

단원테스트 1차

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cup X = A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$(A \cap B) \subset X \subset A$ 이므로

$\{2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

집합 X 는 2, 4를 원소로 갖는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$ 이다.

2. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$
- ② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \subset B$
- ③ $\{4, 5\} \subset \{5, 2 \times 2\}$
- ④ $\{a, b, c, e\} \subset \{a, b, c, d, f\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 홀수}\}$ 이면, $\{1, 3, 5, 7\} \subset A$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$
- ② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \not\subset B$
- ④ $\{a, b, c, e\} \not\subset \{a, b, c, d, f\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 홀수}\}$ 이면, $\{1, 3, 5, 7\} \not\subset A$

3. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$
- ② $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$ 이면, $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이다.
- ④ $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 4\} \subset B$
- ⑤ $\{4, 5\} \subset \{5, 4\}$

해설

- ① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$
- ② $(A \cap B) \subset B$
- ③ $A \cap B = B$
- ④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset$
- ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B) \subset B$

해설

- $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$ 이다.
- ④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.
- ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 는 $B = A$ 와 같으므로 옳지 않다.

5. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3 \times 7$ ② $2 \times 3^2 \times 7$
③ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

6. $A = \{x|x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 12 일 때, $n(A \cap B)$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 6$

7. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}$, $(A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

9. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 108 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 144 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$A \cap B$ 는 108 과 144 의 공약수의 집합이다.
 $108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.
 $\therefore n(A \cap B) = (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$

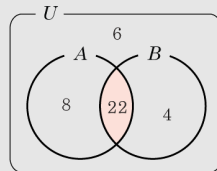
10. 우리 반 학생 40명 중에서 수학경시 대회에 참석한 학생은 30명, 영어 말하기 대회에 참석한 학생은 26명, 수학 경시대회에만 참석한 학생은 8명이다. 이때 수학 경시대회와 영어 말하기 대회에 모두 참석한 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22명

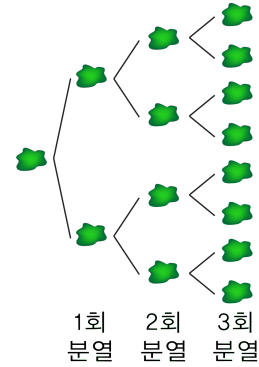
해설

전체 학생을 U , 수학 경시 대회에 참석한 학생을 A , 영어 말하기 대회에 참석한 학생을 B 라 할 때, 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 대회에 모두 참석한 학생 수는 22명이다.

11. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

12. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

이므로 $b = 2$ 이다.

$\therefore a+b = 3+2 = 5$ 이다.

13. 가로와 세로의 길이가 각각 10 cm, 12 cm 이고, 높이가 6 cm 인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개있다. 이것을 일정한 방향을 향하도록 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 만들어지는 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 60 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 10, 12, 6 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 10, 12, 6 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 60 cm 이다.

$$2) \begin{array}{r} 10 \\ 12 \\ 6 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 5 \\ 6 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 1 \end{array}$$

14. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수는? [배점 3, 중하]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

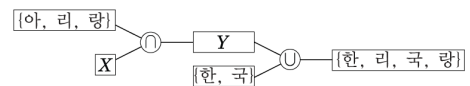
(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$504 = (\text{최대공약수}) \times 168$$

최대공약수는 3 이다.

15. 두 집합 A, B 의 교집합과 합집합을 다음 보기와 같이 나타내기로 한다. 이때, 다음 그림을 만족하는 집합 Y 를 구하여라.

<보기>



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: {리, 랑}

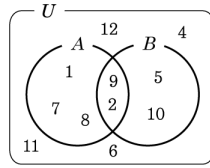
해설

$Y \cup \{\text{한, 국}\} = \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이므로 $\{\text{리, 랑}\} \subset Y \subset \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이다.

또, $\{\text{아, 리, 랑}\} \cap X = Y$ 이므로 $Y \subset \{\text{아, 리, 랑}\}$ 이다.

따라서 $Y = \{\text{리, 랑}\}$ 이다.

