

확인학습문제

1. 다음 중 나머지 3 개와 다른 것을 골라라.

- ㉠ $(a^3)^2 \times b^4$
 ㉡ $a^5 \times b^4$
 ㉢ $(a^2)^3 \times (b^2)^2$
 ㉣ $a^2 \times b^2 \times (a^2)^2 \times b^2$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠ $(a^3)^2 \times b^4 = a^{3 \times 2} b^4 = a^6 b^4$
 ㉡ $a^5 \times b^4 = a^5 b^4$
 ㉢ $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^{2 \times 3} \times b^{2 \times 2} = a^6 b^4$
 ㉣ $a^2 \times b^2 \times (a^2)^2 \times b^2 = a^2 b^2 a^{2 \times 2} b^2 = a^6 b^4$
 ㉡이 다르다.

2. $(2 + 3x)(-2x)$ 를 간단히 하였을 때, x^2 의 계수는?

[배점 2, 하중]

- ① -6 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times (-2x) + 3x \times (-2x) \\ &= -4x - 6x^2 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 -6이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $a^2 + b^5 = a^7$
 ② $(-2a^2b)^3 = -6a^6b^3$
 ③ $a^{12} + a^2 \div a^3 = a^9$
 ④ $(a^2)^3 \div a^3 \times a^2 = a^5$
 ⑤ $\left(\frac{-3b}{a}\right)^2 = -\frac{9b^2}{a}$

해설

- ① $a^2 + b^5$
 ② $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$
 ③ $a^{12} + a^2 \div a^3 = a^{12} + \frac{1}{a}$
 ⑤ $\left(\frac{-3b}{a}\right)^2 = \frac{9b^2}{a^2}$

4. 다음 중 옳은 것은? (단, $x \neq 0$)

[배점 3, 하상]

- ① $x^5 \div x^5 = 0$
 ② $x^2 \times x^3 \times x^4 = x^8$
 ③ $(x^3y^2)^4 = x^{12}y^6$
 ④ $\left(y^{\frac{2}{x^4}}\right)^3 = y^{\frac{6}{x^4}}$
 ⑤ $(x^4)^2 \times (x^3)^2 = x^{15}$

해설

- ① 1 ② x^9 ③ $x^{12}y^8$ ⑤ x^{14}

5. $3^3 = A$ 라 할 때, -9^9 을 A 로 표현하면?

[배점 3, 하상]

- ① $-A^2$ ② $-A^4$ ③ $-A^6$
 ④ $-A^8$ ⑤ $-A^{10}$

해설

$$-9^9 = -(3^2)^9 = -3^{18} = -(3^3)^6 = -A^6$$

6. $A = 3^2$ 일 때, 9^8 을 A 를 사용하여 나타내면?

[배점 3, 하상]

- ① A^5 ② A^6 ③ A^7 ④ A^8 ⑤ A^9

해설

$$9^8 = 3^{16} = (3^2)^8 \text{이므로 } A^8 \text{이다.}$$

7. $-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① $-6a$ ② $6a$ ③ $8a$
 ④ $-8a$ ⑤ $4a$

해설

$$-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 = a^4 \times \frac{8}{a^3} = 8a$$

8. 가로 길이가 $3ab^2$, 세로 길이가 $4a^2b$ 인 직사각형의 넓이는 밑변이 $6a^3b^2$, 높이가 $\square$ 인 평행사변형의 넓이와 같다. 높이 $\square$ 의 길이를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① ab ② $2ab$ ③ $2a$
 ④ $2b$ ⑤ a^2b

해설

$$\begin{aligned} (\text{직사각형의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ (\text{평행사변형의 넓이}) &= (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ 3ab^2 \times 4a^2b &= 6a^3b^2 \times \square \\ \therefore \square &= \frac{12a^3b^3}{6a^3b^2} = 2b \end{aligned}$$

9. $(6a^2b - 4ab^2) \div \left(-\frac{b}{2}\right)$ 을 간단히 하면?

