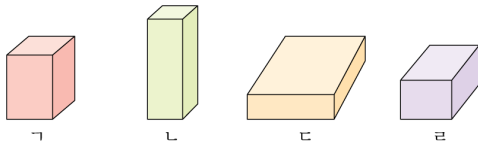


문제 풀이 과제

1. 다음 그림의 모양이 다른 물통에 물을 일정한 속도로 채울 때, 시간에 대한 물의 높이의 변화량이 가장 큰 순서대로 나열하여라.



[배점 2, 하중]

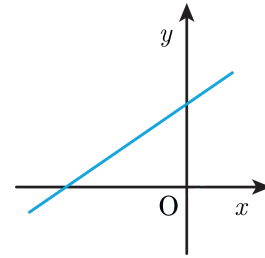
- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▶ 정답 : ㉠
▶ 정답 : ㉣
▶ 정답 : ㉢
▶ 정답 : ㉡

해설

밑면의 넓이가 넓은 물통일수록 물의 높이가 천천히 증가하므로 밑면의 넓이가 가장 좁은 ㉠이 변화량이 제일 크다.

2. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 모양이 다음과 같을 때, 이 그래프와 같은 사분면을 지나는 그래프는?



[배점 2, 하중]

① $y = 3x - 2$

② $y = ax - 7$

③ $y = 2x + b$

④ $y = -\frac{1}{2}x - 1$

⑤ $y = -x + 1$

해설

직선이 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고, (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 이 그래프와 같은 사분면을 지나는 그래프는 기울기와 y 절편이 0 보다 커야한다. 이 조건을 만족하는 그래프는 ③이다.

3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

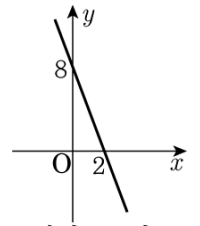
[배점 2, 하중]

- ① $a = 1, b = -4$ 일 때, 그래프의 모양은 ㉠이다.
 ② ㉡을 나타내는 일차함수는 $a > 0, b > 0$ 일 때이다.
 ③ $a < 0, b > 0$ 일 때, 그래프의 모양은 ㉢이다.
 ④ $a = -6, b < 0$ 일 때, 그래프의 모양은 ㉠이다.
 ⑤ ㉠을 나타내는 일차함수는 $a < 0, b < 0$ 일 때이다.

해설

- i) ㉠은 직선이 오른쪽 위를 향하므로 (기울기) > 0 이고, (y 절편) < 0 이다.
 ii) ㉡은 직선이 오른쪽 아래를 향하므로 (기울기) < 0 이고, (y 절편) < 0 이다.
 iii) ㉢은 직선이 오른쪽 위를 향하므로 (기울기) > 0 이고, (y 절편) > 0 이다.
 iv) ㉣은 직선이 오른쪽 아래를 향하므로 (기울기) < 0 이고, (y 절편) > 0 이다.
 따라서 ⑤ ㉠을 나타내는 일차함수는 $a > 0, b < 0$ 일 때이다.

4. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

y 절편=8이고 점 (2,0)을 지나므로
 $y = ax + 8, \quad b = 8$
 $y = ax + 8$ 에 (2,0)을 대입
 $0 = 2a + 8, a = -4$
 $a + b = (-4) + 8 = 4$

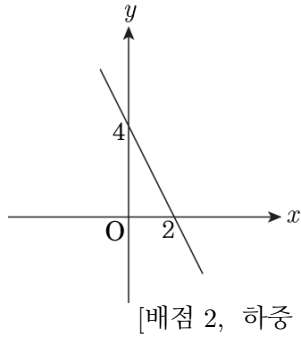
5. x, y 에 관한 일차방정식 $\begin{cases} ax - y + 6 = 0 \\ 2x - y - b = 0 \end{cases}$ 의 그래프에서 두 직선의 해가 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값은?
 [배점 2, 하중]

- ① -4 ② -3 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

해설

$\frac{a}{2} = \frac{-1}{-1} = \frac{6}{-b}$ 이므로
 $a = 2, b = -6 \quad \therefore a + b = -4$

6. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $mx - y = 2$ 의 그래프가 서로 평행일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :
▷ 정답 : -2

해설

(기울기) $= -\frac{4}{2} = -2 = a$
 y 절편 : $4 = b, y = -2x + 4,$
 $mx - y = 2, y = mx - 2,$
 $m = -2$

7. 일차함수 $y = -4x - 5$ 와 $y = ax + b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 두 직선이 서로 평행할 조건은 $a = -5$ 이다.
 ② 두 직선이 서로 일치할 조건은 $a = 4, b = -5$ 이다.
 ③ $a = 4$ 이면 두 직선은 서로 평행하다.
 ④ $a = -4, b = -5$ 이면 두 직선은 서로 일치한다.
 ⑤ 두 직선은 서로 평행하거나 일치할 수 없다.

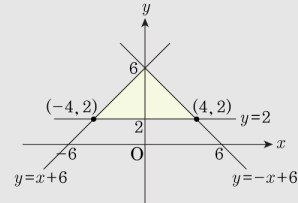
해설

두 직선이 서로 평행하려면 기울기만 같으면 되고,
 두 직선이 서로 일치하려면 기울기와 y 절편의 값 모두 같아야 한다. 따라서 $a = -4$ 이면 두 직선은 평행하고 $a = -4, b = -5$ 이면 두 직선이 일치한다.

