

# 단원 형성 평가

1.  $2^{12} \times 5^{13}$  은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

2.  $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값이 최대일 때,  $a + 2b - c$  의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 28 \ 42 \ 70 \\ \underline{\phantom{2} 56} \phantom{0} \\ \phantom{2} 14 \phantom{0} \phantom{0} \\ \underline{\phantom{2} 28} \phantom{0} \\ \phantom{2} 0 \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 14 \ 21 \ 35 \\ \underline{\phantom{7} 14} \phantom{0} \\ \phantom{7} 0 \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 5 \end{array}$$

28, 42, 70 의 최대공약수가 14 이므로  $n = 14$  이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

①  $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2 y^3)^2 = xy^{12}$

②  $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4 y^4$

③  $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

④  $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

⑤  $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

①  $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2 y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4 y^6 = xy^{12}$

②  $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4 y^4$

③  $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

④  $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2 b^6 \times a^2 = ab^9$

⑤  $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

4. 다음 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

- |                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| ㉠ $a^{2+2+2}$          | ㉡ $a^2 \times a^3$          |
| ㉢ $(a^2)^2 \times a^2$ | ㉣ $a^2 \times a^3 \times a$ |
| ㉤ $(a^2)^3$            |                             |

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠  $a^{2+2+2} = a^6$
- ㉡  $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$
- ㉢  $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$
- ㉣  $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$
- ㉤  $(a^2)^3 = a^6$

5. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ①  $(-2xy^2) \times (3x)^2 \div (6y)^2 = -\frac{x^3}{2}$
- ②  $14a^2 \div (-2b^2)^2 \times (2ab^2)^2 = 14a^4$
- ③  $\left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 \times (3b^2)^2 \div (4ab^2)^2 = \frac{a^2}{4}$
- ④  $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = 25a^2$
- ⑤  $(-4x^2y) \div \left(-\frac{2}{3}y^2\right) \times (2xy^2)^3 = 48x^5y^5$

해설

- ①  $(-2xy^2) \times 9x^2 \times \frac{1}{36y^2} = -\frac{x^3}{2}$
- ②  $14a^2 \div 4b^4 \times 4a^2b^4 = 14a^4$
- ③  $\frac{4}{9}a^4 \times 9b^4 \times \frac{1}{16a^2b^4} = \frac{a^2}{4}$
- ④  $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2$   
 $= 100a^2 \times a^2b^4 \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 900a^2$
- ⑤  $(-4x^2y) \times \left(-\frac{3}{2y^2}\right) \times 8x^3y^6 = 48x^5y^5$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ①  $x \times x^4 \times y^5 \times y = x^5y^6$
- ②  $(x^7)^2 = x^{14}$
- ③  $x^{10} \div x^5 = x^2$
- ④  $(x^2y^3)^6 = x^{12}y^{18}$
- ⑤  $\left(-\frac{y^2}{x^5}\right)^5 = -\frac{y^{10}}{x^{25}}$

해설

$x^{10-5} = x^5$  이므로 ③이 답이다.

7.  $2^{x+4} = 4^{2x-1}$  이 성립할 때,  $x$  의 값으로 옳은 것은?  
[배점 4, 중중]

- ① -1    ② 1    ③ 2    ④ 4    ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+4} &= 2^{2(2x-1)} \\ x+4 &= 2(2x-1) \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

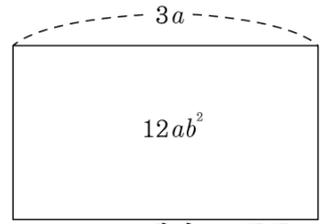
8. 정육면체의 겉넓이가  $\frac{27}{2}a^2$  일 때, 정육면체의 한 변의 길이는?  
[배점 4, 중중]

- ①  $\frac{3}{2}a$     ②  $\frac{9}{4}a$     ③  $\frac{3}{2}a^2$   
④  $\frac{9}{4}a^2$     ⑤  $4a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를  $x$  라고 하면  
(정육면체의 겉넓이) =  $x^2 \times 6$  이므로  
 $\frac{27}{2}a^2 = x^2 \times 6$   
 $x^2 = \frac{9}{4}a^2$   
따라서 정육면체의 한 변의 길이  $x = \frac{3}{2}a$  이다.

