

확인학습문제

1. 다음은 닮은 도형에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① 닮음인 것을 기호 $\sim$ 를 써서 나타낸다.
- ② 대응변의 길이의 비는 모두 같다.
- ③ 대응각의 크기는 각각 같다.
- ④ 닮음비가 1:1 이라는 것은 합동을 뜻한다.
- ⑤ 두 삼각형은 항상 닮은 도형이다.

해설

⑤ 두 삼각형이 어떤 삼각형이냐에 따라 닮음을 구별할 수 있다.

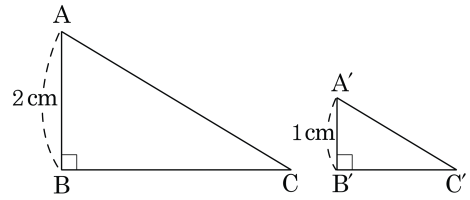
2. 다음 중 항상 닮은 도형인 것은? [배점 2, 하중]

- ① 두 부채꼴
- ② 두 이등변 삼각형
- ③ 두 원
- ④ 두 직사각형
- ⑤ 두 사다리꼴

해설

두 원은 두 원 중 한 원을 확대 또는 축소하여 만든 도형이므로 항상 닮음이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 일 때, $\overline{AC}$ 에 대응하는 변과 $\angle C'$ 에 대응하는 각을 순서대로 나열하면?



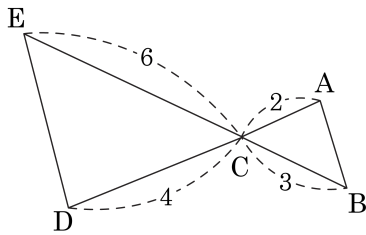
[배점 3, 하상]

- ① $\overline{AB}$, $\angle A$
- ② $\overline{AC}$, $\angle C$
- ③ $\overline{A'B'}$, $\angle B$
- ④ $\overline{A'B'}$, $\angle C$
- ⑤ $\overline{A'C'}$, $\angle C$

해설

$\overline{AC}$ 에 대응하는 변은 $\overline{A'C'}$ 이다. $\angle C'$ 에 대응하는 각은 $\angle C$ 이다.

4. 다음의 그림에서 $\triangle ABC$ 와 닮음인 삼각형과 닮음 조건을 바르게 짝지어 놓은 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $\triangle EDC$ (SSS닮음) ② $\triangle DEC$ (AA닮음)
 ③ $\triangle CDE$ (SSS닮음) ④ $\triangle DEC$ (SSS닮음)
 ⑤ $\triangle DEC$ (SAS닮음)

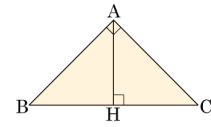
해설

$$\overline{BC} : \overline{CE} = 3 : 6 = 1 : 2, \overline{CA} : \overline{CD} = 2 : 4 = 1 : 2$$

$$\angle ECD = \angle BCA(\text{맞꼭지각})$$

따라서 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (SAS닮음) 이다.

5. 다음 그림에서 $\angle AHB = \angle BAC = 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



[배점 3, 하상]

- ① $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{CH}$
 ② $\triangle ABC \sim \triangle HAC$
 ③ $\angle C = \angle BHA$
 ④ $\angle B = \angle ACH$
 ⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$

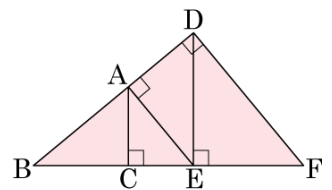
해설

$$\triangle ABC \sim \triangle HAC \text{ 에서 } \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{AH}$$

$$\angle C = \angle BAH, \angle B = \angle CAH$$

6. $\triangle ACE$ 와 닮음의 위치에 있는 도형과 닮음의 중심은?