8. 3 개의 직선 $y = -x + 6, y = x + 6, y = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 16

해설



$$\therefore (4 + 4) \times (6 - 2) \times \frac{1}{2} = 16$$

9. 두 일차함수 $y = 5x + 4$ 과 $y = 3x + a$ 의 그래프의 교점의 좌표가 $(b, 3)$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

해설

$y = 5x + 4$ 에 $(b, 3)$ 을 대입하면
 $3 = 5b + 4, b = -\frac{1}{5},$
 $y = 3x + a$ 에 $(-1, -\frac{1}{5})$ 을 대입하면
 $3 = 3 \times (-\frac{1}{5}) + a, a = \frac{18}{5}$

10. 두 직선 $ax + y = 5$, $2x - y = b$ 의 교점이 무수히 많을 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 7

해설

x 에 대해 정리하면 $y = -ax + 5$, $y = 2x - b$
교점이 무수히 많다는 것은 일치한다는 뜻이므로
 $-a = 2$, $a = -2$ 이고 $5 = -b$, $b = -5$ 이다.
 $\therefore a - b = -2 - (-5) = 3$

11. 두 직선 $y = -x + 6$, $y = 2x + 6$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 27

해설

$y = -x + 6$, $y = 2x + 6$ 의 x 절편은 각각 6, -3
이고, 교점은 (0, 6) 이므로
(넓이) $= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$

12. 일차함수 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $y = ax + a$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ **답:**

▶ **정답:** $a = -6$

해설

$y = \frac{3}{4}x + 3$ 과 x , y 축으로 둘러싸인 삼각형 넓이는 6, $y = ax + a$ 의 x 절편은 (-1, 0) 이므로 넓이를 이등분하기 위해서 교점의 y 값은 2이어야 한다.

$$2 = \frac{3}{4}x + 3 \text{ 이면 } x = -\frac{4}{3}$$

$(-1, 0)$ 과 $(-\frac{4}{3}, 2)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$(0 - 2) \div \left(-1 + \frac{4}{3}\right) = -6 \text{ 이므로 } a = -6 \text{ 이다.}$$

13. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은? [배점 3, 하상]

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 없다.

해설

$a < 0$, $b < 0$ 이므로 그래프는
왼쪽 위를 향하고 음의 y 절편 값을 갖는다.
그러므로 제 1사분면을 지나지 않는다.

14. 일차함수 $y = 2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 지나지 않는 사분면을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 알 수 없다

해설

$$y - (-3) = 2x + 1$$

$$y + 3 = 2x + 1$$

$$y = 2x - 2$$

즉, y 절편은 -2 , x 절편은 1 이므로 제 2사분면을 지나지 않는다.

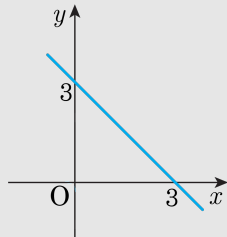
15. 일차함수 $y = -x + 3$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 제 3 사분면

해설

$y = -x + 3$ 은 다음 그림과 같으므로 제 3사분면을 지나지 않는다.



16. 일차함수 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 x 절편과 y 절편은? [배점 3, 하상]

- ① x 절편: $\frac{5}{3}$, y 절편: 4
② x 절편: $\frac{10}{3}$, y 절편: 4
③ x 절편: $\frac{15}{3}$, y 절편: 5
④ x 절편: $\frac{20}{3}$, y 절편: 5
⑤ x 절편: $\frac{25}{3}$, y 절편: 6

해설

$$y = -\frac{3}{4}x + 3 + 2$$

$$= -\frac{3}{4}x + 5$$

$$x \text{ 절편: } -\frac{5}{-\frac{3}{4}} = \frac{20}{3}$$

$$y \text{ 절편: } 5$$

17. 다음 두 직선의 방정식의 교점의 좌표가 $(-2, 2)$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

$$ax - y = 2, 4x + by = 8$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

교점을 대입하면

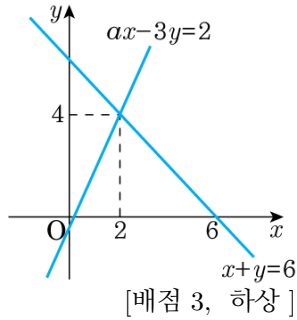
$$-2a - 2 = 2, a = -2 \text{ 이고 } -8 + 2b = 8, b = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $b - a = 10$ 이다.

18. 다음 그림은 연립방정식

$$\begin{cases} ax - 3y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \text{를 풀}$$

기 위하여 두 방정식의 그래프를 그린 것이다. 이때, 상수 a 의 값은?



- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$2a - 12 = 2, 2a = 14, a = 7$$

19. 일차함수의 그래프가 세 점 $(-1, 2)$, $(1, 0)$, $(2, n)$ 을 지날 때, n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -1

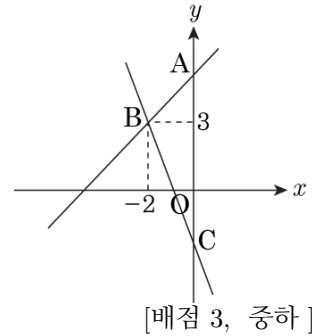
해설

두 점 $(-1, 2)$, $(1, 0)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{0-2}{1-(-1)} = -1$ 이다.

