

확인학습1111

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $x^5 \div (x^2)^3 = \frac{1}{x}$ ② $y^1 \div y^3 = \frac{1}{y^3}$
 ③ $\frac{z^2}{z^2} = 1$ ④ $a^6 \div a^5 = a$
 ⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

해설

- ① $x^5 \div (x^2)^3 = x^5 \div x^{2 \times 3} = \frac{x^5}{x^6} = \frac{1}{x^{6-5}} = \frac{1}{x}$
 ② $y^1 \div y^3 = \frac{y^1}{y^3} = \frac{1}{y^{3-1}} = \frac{1}{y^2} \neq \frac{1}{y^3}$
 ③ $\frac{z^2}{z^2} = z^{2-2} = z^0 = 1$
 ④ $a^6 \div a^5 = a^{6-5} = a$
 ⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

2. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C$ 를 구하여라.

- ㉠ $a^A \div a^3 = \frac{1}{a}$
 ㉡ $(x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4}$
 ㉢ $(y^3)^C \times y \times y^5 = y^{18}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

- ㉠ $a^A \div a^3 = \frac{1}{a} = \frac{1}{a^{3-A}} \Rightarrow 3-A=1 \Rightarrow A=2$
 ㉡ $(x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^{2 \times 5 - B \times 3}} \Rightarrow 2 \times 5 - B \times 3 = 4 \Rightarrow B=2$
 ㉢ $(y^3)^C \times y \times y^5 = y^{3 \times C + 1 + 5} = y^{3 \times C + 6} = y^{18} \Rightarrow 3 \times C + 6 = 18 \Rightarrow C=4$
 $\therefore A + B + C = 2 + 2 + 4 = 8$

3. n 이 홀수 일 때,

$(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$2n$ 의 짝수, $2n+1$ 은 홀수이므로

$$(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1} = 1 - (-1) = 2$$

4. 다음 중 식을 바르게 정리한 것을 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $a^2 \times (a^3)^2 = a^7$ ② $x^5 \div x^3 \times x^2 = 1$
 ③ $a^3 \div a^2 \div a = 0$ ④ $x^2 \times x^3 \div x^5 = 1$
 ⑤ $a^3 \div a \times a = a$

해설

- ① $a^2 \times a^6 = a^8$
 ② $x^{5-3+2} = x^4$
 ③ $a^3 \div a^2 \div a = 1$
 ⑤ $a^{3-1+1} = a^3$
 이므로 ④가 답이다.

5. $(-ab^x)^3 \div ab^2 = -a^y b^7$ 일 때, $x - y$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$-a^3 b^{3x} \times \frac{1}{ab^2} = -a^2 b^{3x-2} = -a^y b^7,$$

$$x = 3, y = 2$$

$$\therefore x - y = 1$$

6. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+5} - (-1)^{2n-2}$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2n + 5$ 는 홀수이고 $2n - 2$ 는 짝수이므로
(준식) $= -1 - 1 = -2$

7. $x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 = 7^7$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$\text{좌변을 계산하면 } 7x^6 = 7^7$$

$$x^6 = 7^6$$

$$\therefore x = 7$$

8. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$x^{4a} = x^4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1 + 4 - 4 = 1$$

9. $(a^x b^2 c)^3 = a^6 b^y c^z$ 일 때, $x - y + z$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$a^{3x} = a^6 \rightarrow 3x = 6$$

$$\therefore x = 2, y = 6, z = 3$$

$$\therefore 2 - 6 + 3 = -1$$

10. 다음 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

㉠ a^{2+2+2}

㉡ $a^2 \times a^3$

㉢ $(a^2)^2 \times a^2$

㉣ $a^2 \times a^3 \times a$

㉤ $(a^2)^3$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $a^{2+2+2} = a^6$

㉡ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

㉢ $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$

㉣ $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$

㉤ $(a^2)^3 = a^6$

11. 다음 식 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{12}$

㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^6 b^4$

㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^4 y^7 z^5$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{2+2+3} = a^7$

㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^{3+2} b^{2+2} = a^5 b^4$

㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^{1+3} y^{2+5} z^5 = x^4 y^7 z^5$

12. 다음 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

- ㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$ ㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$
 ㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$ ㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$
 ㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

해설

- ㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$
 ㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$
 ㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$
 ㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$
 ㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

13. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,
 a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로
 $a = 3, b = 2$
 $\therefore a + b = 5$

14. 다음은 식을 간단히 한 것이다. 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(x^3y^2)^2 = x^6y^4$ ② $(x^4y)^3 = x^{12}y^3$
 ③ $(2a^2)^4 = 16a^8$ ④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$
 ⑤ $\left(-\frac{2y^2}{x}\right)^3 = -\frac{8y^5}{x^3}$

해설

- ① $(x^3y^2)^2 = x^6y^4$
 ② $(x^4y)^3 = x^{12}y^3$
 ③ $(2a^2)^4 = 16a^8$
 ④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$
 ⑤ $\left(-\frac{2y^2}{x}\right)^3 = -\frac{8y^6}{x^3}$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4y^6 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2$
 $= 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2b^6 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

