

확인학습1111

1. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $a^3 \times a^7 = a^{10}$
 ② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$
 ③ $(x^2)^2 \times (x^3)^2 = x^{10}$
 ④ $x^2 \times y^4 \times x^6 \times y^2 = x^8 y^6$
 ⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{11}$

해설

- ② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6$
 ⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{3 \times 2} \times x^2 \times x^{2 \times 2} = x^{6+2+4} = x^{12}$

2. 다음 중 틀린 것을 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $(a^2 b^2)^2 = a^4 b^4$ ② $(a^3 b)^2 = a^6 b^2$
 ③ $\left(\frac{a^3 b}{b^2}\right)^3 = \left(\frac{a^9}{b^3}\right)$ ④ $(-2a)^4 = -16a^4$
 ⑤ $\left(\frac{-2}{a^2}\right)^3 = -\frac{8}{a^6}$

해설

- ① $(a^2 b^2)^2 = a^{2 \times 2} b^{2 \times 2} = a^4 b^4$
 ② $(a^3 b)^2 = a^{3 \times 2} b^2 = a^6 b^2$
 ③ $\left(\frac{a^3 b}{b^2}\right)^3 = \left(\frac{a^3 \times 3 b^3}{b^6}\right) = \left(\frac{a^9}{b^3}\right)$
 ④ $(-2a)^4 = 16a^4$
 ⑤ $\left(\frac{-2}{a^2}\right)^3 = -\frac{8}{a^6}$

3. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 을 만족하는 x 의 값을 구하면?

[배점 2, 하중]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{2x} \times 2^{3x} &= (2^2)^2 \times 2^x \\ 2^{5x} &= 2^{x+4} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

4. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C$ 를 구하여라.

- ㉠ $a^A \div a^3 = \frac{1}{a}$
 ㉡ $(x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4}$
 ㉢ $(y^3)^C \times y \times y^5 = y^{18}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } a^A \div a^3 &= \frac{1}{a^{3-A}} = \frac{1}{a} \\ 3 - A &= 1 \quad \therefore A = 2 \\ \text{㉡ } (x^B)^3 \div (x^2)^5 &= \frac{1}{x^{2 \times 5 - B \times 3}} = \frac{1}{x^4} \\ 2 \times 5 - B \times 3 &= 4 \quad \therefore B = 2 \\ \text{㉢ } (y^3)^C \times y \times y^5 &= y^{3 \times C + 1 + 5} \\ &= y^{3 \times C + 6} = y^{18} \\ 3 \times C + 6 &= 18 \quad \therefore C = 4 \\ \therefore A + B + C &= 2 + 2 + 4 = 8 \end{aligned}$$

5. 자연수 n 이 홀수일 때,
 $(-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} - (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ 의 값을 구
 하먼? [배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

n 이 홀수 이므로 $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이고,
 $2n$ 은 짝수, $2n+1$ 은 홀수이다.

$$\begin{aligned} (-1)^n &= -1 \\ (-1)^{n+1} &= 1 \\ (-1)^{n+2} &= -1 \\ (-1)^{2n} &= 1 \\ (-1)^{2n+1} &= -1 \\ \therefore (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} - (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1} \\ &= 1 - (-1) - 1 - (-1) \\ &= 1 + 1 - 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

6. $a^3b^2 \times a^5b^6 = a^{\square}b^{\square}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수를 차례
 로 쓴 것은? [배점 3, 하상]

- ① 15, 12 ② 8, 8 ③ 9, 7
 ④ 5, 11 ⑤ 11, 7

해설

$$\begin{aligned} a^3b^2 \times a^5b^6 &= a^3 \times b^2 \times a^5 \times b^6 \\ &= a^3 \times a^5 \times b^2 \times b^6 \\ &= a^{3+5} \times b^{2+6} \\ &= a^8b^8 \end{aligned}$$

7. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $5^2 \times 5^3 = 25^5$ ② $(3^3)^3 = 27^9$
 ③ $(-2)^{10} = -2^{10}$ ④ $(2x)^3 = 6x^3$
 ⑤ $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

- ① $5^2 \times 5^3 = 5^5$
 ② $(3^3)^3 = 3^9$
 ③ $(-2)^{10} = 2^{10}$
 ④ $(2x)^3 = 8x^3$

8. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가? [배점 3, 하상]

- ① 8 자리 ② 10 자리 ③ 11 자리
 ④ 12 자리 ⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned} \frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{45^{10}} \\ &= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\ &= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{15} \times 5^{10} \\ &= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 32 \times 10^{10} \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 \times (x^2)^2 = x^6$ ② $(-x)^4 = x^4$
 ③ $(x^2y)^3 = x^6y^3$ ④ $x^2 \div x^4 = x^2$
 ⑤ $\left(\frac{x}{y^4}\right)^2 = \frac{x^2}{y^8}$

해설

$$x^2 \div x^4 = \frac{1}{x^2}$$

10. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$$9^3 \times 27^2 \div 3^4 = 3^x$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$(3^2)^3 \times (3^3)^2 \div 3^4 = 3^8$$

11. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수)의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석: 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석: 그럼 $a=3, b=5, c=16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.