[배점 3, 하상]

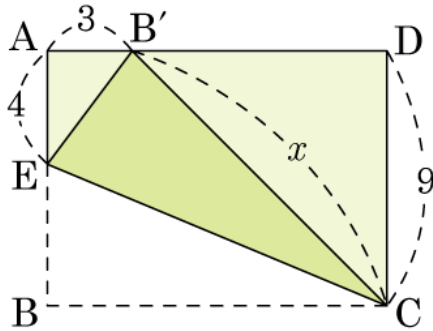


- ① $\triangle EDA$ 와 점 B ② $\triangle ABC$ 와 점 B
 ③ $\triangle DEF$ 와 점 B ④ $\triangle EDA$ 와 점 C
 ⑤ $\triangle DEF$ 와 점 C ⑥

해설

$\triangle ACE$ 와 $\triangle DEF$ 에 대응하는 점을 연결한 직선이 모두 한 점 B 에서 만난다.

7. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 꼭짓점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

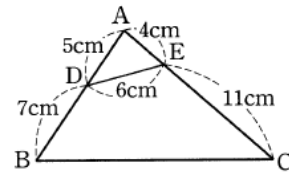
▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$\angle AB'E + \angle AEB' = 90^\circ$, $\angle AB'E + \angle DB'C = 90^\circ$
 이므로 $\angle AEB' = \angle DB'C$
 따라서 $\triangle AB'E$ 와 $\triangle DCB'$ 에서
 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle AEB' = \angle DB'C$ 이므로
 $\triangle AB'E \sim \triangle DCB'$ (AA 닮음)
 $\overline{AB'} : \overline{DC} = 3 : 9 = 4 : (x - 3)$
 $36 = 3(x - 3) \quad \therefore x = 15$

8. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 7.5cm ② 10.5cm ③ 12.5cm
 ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{AE} = 12 : 4 = 3 : 1$$

$$\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$$

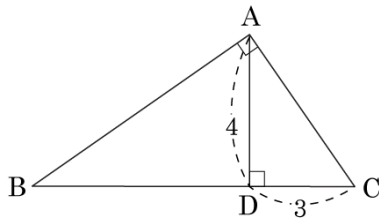
$\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 닮음)

$$\overline{BC} : \overline{ED} = 3 : 1 \text{ 이므로 } \overline{BC} : 6 = 3 : 1$$

$$\therefore \overline{BC} = 18(\text{cm})$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 발을 D라 하면 $\overline{CD} = 3$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이는?



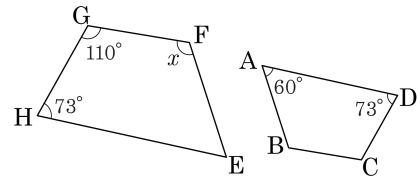
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 &= \overline{CD} \times \overline{BD} \text{ 이므로} \\ 4^2 &= 3 \times \overline{BD} \\ \therefore \overline{BD} &= \frac{16}{3}\end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같은 두 도형이 닮음일 때, $\angle x$ 의 크기는?



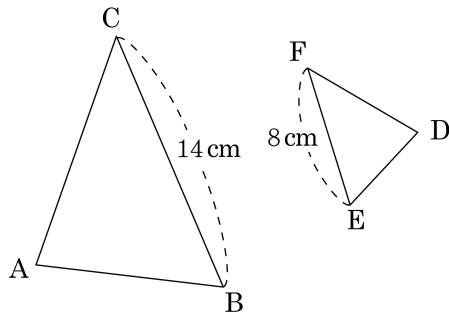
[배점 3, 중하]

- ① 117° ② 118° ③ 119°
④ 120° ⑤ 121°

해설

$$\begin{aligned}\square ABCD \sim \square EFGH \text{ 이므로 } \angle E &= \angle A = 60^\circ \\ \therefore \angle x &= 360^\circ - (60^\circ + 73^\circ + 110^\circ) \\ &= 360^\circ - 243^\circ \\ &= 117^\circ\end{aligned}$$

11. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮음일 때, 닮음비는 얼마인가?