① $(a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$

② $(a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2$

③ $(4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{4a^3}{27}$

④ $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{108}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \frac{1}{16a^6b}$

해설

① $(a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3$
 $= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \frac{1}{a^3b^3}$
 $= a^3b$

② $(a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4}$
 $= a^4b^6 \times \frac{a^2}{b^4}$
 $= a^6b^2$

③ $(4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right)$
 $= 2^4a^2 \times \frac{a^3}{27} \times a^2$
 $= \frac{16a^7}{27}$

④ $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3$
 $= \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{27}$
 $= \frac{a^5b^3}{108}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3$
 $= \frac{a^2}{16} \times \frac{b^2}{a^2 \times \frac{1}{a^6b^3}}$
 $= \frac{1}{16a^6b}$

17. 다음 중 가장 큰 수를 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $2^2 \times 2^2$ ② 3×3^2
 ③ $2 \times (-2)^4$ ④ $(-4)^3 \times 4^2$
 ⑤ $(-3)^3 \times (-3)$

해설

- ① $2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 16$
 ② $3 \times 3^2 = 3^3 = 27$
 ③ $2 \times (-2)^4 = 2 \times 2^4 = 2^{1+4} = 2^5 = 32$
 ④ $(-4)^3 \times 4^2 = -4^3 \times 4^2 = -4^5 = -1024$
 ⑤ $(-3)^3 \times (-3) = -3^3 \times (-3) = 3^4 = 81$

18. $\frac{2^{15} \times 15^{30}}{45^{15}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, $a^2 + a + 1$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 273

해설

$$\frac{2^{15} \times 3^{30} \times 5^{30}}{3^{30} \times 5^{15}} = 2^{15} \times 5^{15} = 10^{15} \text{ 이므로}$$

$$a = 16 \quad \therefore a^2 + a + 1 = 273$$

19. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 17

해설

$$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$$

따라서 17 자리의 자연수이다.

20. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}$$

$$2x + 1 = 3(x - 2)$$

$$\therefore x = 7$$

21. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

22. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

23. n 이 자연수일 때, $(-1)^{n-1} + a^{2n-2} + (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} - (-a)^{2n-2} - (-1)^{n+3}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $-a$ ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ a

해설

$$n \text{이 짝수일 때, } -1 + a^{2n-2} - a^{2n+1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} + 1 = 0$$

$$n \text{이 홀수일 때, } 1 + a^{2n-2} - a^{2n-1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} - 1 = 0$$

24. $2^{13} \times 5^{15}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 자리의 수

해설

$$2^{13} \times 5^{13} \cdot 5^2 = (2 \times 5)^{13} \times 5^2 = 25 \times 10^{13}$$

25. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$
④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

26. 다음 등식을 만족하는 a, b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$

$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

[배점 5, 중상]

- ① 11 ② -11 ③ -5
④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식

$$: 2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$$

두 번째 식

$$: (-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$$

$$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$$

27. n 이 자연수일 때, 다음 식을 만족하는 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} = a, \quad (-1)^{n-1} \div (-1)^n = b$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} a &= (-1)^{2n+1} = -1 \\ b &= \frac{(-1)^{n-1}}{(-1)^n} = -1 \\ \therefore a + b &= -2 \end{aligned}$$

28. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 2^a + 2^b + 2^c &\leq 1 + 2^{a+b} + 2^c \quad (\text{단, 등호는 } a = 0 \text{ 또는 } b = 0 \text{일 때 성립}) \\ 2^a + 2^b + 2^c &\leq 1 + (1 + 2^{a+b+c}) \quad (\text{단, 등호는 } a + b = 0 \text{ 또는 } c = 0 \text{일 때 성립}) \\ 2^a + 2^b + 2^c &\leq 1 + (1 + 2^4) \\ 2^a + 2^b + 2^c &\leq 18 \\ \text{따라서 최댓값은 } 18 \quad (&a = 0, b = 0 \text{ 또는 } b = 0, c = 0 \text{ 또는 } c = 0, a = 0 \text{일 때}) \end{aligned}$$

29. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

30. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5 개 이다.

31. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

32. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

33. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, \quad bd = 12, \quad cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

34. $a^3 = 2$ 일 때, $\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{65}{63}$

해설

$$\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}} \text{ 을 간단히 하면 } \frac{\frac{a^{18}+1}{a^9}}{\frac{a^{18}-1}{a^9}} = \frac{a^{18}+1}{a^{18}-1}$$

$$a^3 = 2 \text{ 이므로}$$

$$a^{18} = (a^3)^6 = 2^6 = 64$$

따라서 $a^{18} = 64$ 를 대입하여 식의 값을 구하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{a^{18}+1}{a^{18}-1} = \frac{64+1}{64-1} = \frac{65}{63}$$

35. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.