

확인학습문제

1. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라. $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) = 3^{\square} - 1$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} & (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1) \\ &= 3^8-1 \end{aligned}$$

2. 다음 □ 에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

▶ 정답 : 4

해설

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = (x^4-1)$$

3. 98^2 을 계산하는데 가장 알맞은 식은?

[배점 3, 하상]

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 98^2 &= (100-2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

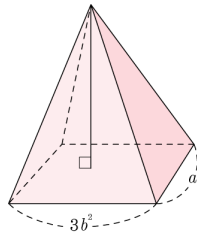
4. $(x+3)(3x-4) = 3x^2 + Ax + B$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 12 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} (x+3)(3x-4) &= 3x^2 + 5x - 12 \\ A &= 5, B = -12 \\ \therefore A - B &= 5 - (-12) = 17 \end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같이 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $3b^2$, a 이고, 부피가 $27a^2b^2 + b^2a$ 일 때, 이 사각뿔의 높이는?



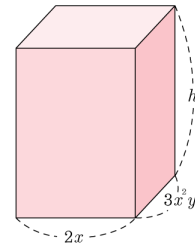
[배점 3, 하상]

- ① $27a + 1$ ② $27b + 1$ ③ $9a + 1$
 ④ $9b + 1$ ⑤ $27ab + 1$

해설

사각뿔의 높이를 x 라 하면
 (사각뿔의 부피) $= 3b^2 \times a \times x \times \frac{1}{3} = 27a^2b^2 + b^2a$
 $ab^2x = 27a^2b^2 + b^2a$
 $\therefore x = 27a + 1$

6. 가로, 세로의 길이가 $2x$, $3x^2y$ 인 직육면체의 부피가 $6x^4y^3 - 12x^3y^2$ 일 때, 직육면체의 높이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $xy^2 - 12y$ ② $x^2 - 2y$ ③ $xy^2 - 2y$
 ④ $6xy^2 - 2y$ ⑤ $6x^2 - 12y$

해설

$$6x^4y^3 - 12x^3y^2 = 2x \times 3x^2y \times h$$

$$\therefore h = \frac{6x^4y^3 - 12x^3y^2}{6x^3y} = xy^2 - 2y$$

7. 밑면의 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 $3a$, $2b$ 인 사각기둥이 있다. 이 사각기둥의 부피가 $60ab^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는? [배점 3, 하상]

- ① $5a$ ② $5b$ ③ $10a$
 ④ $10ab$ ⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때
 $3a \times 2b \times h = 60ab^2$
 $6ab \times h = 60ab^2$
 $\therefore h = 10b$

8. 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형에서 가로와 세로 길이를 각각 3, 4만큼 늘린 직사각형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 하상]

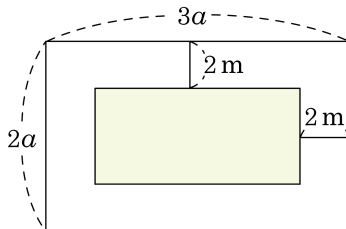
▶ 답:

▶ 정답: $xy + 4x + 3y + 12$

해설

$$(x+3)(y+4) = xy + 4x + 3y + 12$$

9. 그림과 같은 직사각형 모양의 공원에 폭이 2m인 산책로를 만들었다. 산책로를 제외한 공원의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① $(6a^2 - 6a + 4) \text{ m}^2$
 ② $(6a^2 - 12a + 6) \text{ m}^2$
 ③ $(6a^2 - 20a + 6) \text{ m}^2$
 ④ $(6a^2 - 20a + 16) \text{ m}^2$
 ⑤ $(6a^2 - 25a + 16) \text{ m}^2$

해설

$$\begin{aligned} (\text{직사각형의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (3a - 4)(2a - 4) \\ &= (6a^2 - 20a + 16) \text{ m}^2 \end{aligned}$$

10. 비례식 $\left(2x + \frac{2}{3}y\right) : (x - y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀면? [배점 4, 중중]

- ① $y = 2x$ ② $y = -2x$ ③ $y = x$

- ④ $y = -x$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x$

해설

$$\begin{aligned} 2(x - y) &= 3\left(2x + \frac{2}{3}y\right) \\ 2x - 2y &= 6x + 2y, \quad -4y = 4x \\ \therefore y &= -x \end{aligned}$$

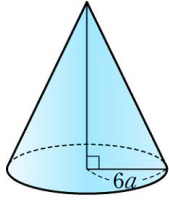
11. $(3x - 2y + 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} (3x - 2y + 1)(3x - 2y + 1) \text{ 에서} \\ xy \text{ 항} : 2 \times 3x \times (-2y) &= -12xy \\ y \text{ 항} : 2 \times (-2y) \times 1 &= -4y \\ \therefore A - B &= -12 - (-4) = -8 \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



[배점 4, 중중]

- ① $3b^2 - 2b$ ② $3b^3 - 2b^2$
 ③ $6b^3 - 4b^2$ ④ $6ab^3 - 4ab^2$
 ⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$
 $\frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h = 36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$
 $12a^2 h = 12a^2 (3b^3 - 2b^2)$
 $\therefore h = 3b^3 - 2b^2$

13. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $2a$, $3a$ 인 직육면체의 부피가 $12a^3 - 24a^2 b$ 라고 할 때, 높이는?