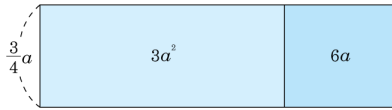
[배점 3, 하상]

- ① $3a^2 - 2ab^3$ ② $12b^2 - 8a^2$
 ③ $-12a^2 + 8ab$ ④ $-3a^2 + 2b$
 ⑤ $a^2b^2 - ab$

해설

$$\begin{aligned} (6a^2b - 4ab^2) \div \left(-\frac{b}{2}\right) \\ = (6a^2b - 4ab^2) \times \left(-\frac{2}{b}\right) = -12a^2 + 8ab \end{aligned}$$

10. 세로의 길이가 $\frac{3}{4}a$ 인 직사각형을 다음 그림과 같이 두 부분으로 나누었더니 각각의 넓이가 $3a^2$, $6a$ 가 되었다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

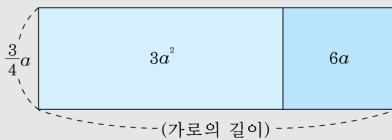


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4a + 8$

해설



전체 직사각형의 넓이는 $3a^2 + 6a$ 이다.

$$(\text{가로의 길이}) \times \frac{3}{4}a = 3a^2 + 6a$$

$$(\text{가로의 길이}) = (3a^2 + 6a) \times \frac{4}{3a} = 4a + 8$$

$$\therefore (\text{가로의 길이}) = 4a + 8$$

11. $(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{xy}{4} \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \times \frac{4}{xy} \end{aligned}$$

$$= 60 - 8x^2 - 20y$$

x^2 의 계수 -8 , y 의 계수 -20 , 상수항 60

이들의 합을 구하면 $-8 - 20 + 60 = 32$ 이다.

12. 다음의 식들을 계산하고 답을 찾아 색칠하고, 색칠한 답이 의미하는 단어를 말하여라.

㉠ $(5x + 3y) + (-2x + y)$

㉡ $(3a - 2b) - (2a - b)$

㉢ $-3(x + 2y) - (5x - 2y)$

㉣ $\left(\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b\right) + \left(\frac{4}{5}a + \frac{3}{4}b\right)$

㉤ $\left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q\right) + \left(\frac{2}{3}p + \frac{1}{2}q\right)$

㉥ $(5x - y - 1) - (x + y - 3)$

㉦ $(a - 3b - 2) - (2a + b + 3)$

㉧ $(x + 2y - 1) + (-x + 3y + 2)$

㉨ $(3a - b + 4) - (a - 4b + 4)$

㉩ $(5x - 3y + 2) - (3x - 5y + 1)$

㉪ $\frac{-x + 3y}{4} + \frac{3x + y}{5}$

㉫ $\frac{3x - 4y}{2} - \frac{x + 2y}{3}$

$\frac{7x-16y}{6}$	$\frac{7}{6}p-\frac{1}{6}q$	$6x-7y$	$2x+2y+1$	$-a+4b$
$\frac{2x-y}{3}$	$5y+1$	$\frac{2}{3}a+\frac{5}{7}b$	$\frac{7}{5}a+\frac{5}{4}b$	$\frac{3}{4}x+\frac{7}{5}y$
$3a+b-1$	$2a+3b$	$3a+b-7$	$4x-2y+2$	$-8x-4y$
$2p+3q$	$a-b$	$\frac{3x+5y}{4}$	$\frac{7x+19y}{20}$	$4x+5y$
$x-y-1$	$3x+4y$	$\frac{1}{3}p+\frac{3}{4}q$	$-a-4b-5$	$3x-y+7$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 가

해설

㉠ $(5x + 3y) + (-2x + y) = 3x + 4y$

㉡ $(3a - 2b) - (2a - b) = 3a - 2b - 2a + b = a - b$

㉢ $-3(x + 2y) - (5x - 2y) = -3x - 6y - 5x + 2y = -8x - 4y$

㉣ $\left(\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b\right) + \left(\frac{4}{5}a + \frac{3}{4}b\right)$
 $= \frac{3}{5}a + \frac{4}{5}a + \frac{1}{2}b + \frac{3}{4}b$
 $= \frac{7}{5}a + \frac{5}{4}b = \frac{1}{5}a + \frac{5}{4}b$