두 점 $(1, 0)$, $(2, n)$ 을 지나는 직선의 기울기는 -1 이므로 $\frac{n-0}{2-1} = -1$ 이다. 따라서 $n = -1$ 이다.

20. 다음 그림에서 삼각형

ABC의 넓이가 15일 때, 한 직선의 방정식이 $2x - y + 7 = 0$ 을 지날 때 다른 직선의 방정식을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $y = -\frac{11}{2}x - 8$

해설

$2x - y + 7 = 0$ 이 지나는 점은 $y = 2x + 7$ 이므로 점 A(0, 7)이다.

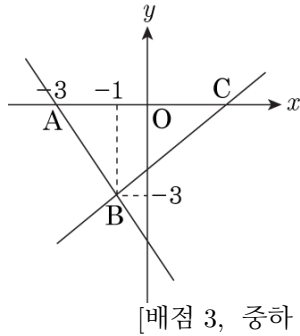
C(0, c) ($c < 0$)라 두면

삼각형의 넓이가 15이므로 $(7 - c) \times 2 \times \frac{1}{2} = 15$, $c = -8$

직선의 방정식은 두 점 B(-2, 3), C(0, -8)을 지나므로

$$\therefore y = -\frac{11}{2}x - 8$$

21. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 넓이가 12일 때, 두 점 B, C를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

해설

점 C의 좌표를 $(c, 0)$ 이라 하면

$$\frac{1}{2} \times (c + 3) \times 3 = 12, c = 5$$

두 점 B(-1, -3), C(5, 0)을 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{0 - (-3)}{5 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x + b$ 에 (5, 0)을 대입하면

$$0 = \frac{5}{2} + b, b = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

22. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 4y - 6 = 0 \\ 3x + 2y + a = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$ 의 그래프가 한 점에
서 만날 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$\begin{cases} 3x - 4y - 6 = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{cases} \text{의 교점을 찾는다.}$$

$$x = -2, y = -3$$

$3x + 2y + a = 0$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입한다.

$$3(-2) + 2(-3) + a = 0$$

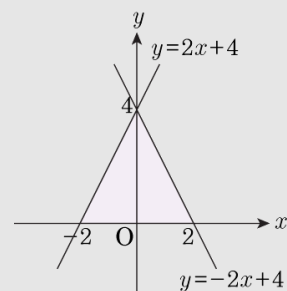
$$\therefore a = 12$$

23. 두 개의 직선 $y = 2x + 4$, $y = -2x + 4$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설



$$4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

24. 다음 두 직선이 한 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\begin{cases} 4x + y = 1 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} y = 3x \\ y = -3x + 1 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} 5x + y = 1 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

두 직선이 한 점에서 만나는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 다른 것을 찾는다.

따라서 ㉡ $\begin{cases} y = 3x \\ y = -3x + 1 \end{cases}$ 은

$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ -3x - y = -1 \end{cases}$ 이므로 $\frac{3}{-3} \neq \frac{-1}{-1}$ 가 되어 기울기가 다르다.

㉣ $\begin{cases} 5x + y = 1 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$ 에서 $\frac{5}{5} \neq \frac{1}{-1}$ 이므로 기울기가 다르다.

25. 다음 두 직선이 한 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ㉠ $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$

㉤ $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} y = 2x \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

해설

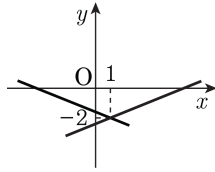
두 직선이 한 점에서 만나는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 다른 것을 찾는다.

따라서 ㉡ $\begin{cases} y = 2x \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ 은

$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2x - y = -1 \end{cases}$ 이므로 $\frac{2}{-2} \neq \frac{-1}{-1}$ 가 되어 기울기가 다르다.

㉣ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{2} \neq \frac{1}{-1}$ 이므로 기울기가 다르다.

26. 다음 그림은 연립방정식 $\begin{cases} x - ay = -4 \\ x + ay = b \end{cases}$ 의 그래프를 그린 것이다. 이때 ab 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

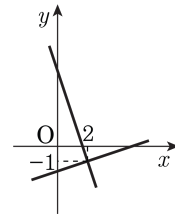
▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$x = 1, y = -2$ 를 각 일차방정식에 대입하면
 $1 + 2a = -4, a = -\frac{5}{2}$ 이고 $1 - 2 \times (-\frac{5}{2}) = b,$
 $b = 6$ 이다.
 $a \times b = (-\frac{5}{2}) \times 6 = -15$ 이다.

27. 연립방정식 $\begin{cases} ax - 3y = 5 \\ 3x + y = b \end{cases}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

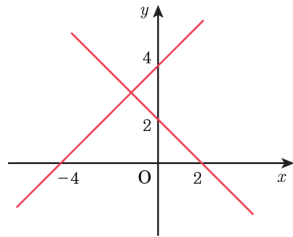
▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x = 2, y = -1$ 를 각 일차방정식에 대입하면
 $2a + 3 = 5, a = 1$ 이고 $6 - 1 = b, b = 5$ 이다.

