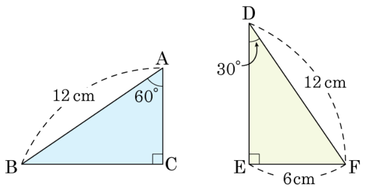
확인학습문제

1. 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

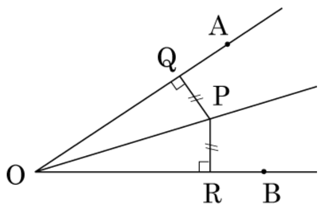
▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 같으므로 두 삼각형은 RHA 합동이다.
합동이므로 $\overline{AC} = \overline{EF}$ 가 된다. $\overline{AC} = 6\text{cm}$

2. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{PR}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

① $\triangle QPO = \triangle RPO$　② $\overline{QO} = \overline{OR}$

③ $\overline{QO} = \overline{OP}$　④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle POR$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{PR}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{OP}$ 이다.

3. 다음은 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.' 를 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞은 것을 쓰시오.

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$
[결론](가)
[증명] $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 하고 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$ (가정) ⋯㉠
(나) $= \overline{CD}$ (가정) ⋯㉡
(다)는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)
$\therefore \angle B = \angle C$

[배점 3, 하상]

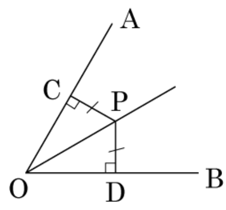
▶ 답 :

▷ 정답 : 해설참조

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$
[결론] $\angle B = \angle C$
[증명] $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 하고 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{BD} = \overline{CD}$ (가정) ⋯㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)
$\therefore \angle B = \angle C$

4. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동 조건은?



[배점 3, 하상]

① SSS 합동 ② SAS 합동

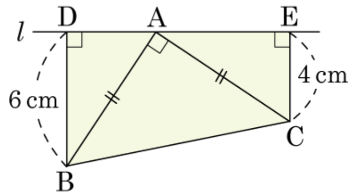
③ ASA 합동 ④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$는 RHS 합동이다.

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. 점 B, C 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DB} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 5cm ② 7cm ③ 8cm

④ 10cm ⑤ 12cm

해설

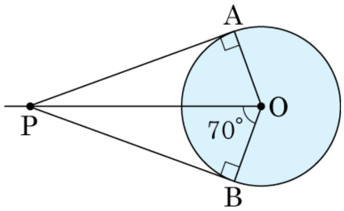
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$

$\angle BAD + \angle ABD = 90°$ 이므로 $\angle ABD = \angle CAE$ 이고,

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} + \overline{AD} = \overline{DB} + \overline{EC} = 10\text{cm}$

6. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?



[배점 3, 하상]

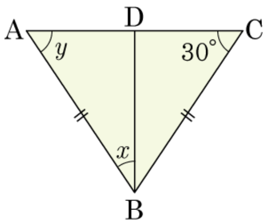
① $20°$　② $40°$　③ $80°$

④ $90°$　⑤ $140°$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)이므로
$\angle POA = 70°$
$\therefore\ \angle APB = 40°$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, $x - y$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

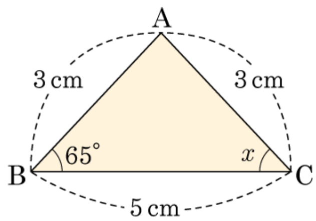
① $20°$　② $30°$　③ $35°$

④ $40°$　⑤ $45°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle y = 30°$
또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90°$
따라서 $\angle x = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\therefore x - y = 60° - 30° = 30°$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

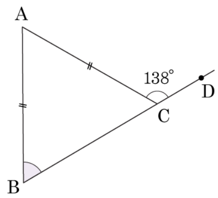
① $45°$　② $55°$　③ $65°$

④ $75°$　⑤ $85°$

해설

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 3\text{cm}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle x = \angle ABC = 65°$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACD = 138°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