동성: $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일: 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a+b+c=24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.

수근: 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a=7, b=8, c=9$ 인 경우도 되는 거구나. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 동성

해설

재석: 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네. (○)

유석: 그럼 $a=3, b=5, c=16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네. (○)

동성: $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일: 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a+b+c=24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼. (○)

수근: 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a=7, b=8, c=9$ 인 경우도 되는 거구나. (○)

12. 다음 중 가장 큰 수를 골라라.

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| ㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2$ | ㉡ $5^2 \times 3^3$ |
| ㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7$ | ㉣ $3^2 \times (2^2)^3$ |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2 = 3^3 \times 2^2 = 27 \times 4 = 108$
- ㉡ $5^2 \times 3^3 = 25 \times 27 = 675$
- ㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 504$
- ㉣ $3^2 \times (2^2)^3 = 9 \times 2^6 = 9 \times 64 = 576$

13. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(a^3)^3 = a^6$
- ② $(a^2)^3 \times a^3 = a^8$
- ③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$
- ④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^5$
- ⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^5b^5$

해설

- ① $(a^3)^3 = a^9$
- ② $(a^2)^3 \times a^3 = a^6 \times a^3 = a^{6+3} = a^9$
- ③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$
- ④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^6$
- ⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^6b^6$

14. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$
- ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$
- ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$
- ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$
- ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이다.

- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$
- ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$
- ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$
- ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$
- ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

15. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

16. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a = 3, b = 2$
 $\therefore a + b = 5$

17. 다음 식 중 잘못된 것을 찾으시오? [배점 3, 중하]

- ① $a^3 \times a^2 = a^5$ ② $a^3 \times a^4 = a^7$
 ③ $x^4 \times x^3 = x^{12}$ ④ $2^3 \times 2^2 = 2^5$
 ⑤ $b^3 \times b^6 = b^9$

해설

- ① $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$
 ② $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$
 ③ $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$
 ④ $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
 ⑤ $b^3 \times b^6 = b^{3+6} = b^9$

18. $x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{\square}y^{\square}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수를 차례로 쓴 것은? [배점 4, 중중]

- ① 15, 12 ② 8, 8 ③ 7, 9
 ④ 5, 11 ⑤ 11, 7

해설

$x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{5+2}y^{3+6} = x^7y^9$ 이다.

19. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6 \therefore x = 2$
 $8^2 \times 4^y = 64^3$
 $4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6 \therefore y = 6$

20. $\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{x^3}{27y^6}$ ② $-\frac{x^3}{27y^6}$ ③ $-\frac{x^6}{27y^6}$
 ④ $\frac{x^6}{27y^6}$ ⑤ $-\frac{x^3}{27y^3}$

해설

$\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3 = -\frac{x^3}{27y^6}$

21. $a = 4^5, b = 5^{10} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^5(5^{10} + 5) = 2^{10} \times 5^{10} + 2^{10} \times 5 = (2 \times 5)^{10} + (2 \times 5) \times 2^9$$

따라서 n 은 11 자리의 자연수이다.

22. $x = 5^{15} + 1, y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 를 십진법으로 나타낼 때 몇 자리의 수인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$$

이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

23. $2^3 = \frac{1}{x}$ 이라고 할 때, $\left(\frac{1}{64}\right)^2$ 을 x 에 관하여 나타내면? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{x^{12}}$ ② $\frac{1}{x^6}$ ③ x^4
 ④ x^6 ⑤ x^{12}

해설

$$\left(\frac{1}{64}\right)^2 = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}}$$

$x = \frac{1}{2^3}$ 이므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{(2^3)^4} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^4 = x^4$$