9. 다음 그림과 같이 가로  
의 길이가  $3a$ , 넓이  
가  $12ab^2$  인 직사각형  
이 있다. 이 직사각형의  
세로의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ①  $4a$     ②  $4a^2$     ③  $4b$   
④  $4b^2$     ⑤  $4ab^2$

해설

(직사각형의 넓이) = (가로)  $\times$  (세로) 이므로  
세로의 길이를  $x$  라고 하면

$$\begin{aligned} 12ab^2 &= 3a \times x \\ x &= \frac{12ab^2}{3a} = 4b^2 \end{aligned}$$

10. 가로의 길이가  $\left(\frac{3b}{2a}\right)^2$ , 세로의 길이가  $\left(\frac{2a}{b}\right)^2$  인 직사  
각형의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

(직사각형의 넓이) = (가로)  $\times$  (세로) 이므로

$$\begin{aligned} \text{(직사각형의 넓이)} &= \left(\frac{3b}{2a}\right)^2 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^2 \\ &= \frac{9b^2}{4a^2} \times \frac{4a^2}{b^2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

11. 메모리 용량 1MB 의  $2^{10}$  배를 1GB 라고 한다.  
 준호가 가지고 있는 PMP 가 32GB 의 용량이라고 하면, 준호는 256MB 의 동영상 강의 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 128 개

해설

1GB 는 1MB 의  $2^{10}$  배 이므로 32GB 는  $(32 \times 2^{10})$  MB 이다.  
 $(32 \times 2^{10}) \div 256 = (32 \times 2^{10}) \div (2^8) = 32 \times 2^2 = 32 \times 4 = 128$  이다.  
 따라서 PMP 에는 128 개의 동영상 강의가 들어갈 수 있다.

12.  $2^{17} \times 5^{20}$  은  $n$  자리의 자연수이고,  $3^{2008}$  의 일의 자리의 숫자는  $m$  일 때,  $n + m$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$   
 $\therefore n = 20$   
 $3^m$  의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고  
 $2008 = 4 \times 502$  이므로  $m = 1$   
 $\therefore n + m = 21$

13.  $2^{10} \approx 1000$  이라 할 때,  $5^{10}$  의 값은? [배점 5, 중상]

- ①  $10^2$                       ②  $10^4$                       ③  $10^5$   
 ④  $10^7$                       ⑤  $10^8$

해설

$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3$  이므로  
 $5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$   
 따라서  $5^{10} = 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7$

14.  $x = \frac{1}{9}$  일 때,  $x^{\frac{1}{x}}$  을 3 의 거듭제곱으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $3^{-18}$

해설

$x = \frac{1}{9}$  일 때,  $\frac{1}{2} = 9$  이므로  
 $x^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{9}\right)^9 = \left(\frac{1}{3^2}\right)^9 = \frac{1}{3^{18}}$

15. 음이 아닌 수  $a, b$ 에 대하여  $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$  (단, 등호는  $a = 0$  또는  $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다.  $a+b+c = 4$ 일 때,  $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단,  $c \geq 0$ ) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$  (단, 등호는  $a = 0$  또는  $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$  (단, 등호는  $a+b = 0$  또는  $c = 0$ 일 때 성립)

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$$

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$$

따라서 최댓값은 18 ( $a = 0, b = 0$  또는  $b = 0, c = 0$  또는  $c = 0, a = 0$ 일 때)

16.  $n$ 이 자연수일 때,

$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

i)  $n$ 이 홀수일 때:

$n+1$ 은 짝수,  $n+2$ 은 홀수,  $2n$ 은 짝수이므로

$$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$$

$$= -1 + 1 + (-1)(-1) + (1)$$

$$= 2$$

ii)  $n$ 이 짝수일 때:

