

확인학습문제

1. 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ ax - by = 3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때,
 $a - b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$ax - by = 3$ 은 $x + 2y = 9$ 와 같아야 한다.
 $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}$
 $a - b = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 6x - 3y = 9 \end{cases}$ 의 해집합을 구하면?
 [배점 2, 하중]

① ϕ
 ② $\{(1, -1)\}$
 ③ $\{(-2, 7)\}$
 ④ $\{(x, y) \mid x, y \text{는 모든 수}\}$
 ⑤ $\{(x, y) \mid 2x - y = 3 \text{인 모든 수}\}$

해설

$6x - 3y = 9$ 와 $2x - y = 3$ 은 같으므로 해는
 $2x - y = 3$ 인 모든 x, y 가 된다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = a \\ 6x - 3y = 9 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때,
 a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때 해가 무수히 많다.

따라서 $\begin{cases} 2x - y = a & \dots \textcircled{1} \\ 6x - 3y = 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad 3 \times \textcircled{1} = 6x - 3y = 3a$
 $3a$ 이므로 $3a = 9, a = 3$ 일 때, 해가 무수히 많다.

4. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?
 [배점 2, 하중]

① $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x = 2y + 2 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x = y + 3 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서 ④ $\begin{cases} x = y + 3 \dots \textcircled{1} \\ 2x - 2y = 5 \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad 2 \times \textcircled{1} \text{ 는 } \textcircled{2} \text{ 와}$
 상수항만 다르므로 해가 없다.

① 해가 무수히 많다.
 ② 해가 무수히 많다.
 ③ 1쌍의 해가 있다.
 ⑤ 1쌍의 해가 있다.

5. x, y 에 관한 두 연립방정식의 해가 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ ax - by = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} bx + ay = 3 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 1, b = 1$
 ③ $a = 1, b = -1$ ④ $a = -1, b = 1$
 ⑤ $a = -2, b = -1$

해설

두 연립방정식의 해가 같을 때, $\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

에서 해를 구하여

나머지 두 식에 대입하여 a, b 의 값을 구한다.

위 두 식에서 x, y 를 구하면 $x = 4, y = -1$

$$\begin{cases} ax - by = 5 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$$

에 x, y 의 값을 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} 4a + b = 5 \\ 4b - a = 3 \end{cases}$$

$b = 5 - 4a$ 를 $4b - a = 3$ 에 대입하면

$$4(5 - 4a) - a = 3$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

6. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때 $a - b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x + 5y = a - 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 2b - 3 \\ 4x - 5y = -5 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 연립방정식의 해가 같으므로, $2x + 3y = 3$ 과 $4x - 5y = -5$ 를 연립하면

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 6 \\ -) 4x - 5y = -5 \\ \hline 11y = 11 \end{array}$$

$$\therefore y = 1, x = 0$$

이 해를 각각의 식에 대입하여 a, b 를 구하면

$$a = 10, b = 1$$

$$a - b = 9$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} ax - 2y = -x + 10 \\ y + 2x = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} (a+1)x - 2y = 10 \\ 2x + y = b \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} (a+1)x - 2y = 10 \\ -4x - 2y = -2b \end{cases}$$

$$a + 1 = -4, a = -5, b = -5$$

$$\therefore a - b = -5 + 5 = 0$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 3y = a + 12 \end{cases}$ 를 만족하는 y 의 값이 x 의 값의 3 배일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

y 의 값이 x 의 값의 3 배이므로 $y = 3x$, 이를 $2x + y = 10$ 에 대입하면 $2x + 3x = 10$, $x = 2$ 이다. 따라서 $y = 6$, $x = 2$, $y = 6$ 을 $x + 3y = a + 12$ 에 대입하면 $2 + 3 \times 6 = a + 12$, $a = 8$ 이다.

9. 다음 연립방정식 중 해가 무수히 많은 것은? [배점 3, 하상]

① $\begin{cases} 2x - 4y = -6 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x - y = -7 \\ 7x + y = -1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x - y = -7 \\ 7x + y = -1 \end{cases}$

해설

① 두 번째 식에 $\times(-2)$ 하면 첫 번째 식과 완전히 일치하므로 해가 무수히 많다.

10. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 하상]

① $\begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ -x - 2y = 3 \end{cases}$

② $\begin{cases} -x + 2y = -2 \\ 4x - 8y = 4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 6x + 5y = -2 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ -2x + 2y = -6 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$

해설

첫 번째 식에 $\times 4$ 를 해서 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = -12$ 가 되므로 해가 없다. 미지수가 2 개인 일차연립방정식 $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ 에서 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ 이면 해가 없다.

② $\frac{-1}{4} = \frac{2}{-8} \neq \frac{-2}{4}$ 이므로 해가 없다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - ay = b \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a, b 값의 조건으로 알맞은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $a = 6, b = 2$ ② $a = 6, b \neq 2$
 ③ $a = 3, b = 1$ ④ $a = 6, b = -2$
 ⑤ $a = -6, b \neq 2$

해설

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{a} \neq \frac{1}{b} \therefore a = 6, b \neq 2$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 3y = 3 \\ 2x + y = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

해가 무수히 많을 조건은
 $\frac{a}{2} = \frac{3}{1} = \frac{3}{b}$ 이므로
 $a = 6, b = 1 \therefore a + b = 7$

13. 두 집합 $A = \{(x, y) | 4y = 3x + 1\}$, $B = \{(x, y) | 8y = ax - 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cap B = \emptyset$ 라는 것은 연립방정식의 해가 없다는 것과 같다.

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

$$\begin{cases} -3x + 4y = 1 & \dots \textcircled{1} \\ -ax + 8y = -1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$2 \times \textcircled{1} \text{ 하면 } \begin{cases} -6x + 8y = 2 & \dots 2 \times \textcircled{1} \\ -ax + 8y = -1 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 이다}$$

따라서 $-6 = -a$ 이므로 $a = 6$ 이다.

14. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2} \end{cases}$
- ② $\begin{cases} 0.2x - 0.5y = 0.8 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = \frac{4}{5} \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x - y = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서

① $\begin{cases} 3x - 4y = 6 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{1} = 12 \times \textcircled{2}$ 이므로 해가 무수히 많다.

② $\begin{cases} 0.2x - 0.5y = 0.8 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = \frac{4}{5} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $10 \times \textcircled{1} = 10 \times \textcircled{2}$ 이므로 해가 무수히 많다.

③ 1 쌍의 해가 있다.

④ $\begin{cases} x - y = 1 & \dots \textcircled{1} \\ -x + y = 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $(-1) \times \textcircled{1}$ 는 $\textcircled{2}$ 과 상수항만 다르므로 해가 없다.

⑤ 1 쌍의 해가 있다.

15. 다음 중 해가 2 개 이상인 연립방정식은?

[배점 3, 중하]

- ① $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ -\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 3 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 4 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.4 \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{3} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x = y + 3 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 9x - 3y = 3 \end{cases}$

해설

해가 2 개 이상이라는 것은 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것과 같다.

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때, 해가 무수히 많다.

따라서

① $\begin{cases} 5x + 2y = 11 & \dots \textcircled{1} \\ -\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{1}$ 과 $-10 \times \textcircled{2}$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

② $\begin{cases} x + y = 2 & \dots \textcircled{1} \\ 3x + 3y = 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $3 \times \textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

③ $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.4 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{3} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $10 \times \textcircled{1} = 12 \times \textcircled{2}$ 이므로 해가 무수히 많다.

④ 해가 없다.

⑤ 해가 없다.

16. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 중하]

① $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x - y = -6 \end{cases}$

② $3x + 2y = -6x - 4y = 3$

③ $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$

⑤ $x - 2y = 2x - y = 3$

해설

② $3x + 2y = 3$, $-6x - 4y = 3$ 에서 첫 번째 식에 $\times(-2)$ 를 한 후 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = -9$ 가 되므로 해가 없다.

17. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 중하]

① $x - 2y = 3x - 6y = 12$

② $x - 2y = 2x - y = 6$

③ $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -6 \end{cases}$

⑤ $\frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} = 1$

해설

① $x - 2y = 12$, $3x - 6y = 12$ 에서 첫 번째 식에 $\times 3$ 을 한 후 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = 24$ 가 되므로 해가 없다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} m^2x - 2y = m \\ 2y - 9x = 3 \end{cases}$ 의 해를 무수히 많게 하는 m 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② -3 ③ 9 ④ -9 ⑤ 1

해설

해가 무수히 많은 조건을
 $-\frac{m^2}{9} = -\frac{2}{2} = \frac{m}{3}$ 이므로
 $\therefore m = -3$

19. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 3y = -1 \\ 5x - 3y = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $a + b = -4$