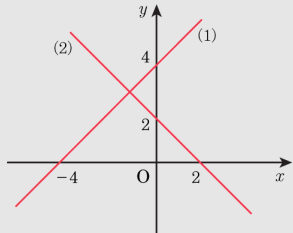
28. 다음 그림과 같이 두 직선이 한 점에서 만날 때 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 12 ② 11 ③ 9 ④ 8 ⑤ 5

해설



(1)에서 x 절편은 -4 , y 절편은 4 이므로 $\frac{x}{-4} + \frac{y}{4} = 1$ 이고, $y = x + 4$

(2)에서 x 절편은 2 , y 절편은 2 이므로 $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$ 이고, $y = -x + 2$

교점은 $x + 4 = -x + 2$ 에서 $x = -1$, $y = 3$
 밑변의 길이가 $2 - (-4) = 6$ 이고, 높이는 교점의 좌표의 y 값이 3 인 삼각형의 넓이는
 $\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

29. 두 직선 $2x + 3y - 3 = 0$, $x - y + 1 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x - y = 3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은? [배점 4, 중중]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x + 3y - 3 = 0$, $x - y + 1 = 0$ 의 교점은 $(0, 1)$ 이고, $2x - y = 3 \rightarrow y = 2x - 3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서 $y = 2x + b$ 에 $x = 0$, $y = 1$ 을 대입한다. $1 = 2 \times 0 + b$, $b = 1$
 $\therefore y = 2x + 1$

이 방정식의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이므로, x 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

30. 다음의 서로 다른 4 개의 직선이 오직 한 점에서 만나도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 2x + y = 7, & ax + 7y = -2, \\ x - y = 2, & 3x + by = 9 \end{cases}$$

[배점 4, 중중]

- ① -17 ② -9 ③ -3
④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 2x + y = 7 & \dots\dots ① \\ ax + 7y = -2 & \dots\dots ② \\ x - y = 2 & \dots\dots ③ \\ 3x + by = 9 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

4 개의 직선이 한 점에서만 만나므로, ①, ③의 교점을 ②, ④가 지나도록 a, b 를 정하면 된다.

$$① + ③ : 3x = 9 \therefore x = 3$$

$$\text{이것을 ③에 대입하면 } 3 - y = 2 \therefore y = 1$$

즉, ①, ③의 교점의 좌표는 (3, 1) 이고, 이것을

$$②\text{에 대입하면, } 3a + 7 = -2, 3a = -9, \therefore a = -3$$

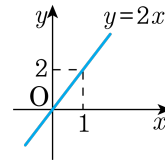
$$④\text{에 대입하면, } 9 + b = 9 \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -3 + 0 = -3$$

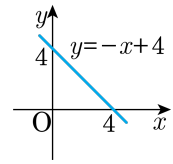
31. 일차함수의 그래프를 그린 것이다. 틀린 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

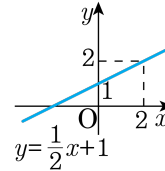
①



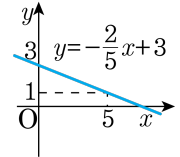
②



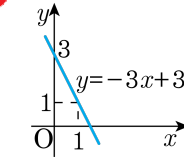
③



④



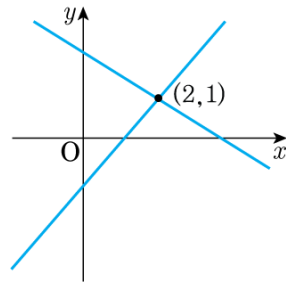
⑤



해설

y 절편 : 3, x 절편 : 1 이므로 점 (1, 0) 을 지난다.

32. 일차방정식 $2x - ay - 5 = 0$ 과 $bx - y - 2 = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 기울기가 a 이고 y 절편이 b 인 직선의 x 절편은?



[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

두 그래프의 교점의 좌표가 (2, 1)이므로 각각 대입하면

$$\begin{cases} 4 - a - 5 = 0 \\ 2b - 1 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore a = -1, b = \frac{3}{2}$$

따라서 $y = -x + \frac{3}{2}$ 의 x 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

33. 연립방정식

$$\begin{cases} x + ay = 6 \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

을 만족하는 순서쌍 (x, y) 가 제 1사분면에 위치하기 위한 모든 a 의 값의 합을 구하여라.

(단, a, x, y 는 모두 정수이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

제1사분면에 위치하려면 $x > 0, y > 0$ 이어야 한다.

위에서 주어진 두 식을 더하면,

$$(a + 1)y = 8$$

a 는 정수, $y > 0, y$ 는 정수이므로

$$a = 0, 1, 3, 7$$

이 중 $a = 3, 7$ 일 때는 교점이 제2사분면에 있게 되고

$a = 0, 1$ 일 때 교점이 제1사분면에 위치하므로 모든 a 의 값의 합은 1이다.

