ① $3a + 4b - 5$ ② $3a + 2b - 3$
 ③ $5a - 2b - 3$ ④ $5a + 2b + 3$
 ⑤ $5a - 2b + 3$

해설

$$\begin{aligned} &(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4) \\ &= 4a + b - 1 + a - 3b + 4 \\ &= 5a - 2b + 3 \end{aligned}$$

31. 반지름이 $4a$ 인 원기둥에 물이 h 만큼 담겨져 있다. 이 원기둥에 반지름이 $2a$ 인 쇠공을 완전히 넣었을 때, 물의 높이는 얼마나 높아지는지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{2}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면

원기둥의 물의 부피는 $\pi(4a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi(2a)^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{32a^3\pi}{3}}{\frac{16a^2\pi}{1}} = \frac{32a^3\pi}{48a^2\pi} = \frac{2}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

32. 높이가 $6a$ cm인 원뿔의 부피가 $32\pi a^3$ cm³일 때, 밑면의 반지름의 길이는? [배점 4, 중중]

① a cm ② $2a$ cm ③ $3a$ cm

④ $4a$ cm ⑤ $5a$ cm

해설

(원뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$ 이므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 밑면의 넓이를

x cm²라고 하면 $x = \pi r^2$

$$32\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 6a$$

$$x = 32\pi a^3 \times \frac{1}{2a} = 16a^2\pi$$

$$16a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 4a$$

33. $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \square)\} = -7x - 6y$ 일 때, \square 안에 알맞은 식은?

[배점 5, 중상]

① $-2x - y$ ② $-2x - y$ ③ $x + y$

④ $x + 2y$ ⑤ $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \square)\} \\ &= 3x - 2(x + 2y - y + 3x + \square) \\ &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\square \\ &= -5x - 2y - 2\square \\ &= -7x - 6y \\ \therefore \square &= x + 2y \end{aligned}$$

34. 다음 식을 간단히 하였을 때, A, B 의 값을 구하여라.

$$(xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 = x^A y^B$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $A = 6$

▶ 정답: $B = 4$

해설

$$\begin{aligned} & (xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 \\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{x^4y^6} \times x^8y^6 = x^6y^4 \\ \therefore A &= 6, B = 4 \end{aligned}$$

35. $2^{10} = 1000$ 이라고 할 때, 1.6^5 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$1.6^5 = \left(\frac{16}{10}\right)^5 = \frac{(2^4)^5}{10^5} = \frac{(2^{10})^2}{10^5} \\ = \frac{(10^3)^2}{10^5} = 10$$

36. $(-24xy^2) \div 12xy \times A = -8x^2y$, $-8x^2y^2 \div B \times x^2y^3 = 2x^3y$ 일 때, $A \times B$, $A \div B$ 의 값을 차례대로 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $4x^2, -4xy^4$ ② $-\frac{x}{y^4}, -16x^3y^4$
 ③ $-16x^3y^4, -\frac{x}{y^4}$ ④ $16x^3y^4, \frac{x}{y^4}$
 ⑤ $-16x^3y^4, -xy^4$

해설

$$\frac{-24xy^2}{12xy} \times A = -8x^2y \text{ 에서} \\ -2y \times A = -8x^2y \quad \therefore A = 4x^2 \\ \frac{-8x^2y^2 \times x^2y^3}{B} = 2x^3y \text{ 에서} \\ \frac{-8x^4y^5}{B} = 2x^3y \quad \therefore B = -4xy^4 \\ \therefore A \times B = 4x^2 \times (-4xy^4) = -16x^3y^4 \\ \therefore A \div B = 4x^2 \div (-4xy^4) = -\frac{x}{y^4}$$

37. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10} \\ = (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \dots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ = 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840$$

38. $(a, b) * (c, d) = \frac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y, -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2, \frac{-1}{xy}\right)$$

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{2}{4}x^2$ ② $-\frac{3}{4}xy$ ③ $-\frac{3}{4x^2}$
 ④ $-\frac{3}{4x}$ ⑤ $-\frac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\text{(준식)} = \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}} \\ = \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y}$$

39. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0$) [배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} \text{ 에 } x = 2y \text{ 를 대입하면}$$

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

40. $x + y + z = 0$ 일 때, $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$) [배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y}$$

$$= \frac{y}{y} + \frac{z}{z} + \frac{x}{x} + \frac{z}{z} + \frac{x}{x} + \frac{y}{y}$$

$$= \frac{1}{x}(y+z) + \frac{1}{y}(x+z) + \frac{1}{z}(x+y)$$

$$= \frac{1}{x}(-x) + \frac{1}{y}(-y) + \frac{1}{z}(-z)$$

$$= (-1) + (-1) + (-1) = -3$$

41. $216 = 3^m(3^n - 1)$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$216 = 3^3 \times 2^3 = 3^3 \times 8 = 3^3(3^2 - 1) = 3^m(3^n - 1)$$

$$m = 3, n = 2 \quad \therefore m + n = 5$$

42. $(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① $3xy^3$ ② $-3x^3y$ ③ $-4x^2$
 ④ $4x^2$ ⑤ $4x^2y$