$n+1$ 은 홀수,  $n+2$ 은 짝수,  $2n$ 은 짝수이므로

$$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$$

$$= 1 + (-1) + (1)(1) + (1)$$

$$= 2$$

$$\therefore 2$$

17. 다음 계산 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

①  $a^3 \times a^2 = a^6$

②  $(-a^4)^2 = a^8$

③  $a^8 \div a^2 = a^4$

④  $(3xy^2)^2 = 6x^2y^4$

⑤  $\left(-\frac{b}{a^2}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2}$

해설

①  $a^5$

③  $a^6$

④  $9x^2y^4$

⑤  $\frac{b^2}{a^4}$

18. 다음  안에 알맞은 수를 넣어라. (단,  > 0)

$$\left( \frac{x^2 z^{\square}}{\square y^5} \right)^{\square} = \frac{x^8 z^{12}}{16 y^{20}}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

$$2 \times \square = 8, \therefore \square = 4$$

$$\square \times 4 = 12, \therefore \square = 3$$

$$\square^4 = 16, \therefore \square = 2$$

19. 임의의 자연수  $m, n$  에 대하여  $x^m y^n = z^{m-n}$ ,  $x^n y^m = z^{n-m}$  일 때,  $(\frac{1}{xy})^{m+n}$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x^m y^n &= z^{m-n}, x^n y^m = z^{n-m} \text{ 에서} \\ z^{m-n} \times z^{n-m} &= z^{m-n+n-m} = z^0 = 1 \\ x^m y^n \times x^n y^m &= (xy)^{m+n} = 1 \text{ 에서 } m+n \neq 0 \\ \text{이므로 } xy &= 1 \text{ 이다.} \\ \therefore (\frac{1}{xy})^{m+n} &= 1^{m+n} = 1 \end{aligned}$$

20.  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$  일 때,  $x$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} &= 117 \text{ 에서} \\ 3^x \times \frac{1}{3} + 3^x + 3^x \times 3 &= 117 \\ (\frac{1}{3} + 1 + 3) \times 3^x &= 117 \\ \frac{13}{3} \times 3^x &= 117 \\ 3^x &= 27 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

21.  $n$  이 자연수일 때,  $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{2n-1}$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-1+1) + (-1+1) + (-1+1) + \dots + (-1+1) - 1 = -1 \end{aligned}$$

22.  $16^3 \div 4^n = 8^{-2}$  일 때,  $n$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned} 16^3 \div 4^n &= 8^{-2} \\ 2^{12} \div 4^n &= 2^{-6} \\ 4^n &= 2^{18} = 4^9 \\ \therefore n &= 9 \end{aligned}$$

23. 자연수  $x, y$  에 대하여  $f(xy) = f(x) + f(y)$  를 만족하는 함수  $f$  가 있다.  $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$  이고,  $f(k) = 3a + 2b + c$  일 때, 자연수  $k$  의 약수의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 24개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$  에서  
 $f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$   
 $f(xy) = f(x) + f(y)$  이므로  
 $f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$   
 $\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$   
 따라서  $k$  의 약수의 개수는  $4 \times 3 \times 2 = 24$  (개)이다.

24.  $f(x) = 2^x$  이라고 할 때,  $\square$  안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(4) \times f(6) \div f(-3) = f(\square)$$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned} f(4) \times f(6) \div f(-3) &= 2^4 \times 2^6 \div \frac{1}{2^3} \\ &= 2^4 \times 2^6 \times 2^3 \\ &= 2^{13} \\ &= f(13) \end{aligned}$$

25.  $f(x) = a^{2x}b^{3x}$  이고,  $f(3x+1) = f(m) \times f^n(x)$  일 때,  $m - n$  의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$f(x) = a^{2x}b^{3x} = (a^2b^3)^x$  이므로  
 (좌변)  $= f(3x+1) = (a^2b^3)^{3x+1}$   
 (우변)  $= f(m) \times f^n(x)$   
 $= (a^2b^3)^m \times ((a^2b^3)^x)^n$   
 $= (a^2b^3)^m \times (a^2b^3)^{nx}$   
 $= (a^2b^3)^{nx+m}$   
 따라서  $3x+1 = nx+m, n=3, m=1$  이다.  
 $\therefore m - n = 1 - 3 = -2$