34. 연립방정식

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ bx + y = 8 \end{cases}$$

의 그래프를 그렸을 때 교점의 좌표가 (3, 2)일 때, ab 의 값으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

(3, 2)를 주어진 연립방정식에 각각 대입하면

$$3 + 2a = 1 \quad \therefore a = -1$$

$$3b + 2 = 8 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = (-1) \times 2 = -2$$

35. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 6\}$ 인 일차함수 $y = -\frac{1}{2}x$ 를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 치역이 $\{y \mid 7 \leq y \leq a\}$ 가 되었다. 이 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

일차함수 $y = -\frac{1}{2}x$ 를 y 의 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 일차함수는 $y = -\frac{1}{2}x + b$
기울기가 음수이므로 치역은 $\{y \mid f(6) \leq y \leq f(-2)\}$

$$f(6) = -3 + b = 7 \quad \therefore b = 10$$

$$f(-2) = 1 + b = a \quad \therefore a = 11 (\because b = 10)$$

$$\therefore a + b = 21$$

36. 치역이 $\{y \mid -2 \leq y \leq 4\}$ 일 때, 일차함수 $y = -3x + 1$ 의 정의역은 $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

기울기가 음수이므로 $(a, 4), (b, -2)$ 지난다.

$$-3a + 1 = 4 \quad \therefore a = -1$$

$$-3b + 1 = -2 \quad \therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

37. $y = -ax + 5$ 의 그래프는 $y = 4x - 7$ 의 그래프와 평행하고, $3y = bx - 6$ 의 그래프가 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -ax + 5$ 와 $y = 4x - 7$ 는 평행하므로 $-a = 4$ 이다. 따라서 $a = -4$ 이다.

$3y = bx - 6$ 의 그래프는 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$3y = bx - 6$, $y = \frac{b}{3}x - 2$ 이므로 $\frac{b}{3} = 5$, $b = 15$ 이다.

따라서 $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5} = -\frac{-4}{2} + \frac{15}{5} = 2 + 3 = 5$ 이다.

38. $2x - 5y + 3 = 0$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

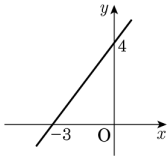
- ① 직선의 기울기는 $\frac{2}{5}$ 이다.
② x 절편은 $-\frac{3}{2}$, y 절편은 $\frac{3}{5}$ 이다.
③ $y = \frac{2}{5}x$ 의 그래프와 평행이다.
④ 제2 사분면을 지나지 않는다.
⑤ 점 $(6, 3)$ 을 지난다.

해설

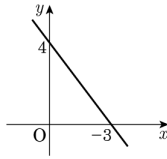
$y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$ 의 그래프는 제4 사분면을 지나지 않는다.

39. 일차함수 $4x - 3y - 12 = 0$ 의 그래프를 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

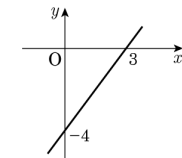
①



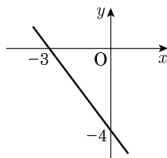
②



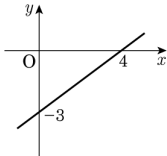
③



④



⑤



해설

x 절편이 3, y 절편이 -4 이다.
따라서 ③이다.

40. 일차함수 $y = -3x + 5$ 의 그래프와 평행하고, y 절편이 1인 일차함수의 식을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $y = -3x + 1$

해설

평행하는 두 직선의 기울기는 같으므로 구하고자 하는 일차함수의 식의 기울기는 -3 이다.

$$y = -3x + 1$$

41. 일차함수 $y = 3x - 4$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $y = 3x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프이다.

㉡ x 절편은 3이고, y 절편은 -4 이다.

㉢ x 가 2만큼 증가할 때, y 는 6만큼 감소한다.

㉣ 제1 사분면, 제3 사분면, 제4 사분면을 지난다.

㉤ 점 $(\frac{2}{3}, -2)$ 를 지난다.

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡

② ㉢, ㉣, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

㉠ x 절편은 $\frac{4}{3}$ 이다.

㉢ x 가 2만큼 증가할 때 y 는 6만큼 증가한다.

42. 일차함수 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① 점 $(3, 4)$ 를 지난다.

② 오른쪽 위를 향하는 직선이다.

③ 직선의 방정식은 $2x - 3y + 6 = 0$ 과 일치한다.

④ x 절편은 3, y 절편은 2이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x - 2$ 의 그래프와 평행한 직선이다.

해설

④ x 절편은 -3 이다.

43. 다음 중에서 y 가 x 의 일차함수인 것을 모두 골라라.
[배점 5, 중상]

- ① 밑변과 높이가 각각 2cm 와 x cm인 삼각형의 넓이는 $y\text{cm}^2$ 이다.
 ② 가로와 세로의 길이가 각각 2cm와 x cm인 직사각형의 둘레의 길이는 $y\text{cm}$ 이다.
 ③ $y = x(x - 4)$
 ④ 1분당 통화료가 x 원일 때, 6분의 통화료는 y 원이다.
 ⑤ 지름이 $x\text{m}$ 인 호수의 넓이는 $y\text{m}^2$ 이다.

해설

- ① $y = x$
 ② $y = 2x + 4$
 ④ $y = 6x$
 ⑤ $y = \pi x^2$

44. x 절편이 4, y 절편이 -10인 직선의 방정식을 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① $y = 2x - 10$ ② $y = \frac{5}{2}x - 10$
 ③ $y = -10x - 5$ ④ $y = -5x - 10$
 ⑤ $y = -\frac{5}{2}x - 10$

해설

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-10} = 1$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x - 10$$

45. 두 개의 일차함수 $y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다.