해설

$$(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$$

$$= 9x^4y^2 \times \frac{2y^2}{3x^2y^4} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$$

$$= 6x^2 - 2x^2 = 4x^2$$

43. $a = -1, b = 3$ 일 때, $20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 225

해설

$$20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab = 25a^2b^2$$

$$= 25 \times (-1)^2 \times 3^2$$

$$= 225$$

44. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

45. $3^m(3^n + 1) = 2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m \times n$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$2430 = 243 \times 10 = 3^5 \times (3^2 + 1)$$

$$m = 5, n = 2$$

$$\therefore m \times n = 10$$

46. $a^2 \div a^{-3} \div \frac{1}{a^{-5}} \div \square = a$ ($a \neq 0$) 일 때, \square 안에 알맞은 식을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{a}$

해설

$$a^2 \times \frac{1}{a^{-3}} \times a^{-5} \times \frac{1}{\square} = a$$

$$a^2 \times a^3 \times \frac{1}{a^5} \times \frac{1}{\square} = a$$

$$\frac{1}{\square} = a$$

$$\therefore \square = \frac{1}{a}$$

47. $-2(2x - y - \square + 4) - 4y = -2x - 4y - 8$ 일 때, \square 안에 알맞은 식을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $x - y$

해설

양변에 $4y$ 를 더하면

$$-2(2x - y - \square + 4) = -2x - 8$$

$$\therefore 2x - y - \square + 4 = x + 4$$

$$\therefore \square = x - y$$

48. $x = 2, y = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$$\begin{aligned} & 2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}] \text{ 을 정리하면} \\ & 2x - \{7y - 2x - (x + 3y)\} \\ & = 2x - (-3x + 4y) \\ & = 5x - 4y \\ & 5x - 4y = 5 \times 2 - 4 \times (-1) = 14 \end{aligned}$$

49. 유진은 10000 원으로 현미 ag 을 사거나 울무 bg 을 사려고 한다. 현미와 울무를 같은 무게의 비로 섞어서 만든 현미울무는 10000 원에 몇 g 을 살 수 있는 지 a, b 를 사용하여 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2ab}{a+b}g$

해설

현미와 울무의 1g 당 가격은 각각 $\frac{10000}{a}$ 원, $\frac{10000}{b}$ 원이고, 현미와 울무를 섞은 현미울무는 2g 에 $\left(\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}\right)$ 원이므로

1 원에 $\left(\frac{2}{\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}}\right)g$ 을 살 수 있다.

따라서 현미울무는 10000 원에 $\frac{20000}{\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}} = \frac{2ab}{a+b}(g)$ 을 살 수 있다.

50. 유리수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{2b}{a}\right)^2 \doteq \pi$ 이다. 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이와 한 변의 길이가 $2kr$ 인 정사각형의 넓이가 같을 때, 유리수 k 를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{b}{a}$

해설

$$\begin{aligned} & (\text{반지름의 길이가 } r \text{인 원의 넓이}) = \pi r^2 \\ & (\text{한변의 길이가 } 2kr \text{인 정사각형의 넓이}) \\ & = (2kr)^2 = 4k^2r^2 \\ & \text{따라서 } \pi r^2 = 4k^2r^2 \\ & \left(\frac{2b}{a}\right)^2 \doteq \pi \text{ 이므로} \\ & \pi r^2 \doteq \left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2r^2 \\ & \left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2r^2 \\ & \left(\frac{2b}{a}\right)^2 = 4k^2 = (2k)^2 \\ & \frac{2b}{a} = 2k \\ & \therefore k = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

51. 두 자연수 x, y 에 대하여 $x = y^z$ 을 $\langle x : y \rangle = z$ 으로 나타내기로 할 때, $\langle 81 : a \rangle + \langle 64 : 2 \rangle = b$ 를 만족하는 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수이다.) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned} & \langle 81 : a \rangle \text{ 에서 } 81 = 3^4 \text{ 이므로 } a = 3 \\ & \therefore \langle 81 : 3 \rangle = 4 \\ & \langle 64 : 2 \rangle \text{ 에서 } 64 = 2^6 \text{ 이므로 } \langle 64 : 2 \rangle = 6 \\ & \text{따라서 } \langle 81 : 3 \rangle + \langle 64 : 2 \rangle = 4 + 6 = 10 \\ & \text{이므로 } b = 10 \\ & \therefore a + b = 3 + 10 = 13 \end{aligned}$$

52. $f(x) = a^{2x}b^{3x}$ 이고, $f(3x+1) = f(m) \times f^n(x)$ 일 때,
 $m - n$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$f(x) = a^{2x}b^{3x} = (a^2b^3)^x \text{ 이므로}$$

$$(\text{좌변}) = f(3x+1) = (a^2b^3)^{3x+1}$$

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= f(m) \times f^n(x) \\ &= (a^2b^3)^m \times ((a^2b^3)^x)^n \\ &= (a^2b^3)^m \times (a^2b^3)^{nx} \\ &= (a^2b^3)^{nx+m}\end{aligned}$$

따라서 $3x+1 = nx+m$, $n=3$, $m=1$ 이다.

$$\therefore m - n = 1 - 3 = -2$$