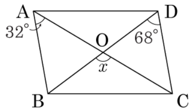
확인학습문제

1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 2, 하중]

① $68°$ ② $72°$ ③ $80°$

④ $94°$ ⑤ $100°$

해설

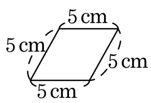
$\angle \mathrm{ABO} = \angle \mathrm{ODC} = 68°$ (엇각)

$\angle x = 32° + 68° = 100°$

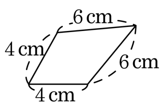
2. 다음 사각형 중에서 평행사변형을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

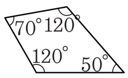
①



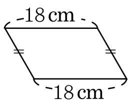
②



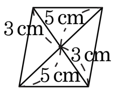
③



④



⑤

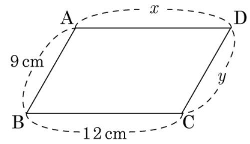


해설

①두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

⑤두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, x, y 의 값은?



[배점 2, 하중]

① $x = 9, y = 9$ ② $x = 12, y = 9$

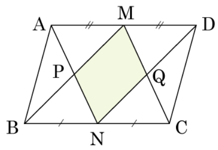
③ $x = 12, y = 12$ ④ $x = 9, y = 12$

⑤ $x = 9, y = 11$

해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 M, N 이라한다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $48\mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, □MPNQ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답：

▷ 정답： $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

중점을 연결한 사각형 ABNM 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이 된다.

$\triangle\mathrm{MPN} = \triangle\mathrm{MQN}$ 이므로 넓이는 평행사변형 ABCD 의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이 된다.

따라서 $\square\mathrm{MPNQ} = 2\triangle\mathrm{MPN} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = 12\mathrm{cm}^2$ 이다.

5. □ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, 다음 두 조건을 동시에 만족하는 □ABCD 와 그 사각형의 각 변의 중점을 차례대로 이어 만든 사각형이 올바르게 짝지어진 것은?

ㄱ. 점O 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 중점
ㄴ. $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

[배점 3, 하상]

① 마름모 - 직사각형

② 직사각형 - 정사각형

③ 등변사다리꼴 - 평행사변형

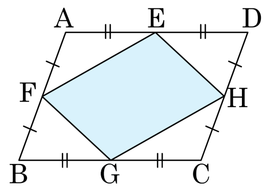
④ 평행사변형 - 마름모

⑤ 정사각형 - 정사각형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 ①이 옳다.

6. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AFE \equiv \triangle CHG$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$
$\triangle BGF \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{FG} = \overline{EH}$
따라서, □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

[배점 3, 하상]

① 등변사다리꼴 ② 직사각형

③ 마름모 ④ 정사각형

⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

7. 다음 중 평행사변형의 정의를 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

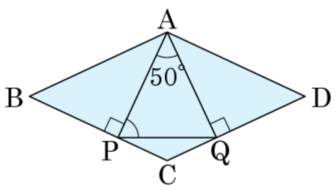
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

8. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 P , Q 라 하고, $\angle PAQ = 50°$ 일 때, $\angle APQ$ 의 크기 ° 를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 65 °

해설

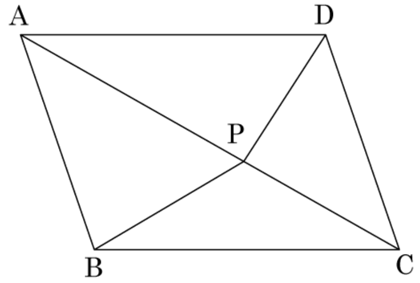
$\angle B = \angle D$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$,

$\angle APB = \angle AQD = 90°$

$\triangle APB \equiv \triangle AQD$ (RHA 합동) $\rightarrow \overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형.

$\therefore \angle APQ = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$ 이다.

9. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30 이고 △ABP 의 넓이가 10 일 때, △PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

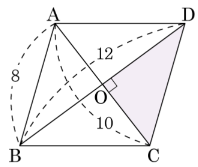
해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$

$30 = 2 \times (10 + \triangle PCD)$

$\therefore \ \triangle PCD = 5$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle COD = 90°$ 일 때, △COD 의 넓이는?