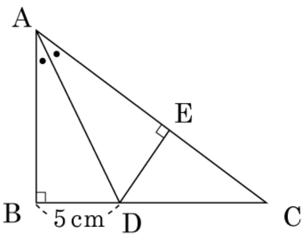
① $40°$　② $42°$　③ $44°$

④ $46°$　⑤ $48°$

해설

$\angle ACB = 180° - 138° = 42°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 42°$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이라고 하고, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 한다. $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)

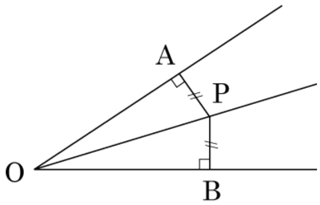
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{DE}$

$\angle ACB = 45°$이므로 $\angle EDC = 45°$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{CE}$

$\therefore\ \overline{BD} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AO} = \overline{BO}$

㉡ $\angle APO = \angle BPO$

㉢ $\angle AOB = \angle APB$

㉣ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$

㉤ $\angle AOP = \angle BOP$

㉥ $\overline{OA} = \overline{OP}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

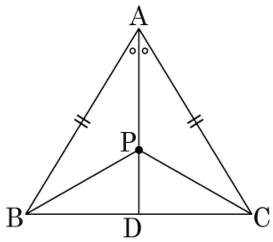
해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)이다.

㉢ $\angle AOB \neq \angle APB$

㉥ $\overline{OA} \neq \overline{OP}$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

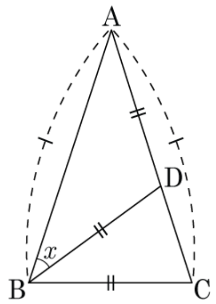
① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\overline{BP} = \overline{BD}$
③ $\angle ADB = 90°$
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$ 이다.

④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통) 이므로 합동조건 (SAS합동) 에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $36°$

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$

$\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$

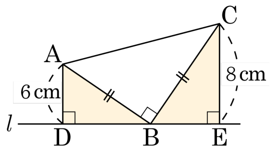
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$

$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$ 이므로

$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$

따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $48\,\text{cm}^2$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고, $\angle ABD = \angle BCE$ ($\because\ \angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)

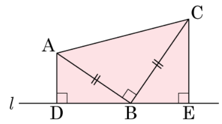
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.

$\overline{AD} = \overline{BE},\ \overline{DB} = \overline{CE}$

삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2 배를 하면 된다.

$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 임을 증명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



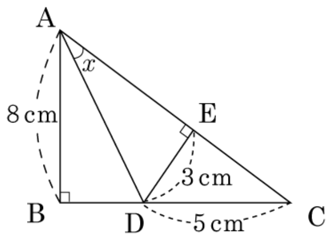
$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle ADB =$ ①$\underline{\angle BEC = 90°}\cdots$㉠
$\overline{AB} =$ ②$\underline{\overline{CB}}\cdots$㉡
$\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$
또, $\triangle ADB$ 에서 ③$\underline{\angle ABD + \angle BAD = 90°}$
④ $\underline{\therefore\ \angle BAD = \angle BCE}\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADB \equiv BEC$(⑤<u>RHA 합동</u>)

[배점 3, 중하]

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle ADB =$ ①$\underline{\angle BEC = 90°}\cdots$㉠
$\overline{AB} =$ ②$\underline{\overline{CB}}\cdots$㉡
$\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$
또, $\triangle ADB$ 에서 ③$\underline{\angle ABD + \angle BAD = 90°}$
④ $\underline{\therefore\ \angle BAD = \angle CBE}\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADB \equiv BEC$(⑤<u>RHA 합동</u>)

16. 다음 그림과 같이 직각 이등변삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{DE} = 3\,\mathrm{cm}$일 때, $\angle DAE$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $22.5\,°$

해설

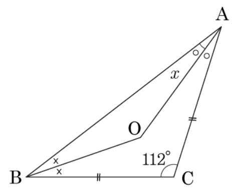
$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = \overline{AB} - \overline{CD} = 8 - 5 = 3(\,\mathrm{cm})$

$\overline{BD} = \overline{DE}$이므로, $\triangle ADB \equiv \triangle ADE$이다.

