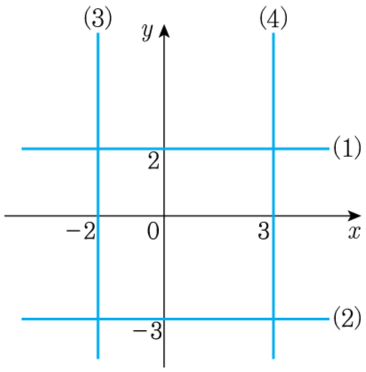
문제 풀이 과제

1. 다음 그래프의 직선의 방정식을 보기에서 골라 짝지어라.



보기

㉠ $x+2=0$　　㉡ $3x-9=0$

㉢ $-y+2=0$　　㉣ $4y+12=0$

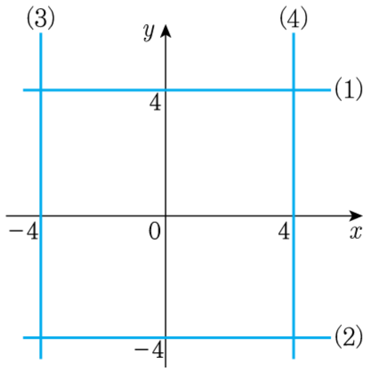
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡

해설

(1) $y=2$ 이므로 $y-2=0,\ -y+2=0$ 이다.
(2) $y=-3$ 이므로 $y+3=0,\ 4y+12=0$ 이다.
(3) $x=-2$ 이므로 $x+2=0$ 이다.
(4) $x=3$ 이므로 $x-3=0,\ 3x-9=0$ 이다.

2. 다음 그래프의 직선의 방정식을 보기에서 골라 짝지어라.



보기

㉠ $x-4=0$　　㉡ $2x+8=0$

㉢ $2y+8=0$　　㉣ $-y+4=0$

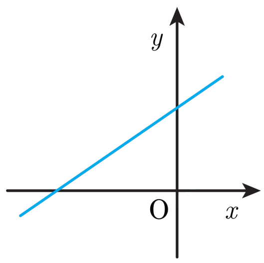
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉠

해설

(1) $y=4$ 이므로 $y-4=0,\ -y+4=0$ 이다.
(2) $y=-4$ 이므로 $y+4=0,\ 2y+8=0$ 이다.
(3) $x=-4$ 이므로 $x+4=0,\ 2x+8=0$ 이다.
(4) $x=4$ 이므로 $x-4=0$ 이다.

3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 모양이 다음과 같을 때, 이 그래프와 같은 사분면을 지나는 그래프는?



[배점 2, 하중]

① $y = 3x - 2$ ② $y = ax - 7$

③ $y = 2x + b$ ④ $y = -\frac{1}{2}x - 1$

⑤ $y = -x + 1$

해설

직선이 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고,
(y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 이 그래프와 같은 사분면을 지나는 그래프는 기울기와 y 절편이 0 보다 커야한다. 이 조건을 만족하는 그래프는 ③이다.

4. 일차함수 $y = -x + 5$ 에서 x 의 증가량이 5 일 때, y 의 증가량을 구하여라. [배점 2, 하중]

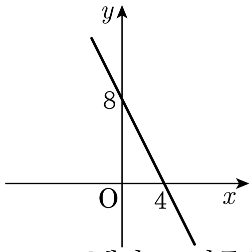
▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$\frac{(y\text{의 증가량})}{5} = -1$
$\therefore$ (y 의 증가량) $= -5$

5. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $px - qy - 6 = 0$ 의 그래프가 서로 평행일 때, $\frac{p}{q}$ 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

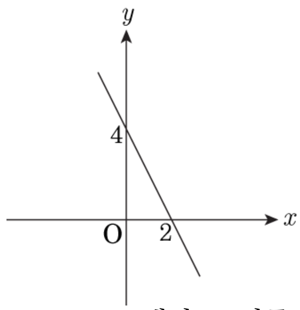
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(기울기) $= -\frac{8}{4} = -2 = a$
y 절편 : $8 = b$, $y = -2x + 8$
$px - qy - 6 = 0$, $y = \frac{p}{q}x - \frac{6}{q}$
$\frac{p}{q}$ 는 기울기이므로 -2

6. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $mx - y = 2$ 의 그래프가 서로 평행일 때, m 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(기울기) $= -\frac{4}{2} = -2 = a$
y 절편 : $4 = b$, $y = -2x + 4$,
$mx - y = 2$, $y = mx - 2$,
$m = -2$

7. 점 $(0,\ -1)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-1$

해설

방정식 $y=-1$ 의 그래프는 점 $(0,\ -1)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이다.