이 두 함수의 정의역은 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 이고
 치역은 일치한다. 이 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 0

해설

$y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다.

이 두 함수의 정의역 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 에
 대한 치역을 각각 구해보면

$$\{y \mid -a + 1 \leq y \leq 2a + 1\}$$

$$\{y \mid -4 + b \leq y \leq 2 + b\}$$

$$-a + 1 = -4 + b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$2a + 1 = b + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = 2, b = 3$

$$\therefore b - a = 3 - 2 = 1$$

46. 일차함수 $y = (2k - 3)x - 8k + 1$ 의 그래프가 제 2, 3, 4
 사분면을 지나기 위한 k 값을 $a < k < b$ 라고 할 때,
 $b \div a$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

제 2, 3, 4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하
 고 음의 y 절편 값을 가지므로

$2k - 3 < 0$, $-8k + 1 < 0$ 이어야 한다.

그러므로 $\frac{1}{8} < k < \frac{3}{2}$ 이고, $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $b \div a = \frac{3}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$ 이다.

47. 제 2사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 4$ 가 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 (a, a) 를 지난다고 할 때, 이 일차함수가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

(단, 이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였다.) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 제 2 사분면

해설

이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였으므로,

일차함수의 기울기인 a 는 2 또는 -2 이다.

그런데 제 2사분면을 지나지 않는다고 했으므로 $a = 2$ 이다.

따라서, $y = 2x - 4$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = 2x - 4 + b$ 이고

점 (a, a) 를 지나므로 $a = 2a - 4 + b$

그런데 $a = 2$ 이므로 $2 = 4 - 4 + b \therefore b = 2$

구하는 일차함수는 $y = 2x - 2$ 이므로, x 절편은 1, y 절편은 -2 이다.

그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

48. 두 일차함수 $y = ax + 7a + 5$ 와 $y = -\frac{4}{7}x + b$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax + b$ 의 그래프의 x 절편을 p , y 절편을 q 라 할 때, $4p + q$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$a = -\frac{4}{7}, 7a + 5 = b \text{에서 } b = 1$$

$$y = ax + b = -\frac{4}{7}x - 1$$

$$x \text{ 절편 : } 0 = -\frac{4}{7}x - 1 \therefore x = -\frac{7}{4}$$

$$y \text{ 절편 : } -1$$

$$\therefore 4p + q = 4 \times \left(-\frac{7}{4}\right) - 1 = -8$$

49. 세 직선 $2x + 3y = 4$, $3x + y - 13 = 0$, $x - ay + 7 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: -6

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \dots \textcircled{1} \\ 3x + y - 13 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①과 ②을 연립하여 풀면 $x = 5, y = -2$

즉, 세 직선은 점 $(5, -2)$ 에서 만난다.

$x - ay + 7 = 0$ 에 점 $(5, -2)$ 를 대입하면

$$5 + 2a + 7 = 0, 2a = -12, a = -6$$

50. 직선 $ax + y + b = 0$ 의 그래프가 두 점 $(1, 1)$, $(4, q)$ 를 지나고 기울기가 -2 일 때, q 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① 10 ② 5 ③ 0

- ④ -5 ⑤ -10

해설

$$ax + y + b = 0, y = -ax - b$$

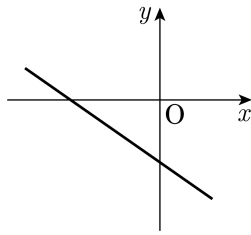
$$-a = -2 \therefore a = 2$$

$$y = -2x - b \text{가 점 } (1, 1) \text{을 지나므로 } 1 = -2 - b$$

$$\therefore b = -3$$

$$y = -2x + 3 \text{이 점 } (4, q) \text{를 지나므로 } q = -8 + 3 = -5$$

51. 직선 $y = ax - \frac{b}{a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $y = \frac{1}{b}x + ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



[배점 5, 상하]

- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면
 ③ 제3 사분면 ④ 제4 사분면
 ⑤ 제1, 3 사분면

해설

$y = ax - \frac{b}{a}$ 에서 $a < 0, -\frac{b}{a} < 0$ 이므로 $b < 0$
 $y = \frac{1}{b}x + ab$ 에서 $\frac{1}{b} < 0, ab > 0$ 이므로 제3
 사분면을 지나지 않는다.