$\therefore\ \angle DAB = \angle DAE$이고 $\triangle ABC$는 직각 이등변 삼각형이므로 $\angle BAC = 45\,°$이다.

$\therefore \angle x = 45\,° \times \dfrac{1}{2} = 22.5\,°$ 이다.

17. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112°$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

① 15°　② 16°　③ 17°　④ 18°　⑤ 19°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$

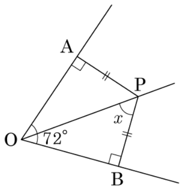
그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로

$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$

따라서 $4 \times x = 180° - 112° = 68°$

$\therefore x = 17°$

18. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

① 50° ② 52° ③ 54°

④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90°$ ($\because$가정)

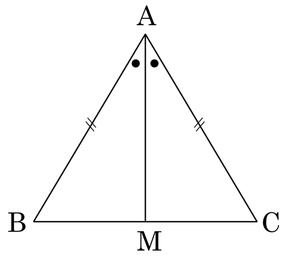
ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$ ($\because$가정)

iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로 $\angle AOP = \angle BOP = 36°$

$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$

19. 다음 중 「이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.」의 증명과정에서 사용되지 않는 것을 고르면?



【가정】$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAM = \angle CAM$

【결론】$\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ [배점 4, 중중]

① $\overline{AB} = \overline{AC}$

② $\overline{AM}$ 은 공통변

③ $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$

④ $\angle ABM + \angle ACM = 180°$

⑤ $\overline{AM} \perp \overline{BC}$

해설

$\triangle ABM$ 와 $\triangle ACM$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAM = \angle CAM \cdots\cdots$ (ㄱ)

$\overline{AM}$ 은 공통 $\cdots\cdots$ (ㄴ)

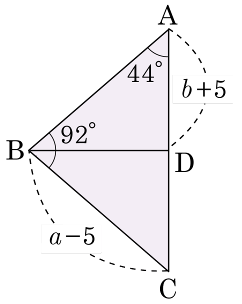
(ㄱ), (ㄴ) 에서 $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\angle AMB = \angle AMC$ 이다.

그런데 $\angle AMB + \angle AMC = 180°$ ($\cdots$④) 이므로 $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ 이다.

$\therefore \overline{AM}$ 은 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분할 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$ 를 a 와 b 에 관한 식으로 나타내어라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle BCA = 180\,° - (92\,° + 44\,°) = 44\,°$

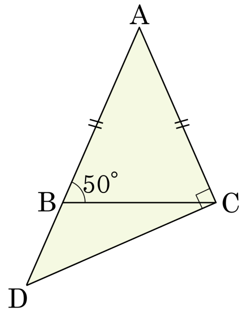
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC}$

또 $\overline{BD}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분하므로 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.

$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = (a-5) + (b+5) = a+b$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 10° ② 12° ③ 14°

④ 16° ⑤ 18°

해설

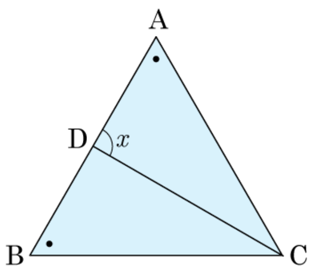
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = 180\,° - 2 \times 50\,° = 80\,°$

$\triangle ADC$ 에서

$\angle BDC = 180\,° - (80\,° + 90\,°) = 10\,°$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

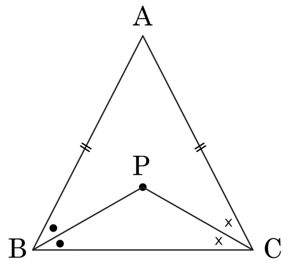
① 80° ② 85° ③ 90°

④ 95° ⑤ 100°

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90\,°$ 이다.

23. 다음은 「$\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 B, C의 이등분선의 교점을 P라 하면 △PBC도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다.



[가정] $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABP=\angle PBC$, $\angle ACP=\angle PCB$

[결론] $\overline{PB}=\overline{PC}$

[증명] $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC=\boxed{\text{(가)}}$

$\angle PBC=\boxed{\text{(나)}}\angle ABC$, $\angle PCB=\boxed{\text{(나)}}\angle ACB$

$\therefore\boxed{\text{(다)}}$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.