8. x 절편이 3 이고, y 절편이 9 인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은? [배점 2, 하중]

① $y=-3x+9$ ② $y=-3x-9$

③ $y=3x+9$ ④ $y=3x-9$

⑤ $y=3x$

해설

x 절편이 3, y 절편이 9 이므로

$y=ax+b$ 에서 $b=9$,

기울기 : $a=-3$,

$\therefore\ y=-3x+9$

9. 점 $(1,\ 3)$을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은? [배점 2, 하중]

① $y=1$ ② $y=3$ ③ $x=1$

④ $x=3$ ⑤ $y=\frac{1}{3}$

해설

점 $(1,\ 3)$을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y=3$

10. 두 직선 $x=2$, $y=3$ 과 x축, y축 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

가로의 길이가 2 이고, 세로의 길이 3 인 직사각형의 넓이는

$2\times3=6$

11. 다음 중 제 1사분면을 지나지 않는 그래프의 식은? [배점 3, 하상]

① $y=3x$ ② $y=-2x+3$

③ $y=x+4$ ④ $y=-4x-1$

⑤ $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$

해설

$y=ax+b\ (a\neq0)$ 의 그래프에서 $a<0,\ b<0$ 이면 제 1사분면을 지나지 않는다.

12. 일차함수 $y = \frac{5}{2}x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $-\frac{7}{2}$ 만큼 평행이동한 그래프의 x 절편과 y 절편을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : x 절편 : 1

▷ 정답 : y 절편 : $-\frac{5}{2}$

해설

$y = \frac{5}{2}x + 1 - \frac{7}{2}$

$= \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

따라서 x 절편 : 1 , y 절편 : $-\frac{5}{2}$ 이다.

13. $\boxed{\quad}$안에 알맞게 써 넣어라.

일차함수 $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ 에서 기울기는 $\boxed{㉠}$, x 절편은 $\boxed{㉡}$, y 절편은 $\boxed{㉠}$이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ a

▷ 정답 : ㉡ $-\frac{b}{a}$

▷ 정답 : ㉢ b

해설

(1) 기울기는 $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ 에서 $\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}$ 인 a 이다.

(2) x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이다.

(3) y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이다.

14. 다음 일차방정식의 그래프의 기울기가 3이고 y 절편이 2일 때, $a - b$의 값을 구하여라.

$(a-1)x + by + 2 = 0$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$by = (-a+1)x - 2$, $y = \frac{(-a+1)x-2}{b}$ 의 기울기가 3이므로 $\frac{-a+1}{b} = 3$이고 $\frac{-2}{b} = 2$ 이므로 $a = 4$, $b = -1$이다.

따라서 $a - b = 4 - (-1) = 5$이다.

15. 정의역이 $\{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$인 일차함수 $y = x + b$의 최댓값이 8일 때, 상수 b의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

기울기가 양수이므로 $\{y \mid f(2) \leq y \leq f(5)\}$

$f(5) = 8 = 5 + b$

$\therefore b = 3$

16. 다음 중 일차방정식 $6x-18=0$의 그래프에 관한 설명으로 옳은 것은?

보기

㉠ x의 값에 관계없이 y의 값은 항상 -3이다.
㉡ y의 값에 관계없이 x의 값은 항상 -3이다.
㉢ y축과 평행한 직선이다.
㉣ x축과 평행한 직선이다.
㉤ 점 $(3,\ -9)$를 지난다.

[배점 3, 하상]

① ㉠,㉢　② ㉡,㉢　③ ㉡,㉣
④ ㉢,㉤　⑤ ㉣,㉤

해설

방정식은 $x=3$꼴의 함수인 상수함수이고,
y값에 관계없이 항상 x값은 3이고, y축과 평행하다.

17. 좌표평면 위의 세 점 $(-5,\ 3)$, $(1,\ 3)$, $(3,\ a)$ 가 한 직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값과 직선의 방정식은?