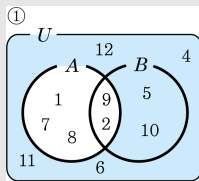
16. 다음 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



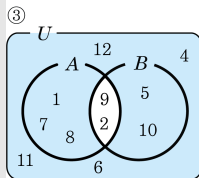
[배점 3, 중하]

- ① $A^C = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$
- ② $B^C = \{1, 4, 6, 7, 8, 11, 12\}$
- ③ $(A \cap B)^C = \{1, 3, 5, 7, 8, 10\}$
- ④ $A \cup (A \cup B)^C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12\}$
- ⑤ $A \cap B^C = \{1, 7, 8\}$

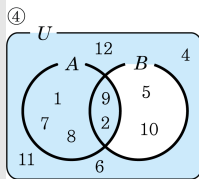
해설



$$A^C = \{4, 5, 6, 10, 11, 12\}$$



$$(A \cap B)^C = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12\}$$



$$A \cup (A \cup B)^C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\}$$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

17. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수를 A_5 , 7의 배수를 A_7 라 할 때, $100 = 5 \times 20$, $100 = 7 \times 14 + 2$, $n(A_5) = 20$, $n(A_7) = 14$, $n(A_5 \cap A_7) = n(A_{35}) = 2$, 5의 배수이거나 7의 배수인 수의 갯수 $n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 + 14 - 2 = 32$ (개), 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 갯수는 $n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68$ (개)

18. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

[배점 3, 중하]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
- ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6와 9의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$, 따라서 100 이하에서 18의 배수는 5개

19. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^3 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^2 \times 11$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㄱ

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 11의 약수는 1, 11 이다.

또 $32 = 2^5$, $100 = 2^2 \times 5^2$, $121 = 11^2$, $99 = 3^2 \times 11$ 이다.

$2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 찾아 색칠하면 다음과 같다.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^3 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^2 \times 11$

20. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

21. 강우와 태규는 학교 앞 정류장에서 각각 A 버스와 B 버스를 타고 집에 간다.

오전 7 시에 첫차를 시작으로 A 버스는 12 분 간격으로, B 버스는 18 분 간격으로 출발한다. 강우와 태규는 오전 7 시부터 오후 7 시까지 몇 번 동시에 버스를 탈 수 있는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 21 번

해설

12 와 18 의 최소공배수 : 36

오전 7 시부터 오후 7 시까지 : $12 \times 60 = 720$ (분)

720 이하의 36 의 배수의 개수 : 20

$20 + 1 = 21$ (번)

22. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여

$U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$B = \{1, 5, 25\}$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

23. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례로 써라.

㉠ 360

㉡ 1125

㉢ 384

㉣ 244

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 24개

㉡ 12개

㉢ 16개

㉣ 6개

24. 어느 학급 학생 50 명 중 동물을 좋아하는 학생은 24 명, 식물을 좋아하는 학생은 27 명, 동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은 39 명이라고 한다. 이 때, 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5명

해설

동물을 좋아하는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 24$

식물을 좋아하는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$

동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은

$$n((A - B) + (B - A)) = 39$$

동물과 식물을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 24 + 27 - 6 = 45$$

$$\therefore (A \cup B)^c = 50 - 45 = 5$$

따라서 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 모두 5 명이다.

25. $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 중하]

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5\}$ 이다.

3, 5 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

26. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \{a, b, a, b\}$ 일 때 $n(A) = 4$
- ② $n(\{x \mid x \text{는 } 3\text{이하의 자연수}\}) = \{3\}$
- ③ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{a, b, d\}) = 0$
- ④ $n(\{x \mid x \text{는 } 1\text{미만의 자연수}\}) = 1$
- ⑤ $n(\{2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 2$

해설

- ①, $n(A) = 2$
- ③, $4 - 3 = 1$
- ④, $n(\emptyset) = 0$
- ⑤, $2 - 2 = 0$

27. 두 자연수 12와 15 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① 48 ② 52 ③ 63 ④ 70 ⑤ 74

해설

어떤 수는 12와 15의 공배수 중에서 가장 작은 수이므로

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \ 6} \end{array}$$
 (최소공배수) : $3 \times 4 \times 5 = 60$
 따라서 구하는 수는 $60 + 3 = 63$

28. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 5 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} \square \) \ 3 \times \square \quad 7 \times \square \quad 4 \times \square \\ \quad \quad \quad 3 \quad \quad 7 \quad \quad 4 \\ \square \times 3 \times 7 \times 4 = 1092 \\ \square = 13 \end{array}$$

29. 75에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

30. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가? [배점 3, 중하]

- ① 134 ② 176 ③ 214
- ④ 288 ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

31. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 4 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{2, 3\}$
 $\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$
 X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 포함하는 집합이다.
 집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

32. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.