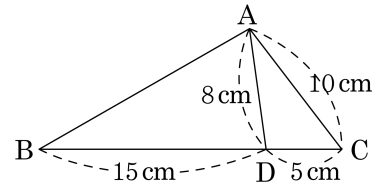
[배점 3, 중하]

- ① 6 : 4 ② 7 : 4 ③ 8 : 5
④ 8 : 7 ⑤ 9 : 4

해설

$$14 : 8 = 7 : 4$$

12. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 의 변 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{BD} = 15 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$ 인 점 D 를 잡았을 때, $\overline{AD} = 8 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ 라고 한다. $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{DC} = 10 : 5 = 2 : 1$,
 $\overline{BC} : \overline{AC} = 20 : 10 = 2 : 1$,
 $\angle C$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
 $\therefore 2 : 1 = \overline{AB} : 8$
따라서 $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$ 이다.

13.

다음 그림에서 $\overline{AD} = 5\text{ cm}$, $\overline{AE} = 4\text{ cm}$, $\overline{DE} = 4.5\text{ cm}$, $\overline{DB} = 7\text{ cm}$, $\overline{EC} = 11\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

[배점 3, 중하]

- ① 13.5 cm ② 14 cm ③ 14.2 cm
④ 14.5 cm ⑤ 15 cm

해설

$$\overline{AD} : \overline{AC} = 5 : 15 = 1 : 3$$

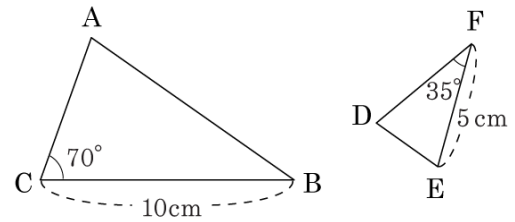
$$\overline{AE} : \overline{AB} = 4 : 12 = 1 : 3$$

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AB}$ 이고 $\angle A$ 가 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 닮음)

$$\therefore 1 : 3 = 4.5 : \overline{BC}$$

따라서 $\overline{BC} = 13.5\text{ cm}$ 이다.

14. 다음과 같은 그림에서 $\angle A = \square^\circ$ 이고, $\angle E = \square^\circ$ 이어야 다음 두 삼각형은 닮은 도형이 된다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

▷ 정답 : 70

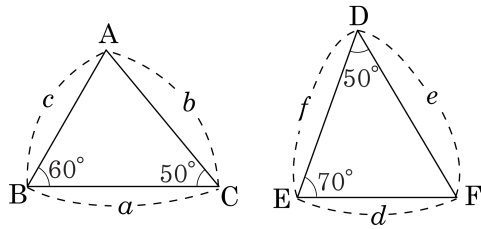
해설

$\angle A = 75^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ 이면

$\angle B = 35^\circ$, $\angle D = 75^\circ$ 가 되므로

$\triangle ABC \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)

15. 다음 그림의 두 삼각형은 닮은 도형이다. 두 삼각형의 닮음비는?



[배점 3, 중하]

- ① $a : d$ ② $b : f$ ③ $c : e$
 ④ $a : f$ ⑤ $b : d$

해설

$\triangle ABC \sim \triangle EFD$ 이므로
 닮음비는 $a : e = b : f = c : d$

16. 다음 중 항상 닮은 도형인 것은? [배점 3, 중하]

- ① 한 변의 길이가 같은 두 직사각형
 ② 밑변의 길이가 같은 두 직각삼각형
 ③ 두 이등변 삼각형
 ④ 반지름의 길이가 다른 두 원
 ⑤ 두 마름모

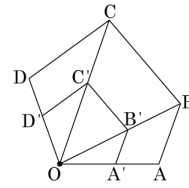
해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 호의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

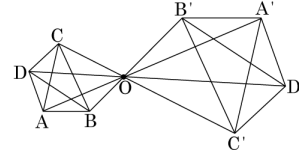
17. 다음 중 닮음의 위치에 있지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