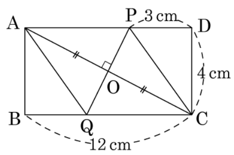
[배점 3, 하상]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

△COD 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times \overline{CO} \times \overline{DO} = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



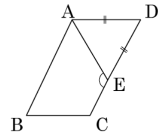
[배점 3, 중하]

① $30\,\mathrm{cm}^2$ ② $33\,\mathrm{cm}^2$ ③ $36\,\mathrm{cm}^2$
④ $39\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $42\,\mathrm{cm}^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)
□AQCP = □ABCD − 2△ABQ
$= 12 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$
$= 48 - 12 = 36(\mathrm{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?(단, $\overline{AD} = \overline{DE}$)



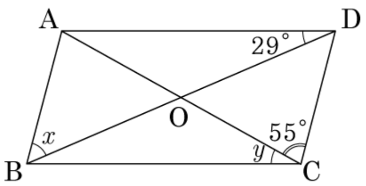
[배점 3, 중하]

① 98° ② 112° ③ 124°
④ 126° ⑤ 132°

해설

$\angle A = 180° \times \frac{3}{5} = 108°$
$\angle B = 180° \times \frac{3}{5} = 72°$
$\angle D = \angle B = 72°$
$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로
$\angle DEA = (180° - 72°) \div 2 = 54°$
$\therefore \angle AEC = 180° - 54° = 126°$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\text{ADO} = 29°$, $\angle\text{DCO} = 55°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



[배점 3, 중하]

① 84° ② 85° ③ 89°

④ 91° ⑤ 96°

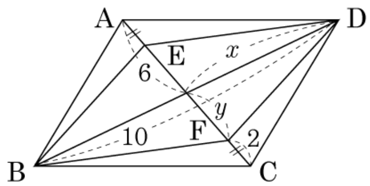
해설

$\angle\text{ADB} = \angle\text{DBC} = 29°$

$\angle x + 29° + 55° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (29° + 55°) = 96°$

14. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $x + y$ 의 값은?



[배점 3, 중하]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

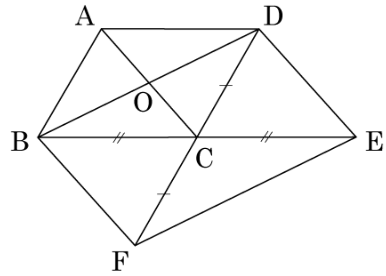
해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

$x = \dfrac{10}{2} = 5$ 이고 $2 + y = 6$, $y = 4$ 이다.

$\therefore x + y = 5 + 4 = 9$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 를 연장하여 $\overline{\text{BC}} = \overline{\text{CE}}$, $\overline{\text{DC}} = \overline{\text{CF}}$ 가 되게 점 E, F 를 잡을 때, $\dfrac{\square\text{BFED의 넓이}}{\square\text{ABCD의 넓이}}$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

□ABCD 와 □BFED 는 모두 평행사변형이고, 대각선의 중점을 연결해서 삼각형을 나누었으므로 다음 삼각형들의 넓이는 같다.

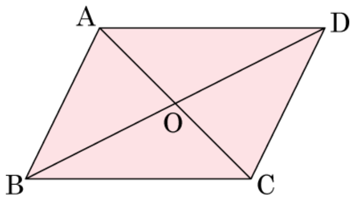
$\triangle\text{ABD} = \triangle\text{CBD} = \triangle\text{CBF} = \triangle\text{CFE} = \triangle\text{CED}$

이므로 $\square\text{ABCD} = 2\triangle\text{ABD}$,

$\square\text{BFED} = 4\triangle\text{ABD}$

$\therefore \dfrac{\square\text{BFED}}{\square\text{ABCD}} = \dfrac{4\triangle\text{ABD}}{2\triangle\text{ABD}} = 2$

16. 다음 그림의 □ABCD 가 항상 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\mathrm{cm}$

㉡ $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle D = 70°$

㉢ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)

㉣ $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\mathrm{cm}$

㉤ $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AB}//\overline{DC}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

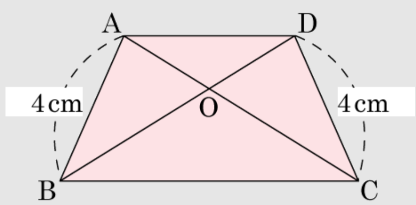
해설

㉠ 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 평행사변형이 된다.

㉡ 사각형의 내각의 합은 $360°$ 이므로 $\angle C = 110°$ 이다. 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.

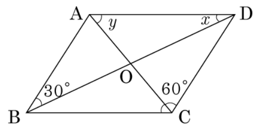
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

㉣ (반례) 등변사다리꼴



㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

17. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $90°$

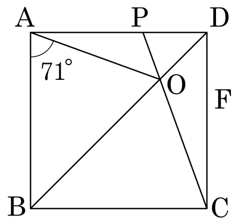
해설

$\angle CAD = \angle ACB$, $\angle ABD = \angle BDC$ 이다.