$B = \{3, 4, 7, 10\}$

33. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▷ 정답 : $n(A \cap B) = 17$
 ▷ 정답 : $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.
 $n(A \cap B) = n(A) = 17$
 $n(A \cup B) = n(B) = 35$

34. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $2^3 \times 3^2$
- ② $3^4 \times 5^3$
- ③ 96
- ④ $3 \times 5^2 \times 7$
- ⑤ 330

해설

- ① 12개
- ② 20개
- ③ 12개
- ④ 12개
- ⑤ 16개

35. 검은 바둑알은 0, 흰 바둑알은 1로 하여 이진법의 수를 나타내려고 한다. 예를 들면 $110_{(2)}$ 은 ○○●으로 나타낸다. 바둑돌로 이진법의 수를 다음과 같이 나타낼 때, 다음 수를 십진법의 수로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 52

해설

$$110100_{(2)} = 52$$

36. 네 자리의 이진법의 수 중에서 5의 배수는 몇 개인가?

[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$1000_{(2)} = 8, 1111_{(2)} = 15$$

8과 15 사이의 5의 배수 : 10, 15

37. 다음 수 들을 큰 수부터 차례대로 나열한 것은?

- ㉠ $10111_{(2)} + 1$ ㉡ 21
㉢ $11000_{(2)} - 1$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉡ ③ ㉡, ㉠, ㉢
④ ㉢, ㉠, ㉡ ⑤ ㉢, ㉡, ㉠

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 23 + 1 &= 24 \\ \text{㉢ } 24 - 1 &= 23 \end{aligned}$$

38. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 이진법의 수로 나타내어라.

$$\begin{aligned} &11001_{(2)} - 110_{(2)}, 1001_{(2)} \\ &21 - 101_{(2)}, 10011_{(2)} + 1 \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $1011_{(2)}$

해설

$$\begin{aligned} 11001_{(2)} - 110_{(2)} &= 25 - 6 = 19 \\ 1001_{(2)} &= 9 \\ 21 - 101_{(2)} &= 21 - 5 = 16 \\ 10011_{(2)} + 1 &= 20 \\ \therefore 20 - 9 &= 11 = 1011_{(2)} \end{aligned}$$

39. 석진이의 방은 가로가 300cm, 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 300 \ 420} \\ 2 \overline{) 150 \ 210} \\ 3 \overline{) 75 \ 105} \\ 5 \overline{) 25 \ 35} \\ 5 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

40. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11\}$ 에 대하여 $n((A - B)^c)$ 은? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10, 11\}$$

$$A - B = \{4, 8, 10\}$$

$$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11\}$$

$$\therefore n((A - B)^c) = 8$$

41. $\frac{12}{7}$, $\frac{36}{5}$, $\frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$
④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

42. 두 분수 $\frac{55}{42}$, $\frac{22}{35}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 이러한 수 중 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

곱해야 할 수는 분자가 42, 35의 최소공배수이고, 분모가 55, 22의 최대공약수인 분수이다.

분자 : $7 \times 6 \times 5 = 210$, 분모 : 11

$$\frac{55}{42} \times \frac{210}{11} = 25, \quad \frac{22}{35} \times \frac{210}{11} = 12$$

$$\therefore 25 + 12 = 37$$

43. 세 수 30, $\square$, 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, $\square$ 은? [배점 3, 중하]

- ① 36 ② 42 ③ 48
 ④ 54 ⑤ 108

해설

$$6 \times 5 \times \frac{\square}{6} \times 4 = 1080$$

$$\therefore \square = 54$$

44. 어느 반 학생 35명 중 피자를 좋아하는 학생이 19명, 떡볶이를 좋아하는 학생이 21명, 피자와 떡볶이 모두를 싫어하는 학생이 3명일 때, 둘 다 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8명

해설

전체 반 학생들의 집합을 U , 피자를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 떡볶이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 3 = 32$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 19 + 21 - 32 = 8$$

45. 다음 중 3의 배수인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 124 ② 263 ③ 772
 ④ 305 ⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.
 ⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

46. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 129 ② 672 ③ 501
 ④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.
 ⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