따라서, $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

[배점 4, 중중]

① ㈎ $\angle ACB$

② ㈏ 2

③ ㈐ $\angle PBC=\angle PCB$

④ ㈑ $\overline{PB}=\overline{PC}$

⑤ ㈒ △PBC

해설

[가정] $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABP=\angle PBC$, $\angle ACP=\angle PCB$

[결론] $\overline{PB}=\overline{PC}$

[증명] $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC=(\angle ACB)$

$\angle PBC=(\frac{1}{2})\angle ABC$,

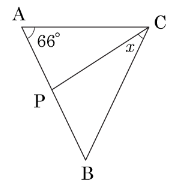
$\angle PCB=(\frac{1}{2})\angle ACB$

$\therefore(\angle PBC=\angle PCB)$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB}=\overline{PC}$)이다.

따라서, (△PBC)는 이등변삼각형이다.

24. 다음 그림에서 △ABC 는 $\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{CA}=\overline{CP}$ 이고, $\angle A=66°$ 일 때, $\angle BCP$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 16°　② 18°　③ 20°

④ 22°　⑤ 24°

해설

△ABC 는 이등변삼각형이므로

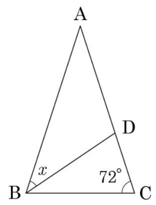
$\angle BCA=66°$

또 △ACP 도 이등변삼각형이므로

$\angle ACP=180°-2\times66°=48°$

$\therefore\angle BCP=66°-48°=18°$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $\angle C = 72°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 36° ② 38° ③ 42°

④ 44° ⑤ 46°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

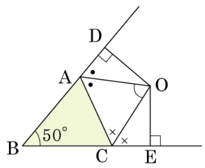
$\angle ABC = 72°$

또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$

$\therefore \angle ABD = 72° - 36° = 36°$

26. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

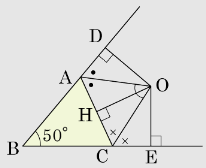


[배점 5, 중상]

① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OHA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOH$

$\triangle OHC \equiv \triangle OEC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COH = \angle COE$

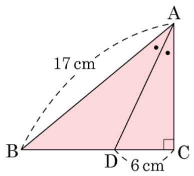
$\square DBEO$ 에서 $\angle B + \angle E + \angle DOE + \angle D = 360°$

$\angle AOH = a$, $\angle COH = b$ 라 하면

$50° + 90° + 2a + 2b + 90° = 360°$ $\therefore$ $a + b = 65°$

$\therefore$ $\angle AOC = 65°$

27. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



[배점 5, 중상]

① 17cm^2 ② 18cm^2 ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$
④ $33cm^2$ ⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)
$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 6(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABD = 17 \times 6 \times \frac{1}{2} = 51(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 6 \times 11 \times \frac{1}{2} = 33(\text{cm}^2)$ 이다.
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $51 - 33 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

28. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 하면 $\triangle PBC$ 도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다. (가) ~(마) 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> [가정] $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABP = \angle PBC$, $\angle ACP = \angle PCB$
> [결론] $\overline{PB} = \overline{PC}$
> [증명] $\overline{AB} = \boxed{\text{(가)}}$이므로
> $\angle ABC = \boxed{\text{(나)}}$
> $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$,
> $\angle PCB = \boxed{\text{(다)}}\angle ACB$
> $\therefore \boxed{\text{(라)}}$
> 즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(마)}}$이다.

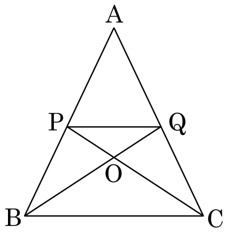
[배점 5, 중상]

① ㈎ $\overline{AC}$ ② ㈏$\angle ACB$
③ ㈐ $\frac{1}{2}$ ④ ㈑$\angle PBC = \angle PCB$
⑤ ㈒$\overline{PB} = \overline{AB}$

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABP = \angle PBC$, $\angle ACP = \angle PCB$
[결론] $\overline{PB} = \overline{PC}$
[증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \angle ACB$
$\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$,
$\angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$
$\therefore \angle PBC = \angle PCB$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

29. 다음 그림과 같이 「$\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 $\overline{BP}=\overline{CQ}$ 인 두 점을 P, Q 라고 한다. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.