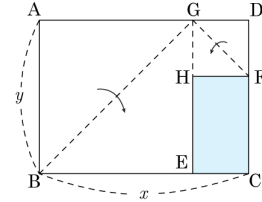
[배점 4, 중중]

- ① $a - 2b$ ② $a - 4b$ ③ $2a - 2b$
 ④ $2a - 4b$ ⑤ $2a - 24b$

해설

직육면체의 높이 : h
 직육면체의 부피 : $2a \times 3a \times h = 12a^3 - 24a^2 b$
 $h = \frac{12a^3 - 24a^2 b}{6a^2} = 2a - 4b$

14. 가로의 길이가 $x\text{cm}$, 세로의 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$) 인 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF 의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$
 ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

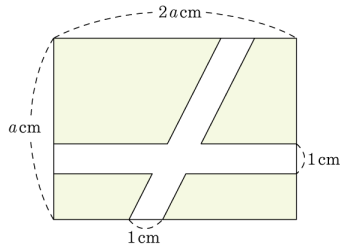
해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.

$\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형 이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.

따라서, $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
 사각형 HECF 의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

15. 다음 그림에서 가로 $2a\text{cm}$, 세로 $a\text{cm}$ 인 직사각형 안에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 빗금친 부분의 넓이는 얼마인가?



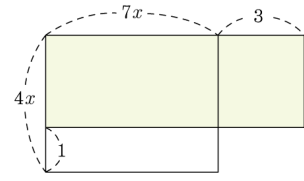
[배점 4, 중중]

- ① $a^2 - 3a - 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 ② $2a^2 - 3a - 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 ③ $2a^2 - 3a + 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 ④ $a^2 + 3a - 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 ⑤ $2a^2 - 1 \text{ (cm}^2\text{)}$

해설

$$\begin{aligned} S &= (2a - 1)(a - 1) \\ &= 2a^2 - 3a + 1 \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 $7x$, $4x$ 인 직사각형에서 가로의 길이는 3 만큼 늘이고 세로의 길이는 1 만큼 줄였다. 이 때, 색칠한 직사각형의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① $20x^2 - 5x - 3$ ② $20x^2 - 5x + 3$
 ③ $20x^2 + 5x - 3$ ④ $28x^2 + 5x - 3$
 ⑤ $28x^2 + 5x + 3$

해설

$$(\text{넓이}) = (7x + 3)(4x - 1) = 28x^2 + 5x - 3$$

17. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 일 때, $A + B + C + D + E$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} &(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\} \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) \\ &= (x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 \end{aligned}$$

$$= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

$$\therefore A + B + C + D + E = 1 + 2 - 7 - 8 + 12 = 0 \text{ 이다.}$$

18. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

19. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

20. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다.
() 에 알맞은 수는?

$$(4 + 2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32}) + 2^{63} = 2^{()} \quad [\text{배점 5, 중상}]$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$$(4 + 2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32}) \text{ 에 } \frac{1}{2} \times (4 - 2) \text{ 를 곱한다.}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times (4 - 2) = 1 \text{ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.}\right)$$

$$\frac{1}{2}(4 - 2)(4 + 2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2 - 2^2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4 - 2^4)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8 - 2^8)(4^8 + 2^8)(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16} - 2^{16})(4^{16} + 2^{16})(4^{32} + 2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32} - 2^{32})(4^{32} + 2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64} - 2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128} - 2^{64})$$

$$= 2^{127} - 2^{63}$$

$$\text{따라서 주어진 식은 } (2^{127} - 2^{63}) + 2^{63} = 2^{()}$$

이므로

$$\therefore 2^{()} = 2^{127} \quad \therefore () = 127$$

21. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

$$(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \text{라 하면}$$

항등식이므로 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$(4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) = a + b + c + d + e + f$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 45$$

22. $(3x - 2y + 4z)(2x - 3y - z)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수를 A , xz 의 계수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

① -8

② -13

③ -18

④ 5

⑤ 8

해설

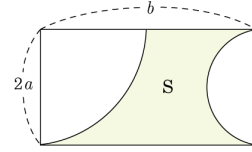
$(3x - 2y + 4z)(2x - 3y - z)$ 에서

$$xy \text{의 계수: } 3x \times (-3y) + (-2y) \times 2x = -13xy \cdots \therefore A = -13$$

$$xz \text{의 계수: } 3x \times (-z) + 4z \times 2x = 5xz \cdots \therefore B = 5$$

$$\therefore A + B = -8$$

23. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



[배점 5, 중상]

① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$

② $2ab - a^2\pi$

③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$

④ $2ab - 2a^2\pi$

⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

24. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$

⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$x = a(a + 5) = a^2 + 5a \text{일 때,}$$

$$(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$$

$$= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\}$$

$$= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6)$$

$$= (x - 6)(x + 6)$$

$$= x^2 - 36$$

25. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 15 ② 16 ③ -15
④ -16 ⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로
 $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$
 $= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$
 $= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$
 $= (3^8-1)(3^8+1)$
 $= 3^{16} - 1$
 $a = 16, b = -1$
 $\therefore a + b = 15$

26. $x^2 = 2$ 일 때, $(x+1)^8(x-1)^{12}$ 을 간단히 하면 $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 1$ 이 된다. 이때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}(x+1)^8(x-1)^{12} &= (x+1)^8(x-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x^2-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x-1)^4 (\because x^2=2)\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}(x-1)^4 &= (x-1)^2(x-1)^2 \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

이고, $A = -4, B = 4, C = -4$ 이므로
 $A + B + C = -4$ 이다.

27. $x^2 - y^2 = -1, x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x+y)^{100}(x-y)^{102}$ [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x+y)^{100}(x-y)^{100}(x-y)^2 \\ &= (x^2-y^2)^{100}(x-y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1, x - y = 2$ 를 대입하면
(주어진 식) $= (-1)^{100} \times 2^2 = 4$