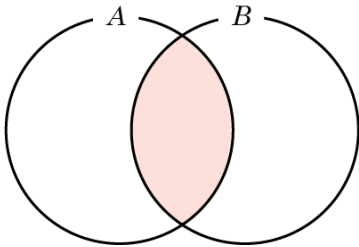
47. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A \cup A^c = U$ ② $A \cap U = U$
 ③ $\phi^c = U$ ④ $A \cap A^c = \phi$
 ⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

48. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 를 벤다이어그램으로 나타낼 때 어두운 부분에 들어갈 원소를 모두 적어라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 27

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\} = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, \dots\}$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9, 27\}$
 어두운 부분은 두 집합 A, B 의 교집합이므로
 $A \cap B = \{3, 27\}$

49. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	테	돈	이	다	심

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 그래도 지구는 돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도 지구는 돈다’ 이다.

50. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

51. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가? [배점 3, 중하]

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명
④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$4 \overline{) 108 \quad 120 \quad 96}$$

$$3 \overline{) 27 \quad 30 \quad 24}$$

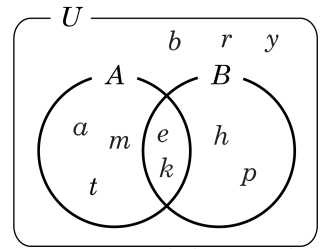
$$9 \quad 10 \quad 8$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

52. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

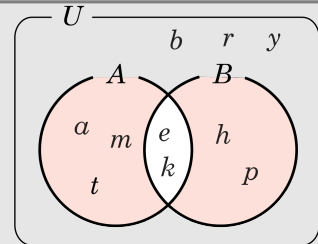


[배점 3, 중하]

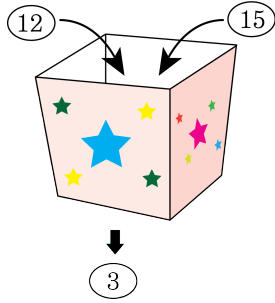
- ① $A - B = \{a, t, m\}$
② $B - A = \{h, p\}$
③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$
④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$
⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$$



53. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 갑

해설

$$\begin{array}{r}
 \text{갑)} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 3 \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^2 \\
 \\
 \text{을)} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 5 \quad \therefore \text{최대공약수 : } 5 \\
 \\
 \text{병)} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 2 \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^3
 \end{array}$$

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

54. 세 집합

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 0,$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$n(B) = 4,$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\} \text{ 이므로}$$

$$n(C) = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

55. 다음 중 45028 을 십진법의 전개식으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① $4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

② $4 \times 10^4 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

③ $4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

④ $4 \times 10^5 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

⑤ $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

해설

$$45028 = 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$$

56. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

57. 다음 중 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| ㉠ $\emptyset$ | ㉡ $\{c\}$ |
| ㉢ $\{a, g\}$ | ㉣ $\{a, c, e\}$ |
| ㉤ $\{a, b, d, e\}$ | ㉥ $\{a, b, c, d, e\}$ |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

해설

$\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합을 모두 구하면 $\{a, b, c, d, e\}$ 를 제외한 모든 부분집합이다.

㉢ $\{a, g\}$ 에서 원소 g 는 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 에 속하지 않으므로 진부분집합이 아니다.

㉥ $\{a, b, c, d, e\}$ 은 자기 자신이므로 진부분집합이 아니다.

58. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- | | |
|--------------------|-----------------|
| ① $1 \in A$ | ② $3 \notin A$ |
| ③ $4 \notin A$ | ④ $\{4\} \in A$ |
| ⑤ $\{2, 3\} \in A$ | |

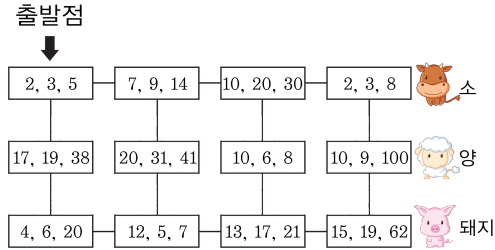
해설

집합 A 의 원소들은 1, 2, 3, $\{2, 3\}$, $\{4\}$ 이다.

옳은 것은 ①, ③, ④, ⑤ 이다.

② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

59. 모범이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 세 수가 각각 ‘서로소’ 이면 ‘오른쪽’ 으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 ‘아래쪽’ 으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 모범이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.