㉤ $\left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q\right) + \left(\frac{2}{3}p + \frac{1}{2}q\right)$

$= \frac{1}{2}p + \frac{2}{3}p - \frac{2}{3}q + \frac{1}{2}q$

$= \frac{7}{6}p - \frac{1}{6}q$

13. 다음 표에서 가로 방향으로는 뺄셈을, 세로 방향으로는 덧셈을 하여 (1) ~ (5)에 알맞은 것을 써넣어라.

	뺄셈		
↓ 덧셈	$4x-y$	$5x-7y-1$	(1)
	$x-y+4$	$7x+3y$	(2)
	(3)	(4)	(5)

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▷ 정답 : (1) $-x + 6y + 1$
▷ 정답 : (2) $-6x - 4y + 4$
▷ 정답 : (3) $5x - 2y + 4$
▷ 정답 : (4) $12x - 4y - 1$
▷ 정답 : (5) $-7x + 2y + 5$

해설

- (1) $4x - y - (5x - 7y - 1)$
 $= 4x - y - 5x + 7y + 1$
 $= -x + 6y + 1$
 (2) $x - y + 4 - (7x + 3y)$
 $= x - y + 4 - 7x - 3y$
 $= -6x - 4y + 4$
 (3) $4x - y + (x - y + 4) = 5x - 2y + 4$
 (4) $5x - 7y - 1 + (7x + 3y) = 12x - 4y - 1$
 (5) $5x - 2y + 4 - (12x - 4y - 1)$
 $= 5x - 2y + 4 - 12x + 4y + 1$
 $= -7x + 2y + 5$

14. 다음은 식을 간단히 한 것이다. 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(x^3y^2)^2 = x^6y^4$ ② $(x^4y)^3 = x^{12}y^3$
 ③ $(2a^2)^4 = 16a^8$ ④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$
 ⑤ $\left(-\frac{2y^2}{x}\right)^3 = -\frac{8y^5}{x^3}$

해설

- ① $(x^3y^2)^2 = x^6y^4$
 ② $(x^4y)^3 = x^{12}y^3$
 ③ $(2a^2)^4 = 16a^8$
 ④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$
 ⑤ $\left(-\frac{2y^2}{x}\right)^3 = -\frac{8y^6}{x^3}$

15. 빈칸에 들어갈 숫자를 차례로 나열한 것은?

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{\square} \times \left(\frac{x^2y}{3}\right)^{\square} \div \frac{y}{2} = \frac{2}{\square}y$$

[배점 3, 중하]

- ① 4, 1, 9 ② 4, 2, 9 ③ 4, 3, 9
 ④ 2, 2, 8 ⑤ 2, 3, 8

해설

$$\left(\frac{1}{x}\right)^4 \times \left(\frac{x^2y}{3}\right)^2 \div \frac{y}{2} = \frac{2}{9}y$$

16. 부피가 $100\pi a^3b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4ab$

해설

$$\pi \times 5a \times 5a \times (\text{높이}) = 100\pi a^3b$$

$$(\text{높이}) = 100\pi a^3b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab$$

17. 다음 중 x 에 대한 이차식인 것을 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$
 ② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$
 ③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$
 ④ $x(4x - 2) + 5$
 ⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2$

해설

- ① $(1 - 3x + 2x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$
 $= 1 - 3x + 2x^2 - 2x^2 + 8x - 2$
 $= 5x - 1$
 $\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.
 ② $\left(\frac{1}{5}x^2 + x - 1\right) - \left(-1 - 4x + \frac{1}{5}x^2\right)$
 $= \frac{1}{5}x^2 + x - 1 + 1 + 4x - \frac{1}{5}x^2$
 $= 5x$
 $\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.
 ③ $\frac{1}{x^2} - x + 1$
 $\Rightarrow$ 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.
 ④ $x(4x - 2) + 5 = 4x^2 - 2x + 5 \Rightarrow$ 이차식이다.
 ⑤ $4x^2 - 5x - 4x^2 = -5x$
 $\Rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

18. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

19. 어떤 다항식 A 에서 $-x^2 - 2x + 4$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $4x^2 + x - 3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

[배점 4, 중중]

- ① $2x^2 + x - 1$ ② $3x^2 - x + 1$
 ③ $4x^2 + x - 3$ ④ $5x^2 + 3x - 7$
 ⑤ $6x^2 + 5x - 11$

해설

$$A = (4x^2 + x - 3) - (-x^2 - 2x + 4)$$

$$= 4x^2 + x - 3 + x^2 + 2x - 4$$

$$= 5x^2 + 3x - 7$$

20. 다음 두 식을 모두 만족하는 상수 x, y 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^x}, \quad \left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^y}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^8} \text{ 이므로 } x = 8$$

$$\left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^{16}} \text{ 이므로 } y = 16$$

21. $2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$$

$$= 3^2 \times 5^3 \times (2 \times 5)^8$$

$$= 1125 \times 10^8$$

따라서 12 자리의 자연수이다.

22. 다음 보기에서 ㉠은 ㉡의 몇 배인지 구하여라.

보기

㉠ 윗변의 길이 : $\frac{1}{3}ab^2$, 아랫변의 길이 : $\frac{5}{3}ab^2$,
높이 : $6ab$ 인 사다리꼴의 넓이

㉡ 한 대각선의 길이 : $3a^2$, 다른 대각선의 길이 : b^3 인 마름모의 넓이

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 배

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \left\{ \left(\text{윗변} + \text{아랫변} \right) \times \text{높이} \right\} \times \frac{1}{2}$$

(마름모의 넓이)

$$= (\text{한 대각선의 길이}) \times (\text{다른 대각선의 길이}) \times \frac{1}{2}$$

(사다리꼴의 넓이)

$$= \left\{ \left(\frac{1}{3}ab^2 + \frac{5}{3}ab^2 \right) \times 6ab \right\} \times \frac{1}{2}$$

$$= (2ab^2 \times 6ab) \times \frac{1}{2} = 6a^2b^3$$

(마름모의 넓이) = $(3a^2 \times b^3) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}a^2b^3$

$6a^2b^3 = 4 \times \frac{3}{2}a^2b^3$ 이므로, 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 4 배이다.

23. 어떤 다항식에 $-x+5y+3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x-2y+1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?
[배점 4, 중중]

- ① $x+8y+7$ ② $2x+3y+4$
③ $2x-7y-2$ ④ $x-2y+1$
⑤ $-x+2y-3$

해설

$$\begin{aligned} \square - (-x+5y+3) &= 3x-2y+1 \\ \square &= 3x-2y+1 + (-x+5y+3) = 2x+3y+4 \\ \therefore 2x+3y+4 + (-x+5y+3) &= x+8y+7 \end{aligned}$$

24. $4x^2+x+3$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $-2x^2+2x+3$ 이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $10x^2+3$ ② $10x^2+x-3$
③ $6x^2+2x+3$ ④ $6x^2+x-3$
⑤ $6x^2-2x$

해설

$$\begin{aligned} \text{어떤 식을 } A \text{ 라 하면} \\ 4x^2+x+3-A &= -2x^2+2x+3 \\ A &= (4x^2+x+3) - (-2x^2+2x+3) = 6x^2-x \\ \therefore \text{바르게 계산한 식 : } 4x^2+x+3 + (6x^2-x) &= 10x^2+3 \end{aligned}$$

25. 식 $(a^2-3ab) \div \frac{3a}{2} - (ab-\frac{b^2}{2}) \div \frac{2}{5}b$ 를 계산하면?
[배점 4, 중중]