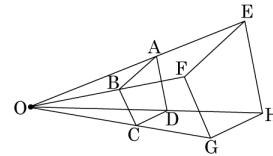
①



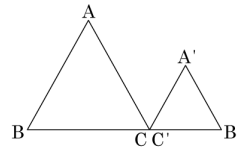
②



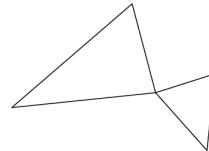
③



④



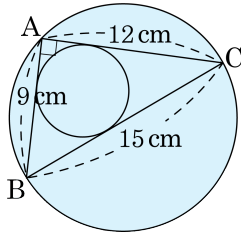
⑤



해설

닮음의 위치에 있는 도형은 대응점을 연결한 직선이 모두 한 점에서 만난다. 그리고 대응하는 변은 평행하거나 일치한다. 대응하는 변이 평행하지 않은 것은 ④, ⑤이다.

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원과 외접원의 닮음비는?



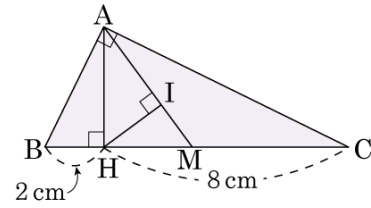
[배점 4, 중중]

- ① 3 : 5 ② 4 : 7 ③ 6 : 15
④ 9 : 13 ⑤ 5 : 11

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\frac{9 + 12 + 15}{2} \times r = \frac{1}{2} \times 9 \times 12$, $r = 3(\text{cm})$
 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2} \text{cm}$
 $\therefore$ 내접원과 외접원의 닮음비는 6 : 15 이다.

19. 다음 직각삼각형 ABC 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다.
 $\overline{HI}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{12}{5} \text{cm}$ ② $\frac{13}{5} \text{cm}$ ③ $\frac{14}{5} \text{cm}$
④ $\frac{11}{6} \text{cm}$ ⑤ $\frac{13}{6} \text{cm}$ ⑥

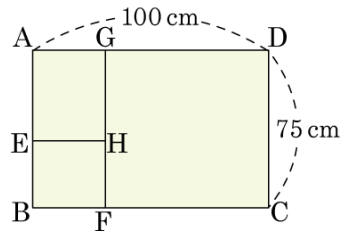
해설

$\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5(\text{cm})$, $\overline{HM} = 3(\text{cm})$
 $\overline{HM}^2 = \overline{MI} \cdot \overline{MA}$, $9 = 5 \overline{MI}$, $\overline{MI} = \frac{9}{5}(\text{cm})$
 $\overline{HI}^2 = \overline{MI} \cdot \overline{AI} = \frac{9}{5} \times \frac{16}{5} = \left(\frac{12}{5}\right)^2$, $\overline{HI} > 0$ 이
 므로 $\overline{HI} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

20.

음
림
서
직
각

다
그
에
세
사
형



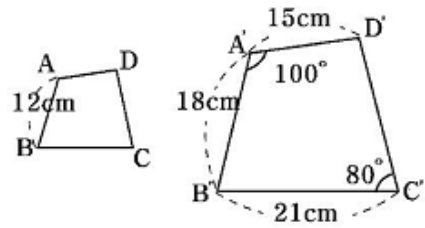
ABCD, GAEH, EBFH 가 닮은 도형일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는? [배점 4, 중중]

- ① 25cm ② 36cm ③ 50cm
④ 75cm ⑤ 90cm ⑥

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} : \overline{DC} &= \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF} \\ \overline{AD} : \overline{BF} &= 100 : 75 = 4 : 3 \\ \overline{EH} &= \overline{BF} = a \text{ 라고 하면} \\ \overline{HF} &= \frac{3}{4}a, \overline{GH} = \frac{4}{3}a \\ \overline{GH} + \overline{HF} &= \overline{DC} = 75(\text{cm}) \text{ 이므로} \\ \frac{4}{3}a + \frac{3}{4}a &= 75, \frac{25}{12}a = 75, a = 36(\text{cm}) \\ \therefore \overline{BF} &= 36(\text{cm})\end{aligned}$$

21. 다음 그림에서 $\square ABCD \sim \square A'B'C'D'$ 이다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이로 $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이를 나눈 값은?