24. n 이 자연수 일 때,

$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :

$$\begin{aligned} n+1 \text{ 은 짝수, } n+2 \text{ 은 홀수, } 2n \text{ 은 짝수이므로} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n} \\ = -1 + 1 + (-1)(-1) + (1) \\ = 2 \end{aligned}$$

ii) n 이 짝수 일 때 :

$$\begin{aligned} n+1 \text{ 은 홀수, } n+2 \text{ 은 짝수, } 2n \text{ 은 짝수이므로} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n} \\ = 1 + (-1) + (1)(1) + (1) \\ = 2 \end{aligned}$$

$\therefore 2$

25. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?
(단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수) [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$

(단, $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

26. $a^3 = 2$ 일 때, $\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{65}{63}$

해설

$\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 을 간단히 하면 $\frac{\frac{a^{18}+1}{a^9}}{\frac{a^{18}-1}{a^9}} = \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1}$

$a^3 = 2$ 이므로

$a^{18} = (a^3)^6 = 2^6 = 64$

따라서 $a^{18} = 64$ 를 대입하여 식의 값을 구하면

\therefore (준식) $= \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1} = \frac{64 + 1}{64 - 1} = \frac{65}{63}$

27. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 3^{63}

▶ 정답: 5^{36}

▶ 정답: 2^{81}

해설

$81 = 3^4, 63 = 3^2 \times 7, 36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9$ 에서

$2^9 < 5^4 < 3^7$ 이므로 세 수의 크기는 $2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$

$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$

28. 자연수 n 에 대하여 $f(2^n) = n$ 이라 정의하자. 다음 수 중에서 가장 큰 수를 m , 가장 작은 수를 n 이라 할 때, $f(f(m)) + f(f(n))$ 의 값을 구하여라.

$$(4^2)^2, (2^2)^{2^2}, (2^{2^2})^2, 2^{4^2}, 4^{2^4}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$(4^2)^2 = 2^8 = 2^{2^3}, (2^2)^{2^2} = 2^{2^3}, (2^{2^2})^2 = 2^{2^3}, 2^{4^2} = 2^{2^4}, 4^{2^4} = 2^{2^5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{가장 큰 수 } m) = 2^{2^5}, (\text{가장 작은 수 } n) = 2^{2^3}$$

$$f(m) = f(2^{2^5}) = 2^5, f(n) = f(2^{2^3}) = 2^3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(f(m)) + f(f(n)) = f(2^5) + f(2^3) = 5 + 3 = 8$$

29. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A 를 구하여라. (단, $y > x$)

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $y - x$

해설

$$x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x}$$

$$= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y}$$

$$= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y$$

$$= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y$$

$$= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x}$$

$$\therefore A = y - x$$

30. $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$625 = 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$, $125 = 5^3$ 이므로
주어진 식을 밑이 5인 거듭제곱꼴의 형태로 바꾸어 주면

$$625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$$

$$(5^4)^{x-1} = 5^{2x} \times (5^3)^6 \times (5^2)^{-3}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x} \times 5^{18} \times 5^{-6}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x+12}$$

밑이 5로 같으므로 양변의 지수가 같다.

$$4x - 4 = 2x + 12$$

$$\therefore x = 8$$

31. 자연수 n 에 대하여 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n} + 3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $g(n)$ 이라고 할 때, $\frac{f(2009)}{g(2009)}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
 3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
 따라서 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리 숫자는 5, 3, 5, 7 이 반복된다.
 $\therefore f(2009) = 5$
 $2^{3n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n$ 이고,
 8^n 의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6 이 반복된다.
 9^n 의 일의 자리 숫자는 9, 1 이 반복된다.
 따라서 $8^n + 9^n$ 의 일의 자리 숫자는 7, 5, 1, 7 이 반복된다.

$$\therefore \frac{f(2009)}{g(2009)} = \frac{5}{7}$$

32. 함수 $f(x) = x - 10\left[\frac{x}{10}\right]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \dots + f(g(1000))$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 5000

해설

$$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \dots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \dots + f(3^{1000})$$

예를 들어 $f(125) = 125 - 10\left[\frac{125}{10}\right] = 125 - 10 \times 12 = 5$, $f(79) = 79 - 10 \times 7 = 9$
 즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.
 따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \dots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
 $1000 = 4 \times 250$ 이므로

$$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \dots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \dots + f(3^{1000}) = (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000$$

33. $13^{2009} + 16^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

13의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로 3, 9, 7, 1이 반복된다.

따라서 13^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 2009를 4로 나눈 나머지가 1이므로 3이다.

6의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 항상 6이므로

16^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 6이다.

따라서 $13^{2009} + 16^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 각각의 일의 자리의 숫자를 더한 $3 + 6 = 9$ 이다.