52. 함수 $f(x) = 2|x-4| + |x-2|$ 의 그래프와 직선 $x = 5$,
 x 축, y 축이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{47}{2}$

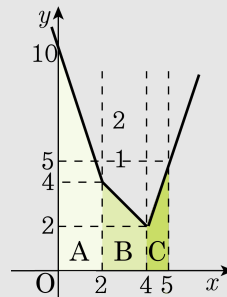
해설

$$f(x) = 2|x-4| + |x-2|$$

$$1) x < 2 \text{ 일 때, } f(x) = -3x + 10$$

$$2) 2 \leq x < 4 \text{ 일 때, } f(x) = -x + 6$$

$$3) x \geq 4 \text{ 일 때, } f(x) = 3x - 10 \text{ 으로 다음과 같다.}$$



$f(x) = 2|x-4| + |x-2|$ 의 그래프와 직선 $x = 5$,
 x 축, y 축이 이루는 도형의 넓이는 $A + B + C$
 이므로

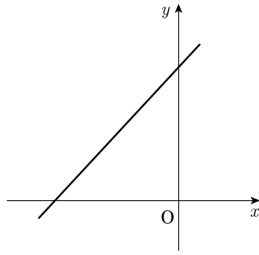
$$A = \frac{1}{2}(4 + 10) \times 2 = 14$$

$$B = \frac{1}{2}(2 + 4) \times 2 = 6$$

$$C = \frac{1}{2}(2 + 5) \times 1 = \frac{7}{2}$$

따라서 도형의 넓이는 $14 + 6 + \frac{7}{2} = \frac{47}{2}$ 이다.

53. 일차함수 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 찾아라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 1 사분면

해설

주어진 함수의 그래프에서

(기울기) > 0 , (y 절편) > 0 이므로

$y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서 $\frac{a}{b} > 0$, $-\frac{c}{b} > 0$

따라서 $\frac{a}{b} > 0$, $\frac{c}{b} < 0$ 이고 a 와 b 는 같은 부호, b 와 c 는 다른 부호이다.

즉, a 와 c 는 서로 다른 부호이다.

$y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 에서 $\frac{a}{c} < 0$, $\frac{c}{a} < 0$ 이므로

기울기가 0 보다 작고 y 절편이 0 보다 작은 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 1 사분면이다.

54. 두 직선 $y = x + b$, $y = ax + 6$ 이 한 점 (2, 4) 에서 만날 때, a , b 의 값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

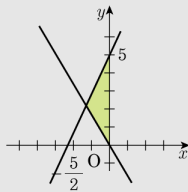
$x = 2$, $y = 4$ 를 $y = x + b$ 에 대입하면 $4 = 2 + b$ 이므로 $b = 2$ 이고

$y = ax + 6$ 에 대입하면 $4 = 2 \times a + 6$ 이므로 $a = -1$ 이다.

55. 직선 $y = ax$ 의 그래프가 $y = 2x + 5$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분한다고 할 때, 상수 a 의 값은? [배점 6, 상중]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ -2 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설



$y = 2x + 5$ 에서

x 절편 : $0 = 2x + 5, x = -\frac{5}{2}$

y 절편 : $y = 5 \quad \therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$

$y = ax$ 가 넓이를 이등분하려면 $y = 2x + 5$ 과 $y = \frac{5}{2}$ 일 때 만나야한다.

$\frac{5}{2} = 2x + 5, x = -\frac{5}{4}$

$y = ax$ 에 점 $(-\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$ 를 대입하면

$\frac{5}{4} = a \times (-\frac{5}{4}) \quad \therefore a = -2$

56. $x + ay + b = 0$ 의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$ 의 그래프와 평행하고 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, $y = ax - b$ 의 그래프가 $x - y = 0$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표는? [배점 6, 상중]

- ① $(-7, -7)$ ② $(4, 4)$ ③ $(-1, -1)$
 ④ $(2, 2)$ ⑤ $(5, 5)$

해설

i) $x + ay + b = 0$ 과 $2x + 8y - 5 = 0$ 이 평행하

므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}, 2a = 8 \quad \therefore a = 4$

ii) $x + ay + b = 0$ 과 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 y 절편이

같으므로 $-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3} \quad \therefore b = 3a = 12$

iii) $y = ax - b$ 에서 $y = 4x - 12 \dots \textcircled{1}$

$x - y = 0$ 에서 $y = x \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x = 4, y = 4$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(4, 4)$

57. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{1}{2}$

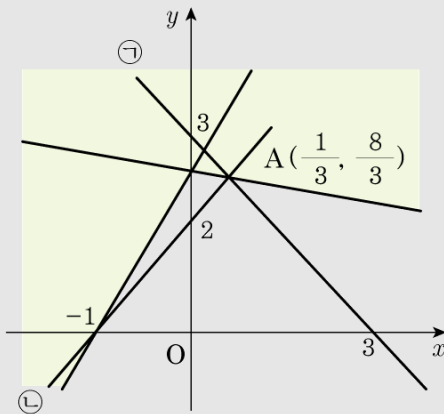
▷ 정답 : 최댓값 = $\frac{5}{2}$

해설 면에

$y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프를 나타내면

$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 만들어지는 삼각형 ABC 와

만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프가 어두운 부분의 범위가 된다.



$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점 A $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$ 을 대입하면

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$$

또, B(-1, 0) 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

58. 좌표평면 위에 세 점 A(0, 24), B(24, 24), C(24, 0) 가 있다. 점 D, E 는 각각 선분 OA, OC 를 1 : 2 로 내분하는 점이고, 선분 AE 와 BD 의 교점을 F 라 할 때, 사각형 BCEF 의 넓이를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3552}{11}$

해설

점 D 의 좌표는 (0, 8), 점 E 의 좌표는 (8, 0) 이므로

직선 AE 의 방정식은

$$y = -3x + 24$$

$$3x + y = 24 \cdots \textcircled{1}$$

또 직선 DB 의 방정식은

$$y = \frac{2}{3}x + 8$$

$$2x - 3y = -24 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x = \frac{48}{11}$, $y = \frac{120}{11}$ 이다.