해설

$\frac{a}{5} = \frac{3}{-3} = \frac{-1}{b} a = -5, b = 1$
 $\therefore a + b = -5 + 1 = -4$

20. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + ay = 3 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $a = \frac{1}{2}$

해설

$\frac{2}{1} = \frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 하므로 $2a = 1, a = \frac{1}{2}$

21. 연립방정식 $ax + by = 1$, $cx - 4y = -2$ 에 대하여 A는 옳게 풀어 $x = -2, y = -1$ 를 얻었고, B는 상수 c 를 잘못 보아서 $x = 1, y = 1$ 을 얻었다. 이 때, a, b, c 의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

A의 풀이의 해 $x = -2, y = -1$ 은 연립방정식의 해이므로 방정식에 대입하면

$$\begin{cases} -2a - b = 1 & \dots ① \\ -2c + 4 = -2 & \dots ② \end{cases}$$

따라서 $c = 3$

상수 c 를 잘못 보고 얻은 B의 해 $x = 1, y = 1$ 을 방정식에 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 1 & \dots ③ \\ c - 4 = -2 & \dots ④ \end{cases}$$

④식에서 얻은 $c = 2$ 는 잘못된 값이다.

① + ③을 하면 $a = -2, b = 3$

$\therefore a + b + c = (-2) + 3 + 3 = 4$

22. 다음 중 해가 없는 연립방정식은? [배점 4, 중중]

- ① $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 10x - 4y = 8 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 0.2y = 1 \\ x - 0.6y = 3 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} 4y = 8x + 3 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} 0.4x - 0.9y = 1.2 \\ 8x = 6(3y + 4) \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} 2x - 3(x + y) = 6 \\ 3x + 9y = -18 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서

① $\begin{cases} 5x - 2y = 4 & \dots ㉠ \\ 10x - 4y = 8 & \dots ㉡ \end{cases}$
 $2 \times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

② $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 0.2y = 1 & \dots ㉠ \\ x - 0.6y = 3 & \dots ㉡ \end{cases}$
 $3 \times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

③ $\begin{cases} 4y = 8x + 3 & \dots ㉠ \\ 4x - 2y = 1 & \dots ㉡ \end{cases}$
 $㉠$ 과 $2 \times ㉡$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

④ $\begin{cases} 0.4x - 0.9y = 1.2 & \dots ㉠ \\ 8x = 6(3y + 4) & \dots ㉡ \end{cases}$
 $20 \times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

⑤ $\begin{cases} 2x - 3(x + y) = 6 & \dots ㉠ \\ 3x + 9y = -18 & \dots ㉡ \end{cases}$
 $(-3) \times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

23. 연립방정식 $\begin{cases} -2x + y = 6 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$ (x, y 는 자연수)의 해의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 1 개
③ 2 개 ④ 3 개
⑤ 무수히 많다.

해설

첫 번째 식에 $\times(-2)$ 를 하면 $4x - 2y = -12$ 이다. 이 식에서 두 번째 식을 빼면, $0 \cdot x = -13$ 이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

24. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$6x - y = 4, \quad -2ax + by = 10, \quad bx - (3 + a)y = 1, \quad 7x - 2y = 3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{9}{4}$

해설

$6x - y = 4, 7x - 2y = 3$ 을 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$ 가 나온다.

따라서 네 직선의 교점은 $(1, 2)$ 이므로 나머지 두 직선에 $(1, 2)$ 를 대입하여 풀면 $a = -2, b = 3$ 이 나온다.

직선 $y = -2x + 3$ 의 x 절편은 $\frac{3}{2}$, y 절편은 3이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $\frac{3}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$ 이다.

25. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -5 \\ 5x + cy = 7 \end{cases}$ 을 푸는데 c 를 잘못 보아 $x = 0, y = 1$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = 3, y = 4$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} ax + by = -5 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x + cy = 7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 옳은 해가}$$

$x = 3, y = 4$ 이므로

$$3a + 4b = -5 \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$ 에 대입을 하면 $c = -2$ 이고, $\textcircled{2}$ 은 $x = 0, y = 1$ 도 만족하므로 $a \cdot 0 + b \cdot 1 = -5$ 에서 $b = -5$ 이다. 이것을 $\textcircled{3}$ 에 대입해서 성립해야 하므로 $a = 5$ 가 나온다.

$$\therefore a + b + c = 5 + (-5) + (-2) = -2$$