[배점 3, 하상]

① $0,\ x=0$　② $3,\ x=3$
③ $3,\ x=-3$　④ $3,\ y=3$
⑤ $3,\ y=-3$

해설

y 값이 같으므로 x 축에 평행한 직선이다.
$\therefore a=3,\ y=3$

18. 두 점 $(a,\ 4)$, $(3a-8,\ -4)$ 를 지나는 직선이 x 축에 수직일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설

(x축에 수직) = (y축에 평행) : x좌표가 일정하다.
$a=3a-8$
$-2a=-8\ \therefore a=4$

19. 다음 네 방정식의 그래프로 둘러싸인 도형이 정사각형일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m>0$)

$x=m,\ x=-m,\ y=4,\ 3y+12=0$

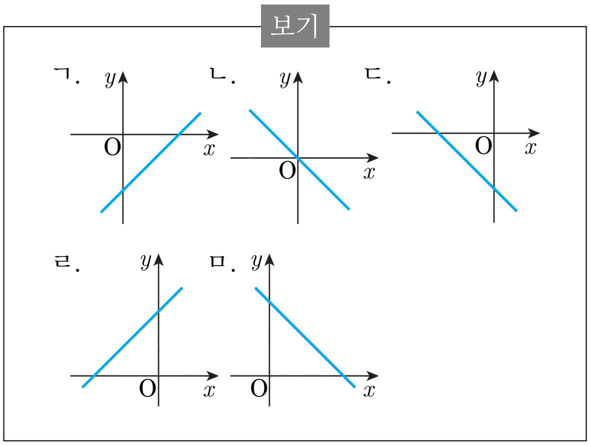
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설

가로의 길이가 $2m$, 세로의 길이가 8 이므로 $2m=8$
$\therefore m=4$

20. 다음 그래프의 일차함수 $y = ax + b$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 3, 중하]

① $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

② $a = 3$, $b = 6$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

③ $a = -\frac{1}{4}$, $b = -6$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄷ이다.

④ $a < 0$, $b = 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄴ이다.

⑤ 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프 ㄷ은 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

해설

⑤ ㄷ에서 그래프는 오른쪽 아래를 향하므로 (기울기) < 0 이고, (y절편) < 0 이므로 $b < 0$ 이다.

21. 일차방정식 $ax - by + 4 = 0$ 의 그래프가 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고 y절편이 2일 때, $a + b$의 값은?

[배점 3, 중하]

① 1　② -1　③ 3　④ -3　⑤ 5

해설

$ax - by + 4 = 0$을 y에 관하여 풀면 $by = ax + 4$, $y = \frac{a}{b}x + \frac{4}{b}$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, $\frac{4}{b} = 2$, $b = 2$ 이다. 따라서 a는 1이다.

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

22. 일차방정식 $2x - 3y - 1 = 0$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 의 그래프와 평행하다.

② $y = 4x + 1$ 의 그래프와 y축 위에서 만난다.

③ 제 3 사분면은 지나지 않는다.

④ 점 $(1,\ 1)$ 을 지난다.

⑤ x의 값이 6만큼 증가하면 y의 값은 4만큼 감소한다.

해설

$2x - 3y - 1 = 0$을 y에 관해서 풀면 $3y = 2x - 1$, $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ 이다. 따라서 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로 $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$과 평행하다.

23. 세 점 $(3,\ -5)$, $(-2,\ 10)$, $(4,\ n)$ 이 한 직선 위에 있을 때, n 의 값은? [배점 3, 중하]

① -6　② -7　③ -8

④ -9　⑤ -10

해설

세 점이 한 직선 위에 있기 위해서는 기울기가 같아야 한다.
두 점 $(3,\ -5)$, $(-2,\ 10)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{10-(-5)}{-2-3}=-3$ 이므로 $\dfrac{n-(-5)}{4-3}=-3$ 이다. 따라서 $n=-8$ 이다.

24. 다음 두 점을 지나는 직선들 중에서 기울기가 같은 것을 찾아라.

㉠ $(1,\ 4)$, $(2,\ 6)$

㉡ $(-2,\ 3)$, $(3,\ 8)$

㉢ $(-3,\ -5)$, $(-1,\ -15)$

㉣ $(0,\ 4)$, $(3,\ 7)$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\dfrac{6-4}{2-1}=2$

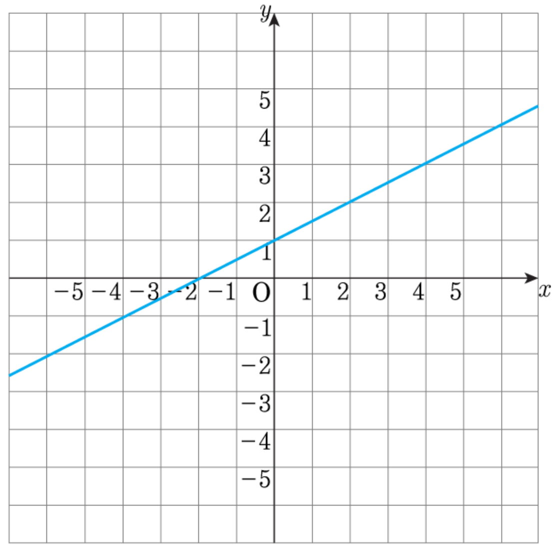
㉡ $\dfrac{8-3}{3-(-2)}=1$

㉢ $\dfrac{-15-(-5)}{-1-(-3)}=-\dfrac{10}{2}=-5$

㉣ $\dfrac{7-4}{3-0}=1$

이므로 ㉡과 ㉣의 기울기가 같다.