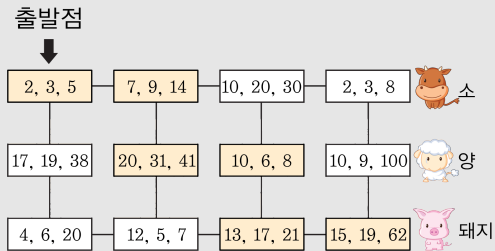


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 돼지

해설 가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.



따라서 모범이가 만나는 동물은 돼지이다.

60. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

61. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 짝수}\}$ 의 부분집합 A 는 5 보다 작은 자연수로만 이루어져 있다. 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

집합 A 는 5 보다 작은 짝수 2, 4 로만 이루어져 있다. 따라서 가능한 집합 A 는 $\{2\}$, $\{4\}$, $\{2, 4\}$ 의 3 개이다.

62. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $A \subset B = C$
 ⑤ $B \subset A = C$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

63. $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{0, 1, 3, 5\}$ 일 때 다음 중 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $B \subset A$ ② $0 \in A$
 ③ $n(A) = 10$ ④ $n(A - B) = 6$
 ⑤ $n(A) - n(B) = 7$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{0, 1, 3, 5\}$
 ① $B \not\subset A$
 ② $0 \notin A$, $0 \in B$
 ④ $A - B = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow n(A - B) = 7$
 ⑤ $n(A) - n(B) = 10 - 4 = 6$

64. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{a, b\} \in A$
 ③ $\{c\} \subset A$ ④ $\{b\} \in A$
 ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.
 한편,
 ② $\{a, b\} \subset A$
 ③ $\{c\} \in A$
 ④ $\{b\} \subset A$
 ⑤ $\{a, b, \{c\}\} \subset A$
 이다.

65. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

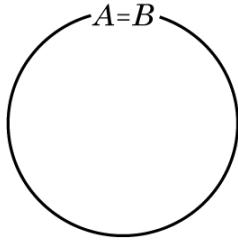
- ① $0 \in A$ ② $\{0, 1\} \in A$
 ③ $2 \notin A$ ④ $\{1\} \in A$
 ⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

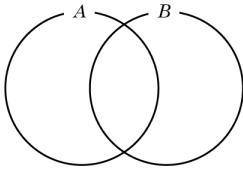
A 의 원소는 $0, 1, \{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

66. $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

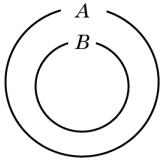
①



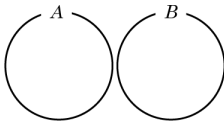
②



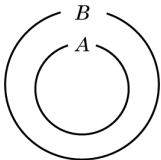
③



④



⑤



해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 원소가 모두 같다.

67. 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 작은 네 자리 수 a 와 가장 큰 세 자리 수 b 의 차를 구하려고 한다. a, b 의 차는? [배점 3, 중하]

① 1

② $10_{(2)}$

③ $11_{(2)}$

④ 11

⑤ 5

해설

$$a = 1000_{(2)} = 1 \times 2^3 = 8$$

$$b = 111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$|a - b| = |8 - 7| = 1$$

$$\textcircled{3} \ 10_{(2)} = 1 \times 2 = 2$$

$$\textcircled{4} \ 11_{(2)} = 1 \times 2 + 1 \times 1 = 2 + 1 = 3$$

68. 가로 길이 180cm 세로 길이 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개
- ② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개
- ③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개
- ④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개
- ⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) 180 \quad 150 \\ 3) 90 \quad 75 \\ 5) 30 \quad 25 \\ \hline 6 \quad 5 \end{array} \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

$$(\text{가로}) = 180 \div 30 = 6(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 150 \div 30 = 5(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한타일수}) = 6 \times 5 = 30(\text{개})$$

69. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8g

해설

$$\begin{array}{r} 2) 23 \\ 2) 11 \cdots 1 \\ 2) 15 \cdots 1 \\ 2) 2 \cdots 1 \\ 2) 21 \cdots 0 \\ \hline 0 \cdots 1 \end{array}$$

$$\therefore 23 = 10111_{(2)}$$

$$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

70. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 3) 63 \quad 45 \quad 36 \\ 3) 21 \quad 15 \quad 12 \\ \hline 7 \quad 5 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 3 \times 3 = 9$$

71. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = 2^3 \times 3 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} : 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

72. 200 의 소인수들의 합은? [배점 3, 중하]