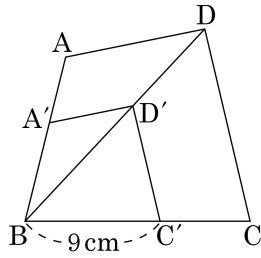
[배점 4, 중중]

- ① 1.4 ② 1.5 ③ 1.6 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 12 : 18 = 2 : 3$ 이므로 둘레의 길이의 비도 2 : 3이다. 따라서 $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이로 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이로 나눈 값은 $\frac{3}{2} = 1.5$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\square A'BC'D'$ 은 점 B를 닮음의 중심으로 하여 $\square ABCD$ 를 $\frac{3}{5}$ 만큼 축소한 것이다. 이때, $\overline{CC'}$ 의 길이는?



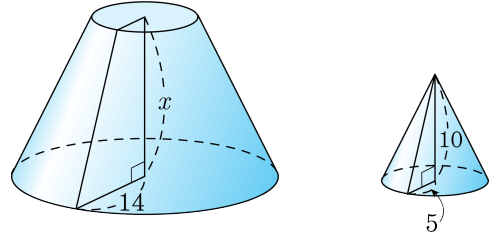
[배점 4, 중중]

- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm
④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC} : \overline{BC'} &= (\overline{BC'} + \overline{C'C}) : \overline{BC'} = 5 : 3 \text{ 이므로} \\ 3(9 + \overline{CC'}) &= 45 \\ 9 + \overline{CC'} &= 15 \\ \therefore \overline{CC'} &= 6(\text{cm})\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 원뿔을 잘라 원뿔대와, 원뿔을 만들었다. 원뿔대의 높이 x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

자르기 전 원뿔과 자른 후 생긴 원뿔은 서로 5 : 14의 닮음이다.

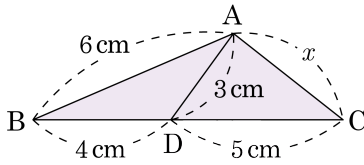
따라서 자르기 전 원뿔의 높이를 h 라고 하면,

$$5 : 14 = 10 : h$$

$$h = 28$$

x 의 값은 h 에서 자른 원뿔의 높이를 뺀 값이므로 $x = 18$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 3\text{cm}$ 일 때, x 의 값은?



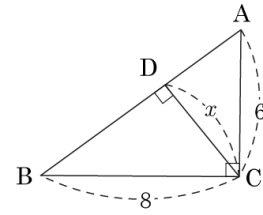
[배점 4, 중중]

- ① 3cm ② 3.5cm ③ 3.5cm
 ④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD$ 과 $\triangle CBA$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = 6 : 9 = 2 : 3$
 $\overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 6 = 2 : 3$
 $\angle B$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA$ (SAS 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로 $6 : (4 + 5) = 3 : x$
 $6x = 27$
 $\therefore x = 4.5$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

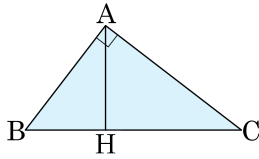
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$\overline{BD} = a$, $\overline{DA} = b$ 라 하면
 $6^2 = b(a + b) \dots ①$, $8^2 = a(a + b) \dots ②$
 ①, ②식을 $(a + b)$ 로 정리하면
 $(a + b) = \frac{6^2}{b} \dots ③$, $(a + b) = \frac{8^2}{a} \dots ④$
 $\frac{6^2}{b} = \frac{8^2}{a}$ 이므로 $a = \frac{16}{9}b \dots ⑤$
 ⑤식을 ①식에 대입하면 $b = \frac{18}{5} \dots ⑥$
 ⑥식을 ⑤식에 대입하면 $a = \frac{32}{5}$
 $\overline{AB} = 10$
 $\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$
 $48 = 10 \times x$
 $\therefore x = \frac{24}{5}$

26. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



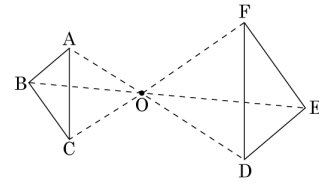
[배점 5, 중상]

- ① $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ ② $\triangle HAC \sim \triangle HBA$
 ③ $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$ ④ $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$
 ⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$

해설

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$$

27. 아래 그림에서 $\triangle DEF$ 는 점 O 를 닮음의 중심으로 하여 $\triangle ABC$ 를 2 배로 확대한 것이다. 다음 중 옳은 것을 세 가지 고르면?



보기

- ㉠ $\overline{AB} : \overline{DE} = 1 : 2$
 ㉡ $\overline{OA} : \overline{OF} = 1 : 2$
 ㉢ $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$
 ㉣ $\angle ABC : \angle DEF = 1 : 2$
 ㉤ $\overline{AO} : \overline{AD} = \overline{CO} : \overline{CF}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

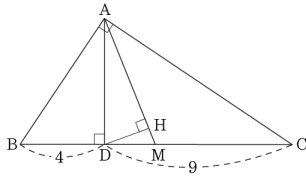
▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 점 O 를 닮음의 중심으로 하여 2 배로 확대한 도형이므로 닮음비가 1 : 2 이다.
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = 1 : 2$ 이다. (○)
 ㉡ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OF}$ 는 서로 대응변이 아니므로 길이의 비를 알 수 없다. $\overline{OA}$ 의 대응변은 $\overline{OD}$ 이며 $\overline{OA} : \overline{OD} = 1 : 2$ 이다. (×)
 ㉢ 닮음의 위치에 있는 두 도형의 대응하는 변은 평행하다. 따라서 $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ 하다. (○)
 ㉣ 닮음의 위치에 있는 두 도형의 대응각은 항상 크기가 같다. 따라서 $\angle ABC = \angle DEF$ 이다. (×)
 ㉤ 닮음의 위치에 있는 도형의 길이의 비는 대응 점이 서로 같으면 항상 일정하다. (○)

28. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.

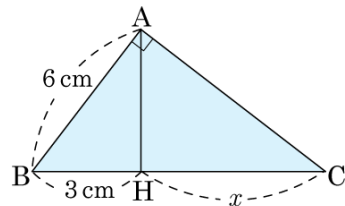
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.

점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.

$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$

29. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9 cm

해설

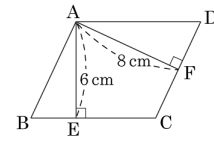
$\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{BC} : \overline{BA}$

$6 : 3 = (3 + x) : 6$

$36 = 9 + 3x$, $x = 9$

30. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.



[배점 5, 중상]

① 2 : 3

② 1 : 2

③ 4 : 5

④ 1 : 3

⑤ 3 : 4

해설

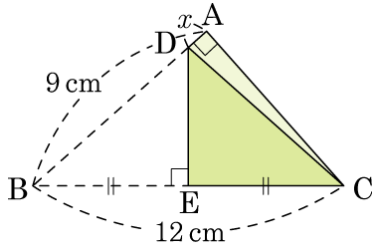
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$

$\therefore \overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$

31. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, x 의 값은?