$\angle ADC + \angle BCD = 180° = \angle x + \angle y + 60° + 30°$

이므로, $\angle x + \angle y = 90°$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{CP}$ 와 대각선 $\overline{BD}$ 와의 교점을 O 라 하고, $\angle OAB = 71°$ 일 때, $\angle AOP$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 52° ② 54° ③ 64°

④ 71° ⑤ 116°

해설

$\triangle AOD \equiv \triangle COD$(SAS 합동) 이므로

$\angle OCD = \angle OAP = 90° - 71° = 19°$

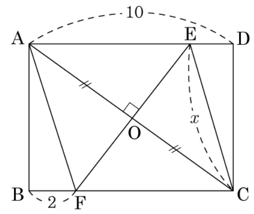
$\angle CPD = 180° - 90° - 19° = 71°$

$\triangle OPD$ 에서 $\angle POD = 180° - 71° - 45° = 64°$

$\angle AOB = 180° - 71° - 45° = 64°$

$\therefore \angle AOP = 180° - 64° - 64° = 52°$

19. 직사각형 ABCD 에서 x 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

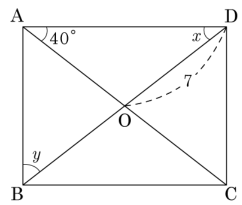
$\triangle ABF \equiv \triangle CDE$(RHS 합동) 이므로

$\overline{BF} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - 2 = 8$

$\therefore x = 8$

20. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

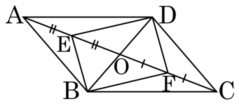
▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = 40°$ 이다. $\angle AOB = 80°$ 이다. $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 $(180° - 80°) \div 2 = 50° = \angle y$ 이다. $\angle x + \angle y = 40° + 50° = 90°$ 이다.

21. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AO}$, $\overline{CO}$를 각각 이등분하여 E, F라 하자. 다음은 이때, 만들어지는 □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈칸을 알맞게 채워라.



□ABCD가 평행사변형이므로 다음이 성립한다.

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{DO} = \boxed{\text{ㄱ}}$

주어진 조건에 의해 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \boxed{\text{ㄴ}}$ 이므로

$\overline{EO} = \boxed{\text{ㄷ}}$, $\overline{DO} = \boxed{\text{ㄱ}}$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

[배점 4, 중중]

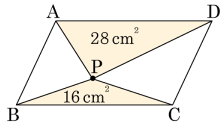
▶ 답 :

▷ 정답 : ㄱ : $\overline{BO}$, ㄴ : $\overline{FC}$, ㄷ : $\overline{FO}$

해설

ㄱ : $\overline{BO}$, ㄴ : $\overline{FC}$, ㄷ : $\overline{FO}$

22. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고, $\triangle PAD = 28\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD의 넓이는 ( )cm^2이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 88

해설

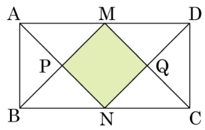
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}$□ABCD $= \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$\triangle PAD = 28\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}$□ABCD $= \triangle PAD + \triangle PBC = 28 + 16 = 44$ 이다.

$\therefore$ □ABCD $= 88(\text{cm}^2)$이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, □MPNQ는 어떤 사각형인지 말하여라.



[배점 4, 중중]

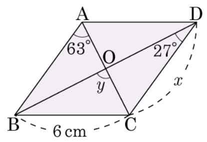
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABNM과 □MNCD는 정사각형이다.
정사각형의 두 대각선은 그 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하므로
□MPNQ는 네 변의 길이와 내각의 크기가 각각 같다.
따라서 정사각형이다.

24. 아래 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$ 에서 x , y 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

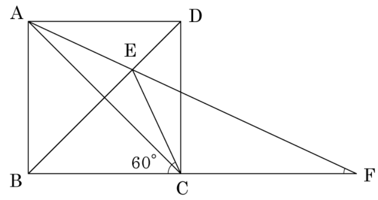
▷ 정답 : $x =$ 6

▷ 정답 : $y =$ 90°

해설

△OCD 에서 ∠OCD = ∠BAO = 63° 이므로
$\angle DOC = 180° - (27° + 63°) = 90°$
따라서 □ABCD 는 마름모이므로 $x = 6, y = 90°$

25. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 대각선 $\overline{BD}$ 위에 한 점 E 를 잡고, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하면 ∠BCE = 60° 일 때, ∠AFB 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30°

해설

△ABE ≡ △BCE(SAS 합동)
따라서 ∠BCE = ∠BAE = 60° 이므로,
∠EAD = 30° , $\overline{AD}//\overline{BF}$ 이므로,
∠EAD = ∠AFB = 30° 이다.