① 6 ② 7 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.
 $\therefore 2 + 5 = 7$

73. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

최대공약수에서 2 의 지수가 1 이므로 $b = 1$ 이다.
 한 편, 최소공배수에서 3 의 지수가 3 이므로 $a = 3$ 이다.
 따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

74. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30 의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

75. $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 24 \text{ 의 약수}\}$ 일 때, $C - (A \cap B)$ 를 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① {1, 3, 12, 24}

② {1, 4, 6, 12}

③ {1, 3, 4, 6, 12}

④ {1, 4, 6, 8, 12, 24}

⑤ {1, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$\therefore C - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

76. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A, 5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

77. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\begin{aligned} \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \{2, 4\} \cap X &= \{2, 4\} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 는 $X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 같고,

$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$ 는 $\{2, 4\} \subset X$ 와 같다.

즉, X 는 원소 2, 4를 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

따라서 X 의 개수는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소 2, 4를 제외한 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

78. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

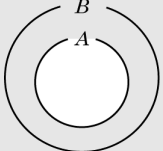
- ㉠ $A \cap B = A$ ㉡ $A \cup B = A$
 ㉢ $A - B = \emptyset$ ㉣ $B - A = \emptyset$
 ㉤ $A^c \subset B^c$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉤

해설

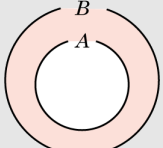
$A \subset B$ 이면



로 나타낼 수 있다.

㉠ $A \cup B = B$

㉢



㉤ $B^c \subset A^c$

79. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6, 9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 X 는 원소 2, 6을 포함하는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 에서 원소 2, 6를 뺀 $\{4, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)이다.

80. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$\therefore 8 - a = 1, a = 7$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$\therefore b = 3$

$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$

81. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.
 $\therefore a+3=7, a=4$
 $8 \in B \therefore b=8$
 $\therefore a+b=4+8=12$

82. 다음 중에서 집합 $A = \{1, 3, 5, 15\}$ 의 부분 집합이 아닌 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\emptyset$ ② $\{1, 3\}$
 ③ $\{5\}$ ④ $\{1, 5, 15\}$
 ⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{15\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 15\},$
 $\{3, 5\}, \{3, 15\}, \{5, 15\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 15\}, \{3,$
 $5, 15\}, \{1, 5, 15\}, \{1, 3, 5, 15\}$ 이다.
 따라서 $2 \notin A, 10 \notin A$ 이므로 $\{1, 2, 10\}$ 은 집합 A 의 부분집합이 아니다.

83. $A = \{1, a, 5\}, B = \{a+1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은?
[배점 3, 중하]

- ① $\{4\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{4, 7\}$
 ④ $\{3, 7\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a=3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.

84. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한 집합이다.
 ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

85. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣, ㉤
- ④ ㉡, ㉣, ㉦ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

86. 다음 보기 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 큰 컴퓨터들의 모임
- ㉡ 10보다 큰 자연수들의 모임
- ㉢ MP3를 많이 가진 학생들의 모임
- ㉣ 게임을 잘하는 학생들의 모임
- ㉤ 0과 1 사이에 있는 자연수의 모임
- ㉥ 우리 반에서 PMP를 가진 학생들의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉡, ㉣ ② ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ ‘큰’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘많이’라는 단어는 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ 0과 1 사이에는 자연수가 존재하지 않는다. 즉, 원소가 하나도 없는 집합을 의미한다. 그러므로 집합이다.

87. 다음은 가람이와 다솜이의 대화이다. 안에 알맞은 말이나 수를 차례대로 써넣어라.

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
 다솜 : 무엇을 구했는데?
 가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
 다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
 다솜 : 맞아!
 가람 : 공약수의 개수는 개야.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최대공약수

▶ 정답 : 6

해설

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!
 다솜 : 무엇을 구했는데?
 가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.
 다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 가람 : 그럼, 최대공약수의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!
 다솜 : 맞아!
 가람 : 공약수의 개수는 6개야.

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이다.

88. 두 자연수의 최대공약수가 18일 때, 두 수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 18의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
 따라서 두 자연수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는 9이다.

89. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ㉢ $0 \in \emptyset$
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
- ㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

90. 다음 안에 알맞은 집합을 차례대로 적은 것은?

두 집합 $A = \{\text{재, 미, 있, 는, 수, 학}\}$, $B = \{\text{수, 학}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \square$, $A \cup B = \square$ 이다.