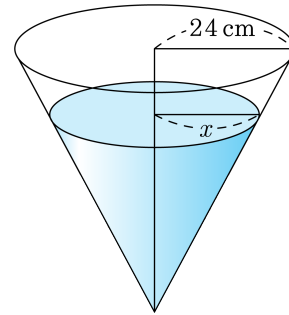
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{4}{5}$ cm ② 1 cm ③ $\frac{6}{5}$ cm
 ④ $\frac{4}{3}$ cm ⑤ $\frac{3}{2}$ cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BED = \angle BAC$ 이므로
 $\triangle BED \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)
 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$
 $6 : 9 = \overline{BD} : 12$
 $\overline{BD} = 8$ (cm)
 $\therefore x = 9 - 8 = 1$ (cm)

32. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

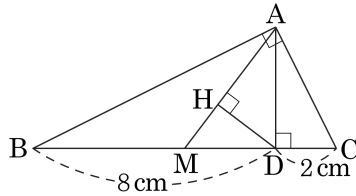
▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로 수면의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면 $4 : 3 = 24 : x$, $x = 18$ 따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

33. 다음 그림의 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?

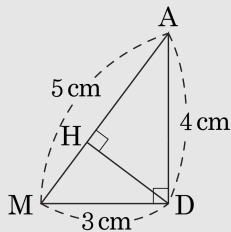


[배점 5, 중상]

- ① $\frac{12}{5}\text{cm}$ ② 8cm ③ $\frac{17}{5}\text{cm}$
 ④ 9cm ⑤ $\frac{19}{5}\text{cm}$

해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$
 $\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$ ($\because \overline{AD} > 0$)



점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$

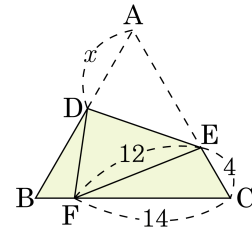
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$

ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$ 이므로

$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$

$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}\text{cm}$

34. 다음 그림에서 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A가 BC 위의 점 F에 오도록 접었다. $\overline{EF} = 12$, $\overline{CF} = 14$, $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{96}{13}$

해설

꼭짓점 A가 BC 위의 점 F에 오도록 접었으므로 $\angle DFE = 60^\circ$

$\angle FEC = a$, $\angle CFE = b$ 라 하면,

$\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\angle BFD = a$, $\angle BDF = b$

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle CFE$ (AA 닮음)

접었으므로 $\overline{AD} = \overline{DF} = x$, $\overline{AE} = \overline{EF} = 12$

그러므로 정삼각형의 한 변의 길이는

$\overline{AE} + \overline{EC} = 12 + 4 = 16$

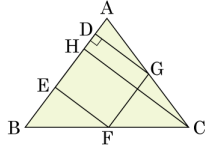
따라서 $\overline{BF} = 16 - \overline{FC} = 16 - 14 = 2$ 이다.

$\overline{DF} : \overline{EF} = \overline{DB} : \overline{CF}$ 이므로 $x : 12 = 16 - x : 14$

$\therefore x = \frac{192}{26} = \frac{96}{13}$

따라서 $\overline{AD} = \frac{96}{13}$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$ 인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\triangle ABC$ 의 넓이가 12이고, $\triangle ABC$ 의 내부에 정사각형 DEFG가 내접하고 있을 때, BF의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{150}{49}$

해설

주어진 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{CH}$ 를 구하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{CH} \times 5 = 12$$

$$\therefore \overline{CH} = \frac{24}{5}$$

$\overline{CH}$ 와 $\overline{FG}$ 가 만나는 점을 H' 라 하고, 정사각형 DEFG의 한 변의 길이를 y 라 하면

$\triangle CFG \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{CH'} : \overline{CH} = \overline{FG} : \overline{BA}$$

$$\frac{24}{5} - y : \frac{24}{5} = y : 5$$

$$\therefore y = \frac{120}{49}$$

$\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{FG} : \overline{AB}$ 를 이용하여 $\overline{CF}$ 를 구하면

$$\overline{CF} : 6 = \frac{120}{49} : 5$$

$$\therefore \overline{CF} = \frac{144}{49}$$

따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = 6 - \frac{144}{49} = \frac{150}{49}$ 이다.