㉠ $\angle ABQ=\angle ACP$
㉡ $\overline{CP}=\overline{BQ}$
㉢ $\overline{AP}=\overline{AQ}=\overline{PQ}$
㉣ $\angle CPB=\angle BQC$
㉤ $\angle QBC=\angle PBQ$

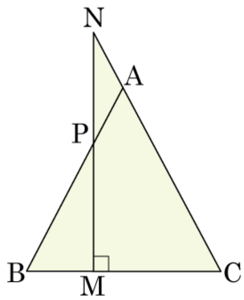
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $\triangle ABQ\equiv\triangle ACP$ 이므로 $\angle ABQ=\angle ACP$
㉡ $\triangle ABQ\equiv\triangle ACP$ 이므로 $\overline{CP}=\overline{BQ}$
㉣ $\triangle BCP\equiv\triangle CBQ$ 이므로 $\angle CPB=\angle BQC$

30. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



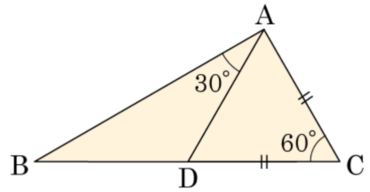
[배점 5, 중상]

① $\overline{AP}=\overline{BP}$
② $\overline{AP}=\overline{AN}$
③ $\angle BAC=2\angle ANP$
④ $\angle ANP=\angle APN=\angle BPM$
⑤ $\triangle NCM\equiv\triangle PBM$

해설

$\angle C=x°$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C=\angle B=x°$,$\angle BAC=180°-2x°$
$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM=90°-x°$ 또 $\angle BPM=\angle APN$ (맞꼭지각)
$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC=\angle APN+\angle ANP$ 이므로
$180°-2x°=(90°-x°)+\angle ANP$
$\angle ANP=90°-x°$
$\therefore\ \angle ANP=\angle BPM=\angle APN$, $\angle BAC=2\angle ANP$
$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
$\therefore\ \overline{AP}=\overline{AN}$

31. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고 른 것은 ?



㉠ $\angle ADC = 50°$
㉡ $\angle A = 90°$
㉢ $\angle ABD = 40°$
㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

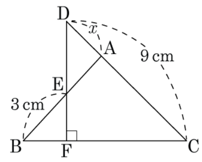
[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

32. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.

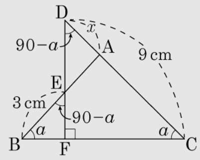


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

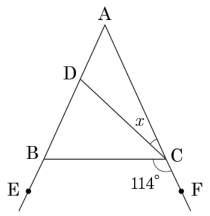
▷ 정답 : 3 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x$(cm), $\overline{AB} = x + 3$(cm) 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x$(cm) 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3$(cm) 이다.

33. 다음 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{CD}}$, $\angle\mathrm{BCF} = 114°$일 때, $\angle\mathrm{ACD}$의 크기는?



[배점 5, 중상]

① $18°$　② $24°$　③ $30°$

④ $36°$　⑤ $42°$

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$에서

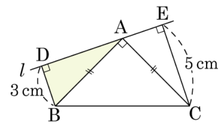
$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{BCA} = 180° - 114° = 66°$

$\triangle\mathrm{CDB}$에서

$\angle\mathrm{BCD} = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle\mathrm{ACD}$는 $\angle\mathrm{ACD} = 66° - 48° = 18°$

34. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\angle\mathrm{A} = 90°$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}\,\mathrm{cm}^2$

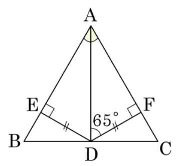
해설

$\triangle\mathrm{ADB} \equiv \triangle\mathrm{CEA}$(RHA합동) 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle\mathrm{ABD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}(\mathrm{cm}^2)$

35. 아래 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

① 35° ② 40° ③ 45°

④ 50° ⑤ 55°

해설

$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$