[배점 3, 중하]

- ① A, B ② A, A ③ $B, \emptyset$
 ④ B, A ⑤ $\emptyset, A$

해설

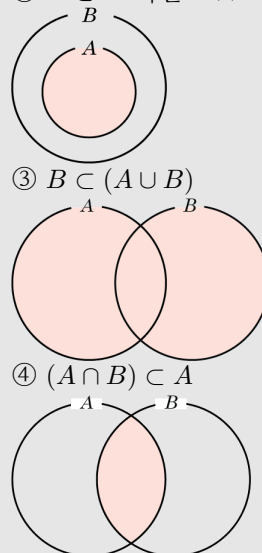
$A \cap B = \{\text{수, 학}\}$,
 $A \cup B = \{\text{재, 미, 있, 는, 수, 학}\}$

91. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

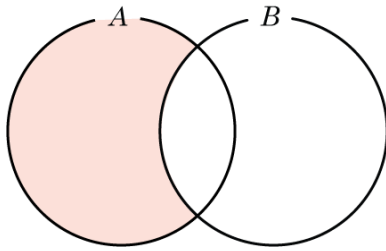
- ① $A \cup \emptyset = A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ③ $B \subset (A \cap B)$
 ④ $(A \cap B) \subset A$
 ⑤ $A \cup B \neq B \cup A$

해설

- ① $A \cup \emptyset = A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ③ $B \subset (A \cup B)$
 ④ $(A \cap B) \subset A$
 ⑤ $A \cup B = B \cup A$



92. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제시법으로 나타낸 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$
- ② $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ③ $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ④ $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$
- ⑤ $\{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \notin B\}$

해설

벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소를 x 라고 하면 집합 A 에는 포함되고 집합 B 에는 포함되지 않으므로 $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$ 이다.

93. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $\{\text{전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불}\} = \{x \mid x \text{는 전자제품}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$
- ㉢ $\{\text{매화, 난초, 국화, 대나무}\} = \{x \mid x \text{는 사군자의 이름}\}$
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
- ㉤ $\{1, 3, 17, 51\} = \{x \mid x \text{는 } 51 \text{의 약수}\}$
- ㉥ $\{\text{징, 장구, 북, 팽과리}\} = \{x \mid x \text{는 사물놀이}\}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$ 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 이다.
- ㉢ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\}$ 는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots\right\}$ 이다.

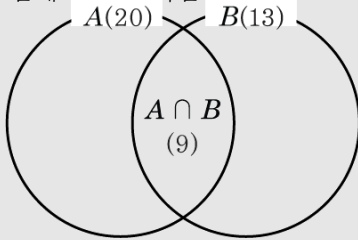
94. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B)) = (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.

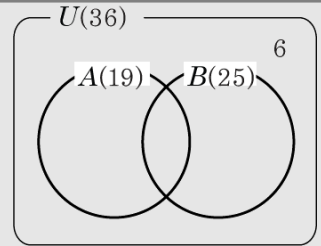
95. 축제에 참여한 36명의 학생 중 합창을 한 학생이 19명, 연극을 한 학생이 25명이다. 두 가지 모두 하지 않은 학생이 6명일 때, 합창은 하지 않고 연극만 한 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 11명

해설

한 학생의 집합을 A , 연극을 한 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



다. 연극만 한 학생 수는 $B - (A \cap B)$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 19 + 25 - 30 \\ &= 14(\text{명}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(B - (A \cap B)) &= n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 - 14 \\ &= 11(\text{명}) \end{aligned}$$

96. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

97. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

① $10111_{(2)} = 23$

② $34 = 100011_{(2)}$

③ $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

④ $1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 = 101000_{(2)}$

⑤ $3062 = 3 \times 10^2 + 6 \times 10 + 2 \times 1$

해설

① $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1$
 $= 16 + 4 + 2 + 1$
 $= 23$

$2) \overline{34}$

$2) \overline{17} \dots 0$

$2) \overline{8} \dots 1$

$2) \overline{4} \dots 0$

② $2) \overline{2} \dots 0$

$2) \overline{1} \dots 0$

$0 \dots 1$

$\therefore 34 = 100010_{(2)}$

④ $101000_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3$

⑤ $3062 = 3 \times 10^3 + 6 \times 10 + 2 \times 1$

98. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는? [배점 3, 중하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x - 2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x - 2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.