- ① $-\frac{11}{6}a - \frac{13}{4}b$ ② $-\frac{11}{6}a + \frac{3}{4}b$
③ $\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$ ④ $-\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$
⑤ $\frac{11}{6}a - \frac{4}{3}b$

해설

$$\begin{aligned} (a^2-3ab) \div \frac{3a}{2} - (ab-\frac{b^2}{2}) \div \frac{2}{5}b \\ = (a^2-3ab) \times \frac{2}{3a} - (ab-\frac{b^2}{2}) \times \frac{5}{2b} \\ = \frac{2}{3}a - 2b - \frac{5}{2}a + \frac{5}{4}b \\ = \frac{8a-24b-30a+15b}{12} \\ = \frac{-22a-9b}{12} \\ = -\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b \end{aligned}$$

26. $3^2 \times 3^5 \div 3^x = \frac{1}{27}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^5 \div 3^x &= 3^{2+5-x} = 3^{-3} \\ 2+5-x &= -3 \\ \therefore x &= 10 \end{aligned}$$

27. $2^{10} \div 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0.0001

해설

$$\begin{aligned} 0.4^{10} &= \frac{2^{10}}{5^{10}} = \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7} \\ &= \frac{2^3}{5^7 \cdot 2^7} = \frac{2^{10}}{10^7} = \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4} \end{aligned}$$

28. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다.
이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

- ① $-6x^2 + 2xy - y^2$ ② $-6x^2 + xy + 3y^2$
 ③ $2x^2 - xy - y^2$ ④ $6x^2 + xy - y^2$
 ⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} &2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

29. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27, \frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리
의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리
 ④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$\begin{aligned} 3^x &= 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 4 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 5, y &= 6 \\ 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \\ \text{따라서 26 자리의 수이다.} \end{aligned}$$

30. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?
(단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수) [배점 5, 중상]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

31. $\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} = \frac{y^3}{14}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{y^2}{6x} \right)^2 \times 8 \left(\frac{-3x^2}{y^2} \right)^2 \right\} &= \frac{y^3}{14} \\ \frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{ \left(\frac{y^4}{36x^2} \right) \times \left(\frac{72x^4}{y^4} \right) \right\} &= \frac{y^3}{14} \\ \frac{4x^2y^3}{7} \times \square \times \frac{1}{2x^2} &= \frac{y^3}{14} \\ \square \times \frac{4x^2y^3}{7} \times \frac{1}{2x^2} &= \frac{y^3}{14} \\ \square \times \frac{2y^3}{7} &= \frac{y^3}{14} \\ \therefore \square &= \frac{y^3}{14} \times \frac{7}{2y^3} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

32. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} (2^a \times 3^b \times 5^c)^m &= 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20} \\ 2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} &= 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20} \\ am &= 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20 \\ \text{모두 자연수의 곱이므로 } 8, 12, 20 \text{의 공약수가} \\ &\text{곱해질 수 있다.} \\ m \text{의 최댓값은 } 4 \text{이다.} \end{aligned}$$

33. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ 3-p &= -2 \quad \therefore p=5 \\ 7-q &= 1 \quad \therefore q=6 \\ \therefore p+q &= 11 \end{aligned}$$

34. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서
 1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수
 이므로 -1 의 지수는 (짝수) $\times$ (홀수)=(짝수)
 $\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$
 2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수
 이므로 -1 의 지수는 (홀수) $\times$ (짝수)=(짝수)
 $\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$
 따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가 되므로
 $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

35. A 가 양의 정수일 때, 한 변의 길이가 A 인 정육면체의 높이를 1만큼 짧게 했더니 부피가 648 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$648 = 2^3 \times 3^4$ 이고,
 높이 A 를 1 만큼 짧게하면 높이는 $A-1$
 따라서 부피는 $A^2 \times (A-1)$ 이다.
 $A^2 \times (A-1) = 2^3 \times 3^4$
 $= (3^2)^2 \times 2^3$
 $= 9^2 \times (9-1)$
 $\therefore A = 9$