따라서 F $(\frac{48}{11}, \frac{120}{11})$ 이므로

$$\begin{aligned} \square BCEF &= \triangle CEF + \triangle CBF \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{120}{11} + \frac{1}{2} \times 24 \times (24 - \frac{48}{11}) \\ &= \frac{3552}{11} \end{aligned}$$

59. $|y| = 3|x| - 5$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 대각선의 길이의 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

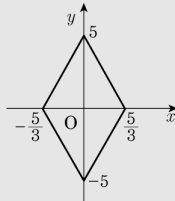
$$|y| = 3|x| - 5$$

1) $x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $y = 3x - 5$

2) $x \geq 0, y < 0$ 일 때, $-y = 3x - 5$ 에서
 $y = -3x + 5$

3) $x < 0, y \geq 0$ 일 때, $y = -3x - 5$

4) $x < 0, y < 0$ 일 때, $-y = -3x - 5$ 에서
 $y = 3x + 5$ 이므로 다음 그래프와 같다.



따라서 구하는 도형의 대각선의 길이의 합은
 $5 \times 2 + \frac{5}{3} \times 2 = \frac{40}{3}$ 이다.

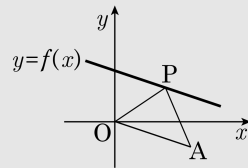
60. 좌표평면 위의 원점 O, 점 A(6, -2) 와 일차함수 $f(x) = ax + b$ ($b > 0$) 의 직선 위의 한 점 P 를 꼭지점으로 하는 삼각형 OAP 의 넓이가 항상 12 일 때, 직선 $y = f(x)$ 의 x 절편을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설



선분 OA 를 밑변으로 하는

삼각형이 항상 일정하려면 높이가 일정해야 하므로 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 위의 그림과 같이 선분 OA 와 평행해야 한다.

즉, 선분 OA 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $a = -\frac{1}{3}$ 이다.

또, $y = f(x)$ 의 y 절편이 b 이므로

$$\triangle OAP = \frac{1}{2} \times b \times 6 = 12 \quad (\because b > 0)$$

$$\therefore b = 4$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$$

따라서 (12, 0) 을 지나므로 x 절편은 12 이다.

61. 세 점 $A(-3, 4)$, $B(0, 5)$, $C(-4, 1)$ 로 이루어진 삼각형은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 라고 한다. 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 식을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로, 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 일차함수는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

$\overline{BC}$ 의 기울기가 $\frac{5-1}{0-(-4)} = 1$ 이므로 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이다.

따라서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -x + b \cdots \textcircled{1}$ 으로 놓을 수 있다.

점 $A(-3, 4)$ 를 지나므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 1$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 식은 $y = -x + 1$ 이다.

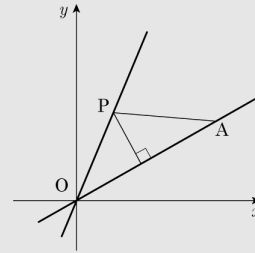
62. $y = 2x$ 의 그래프 위에 있는 점 P 와 점 $A(6, 4)$ 사이의 직선 거리는 원점 O 와 점 P 사이의 직선 거리와 같다. 이러한 점 P 의 좌표를 $(t, 2t)$ 라고 할 때, t 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $t = \frac{13}{7}$

해설



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO} = \overline{PA}$ 이므로 점 P 는 $\overline{OA}$ 의 수직이등분선 위의 점이다.

직선 OA 의 기울기가 $\frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{OA}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\overline{OA}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -\frac{3}{2}x + b \cdots \textcircled{1}$ 으로 놓을 수 있다.

또한 원점과 점 A 의 중점이 $(3, 2)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = \frac{13}{2}$ 이다.

$\therefore y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \cdots \textcircled{2}$

한편 점 P 는 $y = 2x$ 와 $\textcircled{2}$ 의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$P\left(\frac{13}{7}, \frac{26}{7}\right) = P(t, 2t)$ 이므로

$\therefore t = \frac{13}{7}$

63. $ab > 0$, $a - b \neq 0$ 인 상수 a, b 에 대하여 두 일차함수 $y = ax + b$, $y = bx + a$ 의 교점이 제 4 사분면에 있을 때, 직선 $aby + ax + b = 0$ 이 지나가지 않는 사분면을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 4 사분면

해설

$y = ax + b$, $y = bx + a$ 를 연립하여 풀면

$$x = \frac{a-b}{a-b} = 1 \quad (\because a-b \neq 0)$$

따라서 교점의 좌표는 $(1, a+b)$ 이고 이것은 제 4 사분면에 있으므로 $a+b < 0$ 이다.

그런데 $ab > 0$ 이므로 $a < 0$, $b < 0$ 이다.

$$aby + ax + b = 0, \quad y = -\frac{1}{b}x - \frac{1}{a} \text{ 이다.}$$

$$-\frac{1}{b} > 0, \quad -\frac{1}{a} > 0 \text{ 이므로}$$

$\therefore aby + ax + b = 0$ 는 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.