25. 일차함수 $y=ax-6$ 의 그래프가 다음 그래프와 서로 평행할 때, a 의 값은?



[배점 3, 중하]

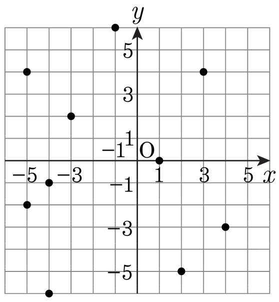
① 2　② $\dfrac{1}{2}$　③ $-\dfrac{1}{3}$

④ $\dfrac{1}{3}$　⑤ 3

해설

두 그래프의 기울기가 같으면 서로 평행하다.
주어진 그래프에서 기울기는
$\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $a=\dfrac{1}{2}$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점들이 주어질 때, 가장 많은 점을 지나는 일차함수의 기울기와 y 절편을 짝지은 것을 골라라.



[배점 3, 중하]

① $-2,\ -8$ ② $-1,\ 6$ ③ $1,\ 7$

④ $1,\ 9$ ⑤ $2,\ 8$

해설

가장 많은 점을 지나는 일차함수는 $(-5,\ 2)$, $(-3,\ 2)$, $(-1,\ 6)$ 을 지나는 직선이므로 기울기는 $\dfrac{6-2}{-1-(-3)}=2$ 이다.
$y=ax+b$ 에서 $y=2x+b$ 이므로 $(-1,\ 6)$ 을 대입해 보면 $b=8$ 이다.
따라서 일차함수의 식은 $y=2x+8$ 이고 기울기는 2 , y 절편은 8 이다.

27. 두 점 $(4,\ 5)$, $(-2,\ -7)$ 을 지나는 직선의 일차함수의 식을 $y=ax+b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

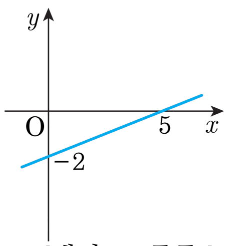
[배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

기울기는 $\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$ 이므로
두 점 $(4,\ 5)$, $(-2,\ -7)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{-7-5}{-2-4}=\dfrac{-12}{-6}=2$ 이므로
$y=ax+b$ 에서 $y=2x+b$ 이다.
$(4,\ 5)$ 를 대입하면 $5=8+b$, $b=-3$ 이므로
일차함수의 식은 $y=2x-3$ 이다.
따라서 $a+b=-1$ 이다.

28. 다음 일차함수의 그래프 중 다음 그림의 일차함수의 그래프와 제 4 사분면에서 만나는 것은?



[배점 4, 중중]

① $y=2x-2$ ② $y=-x-1$

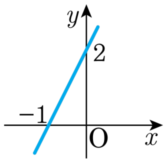
③ $y=2x+4$ ④ $y=\dfrac{1}{4}x+1$

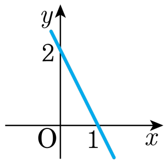
⑤ $y=x+1$

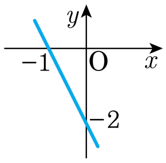
해설

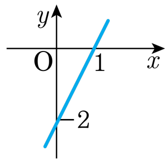
① y 축 위에서 만난다.
③ 제 3 사분면에서 만난다.
④ 제 1 사분면에서 만난다.
⑤ 제 3 사분면에서 만난다.

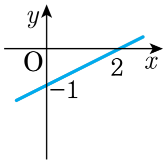
29. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 기울기가 2 이고 y 절편이 -2 일 때, 다음 중 일차함수 $y = bx + a$ 의 그래프는? [배점 4, 중중]

①


②


③


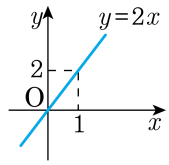
④


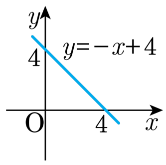
⑤


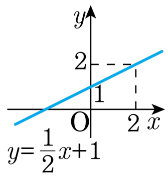
해설

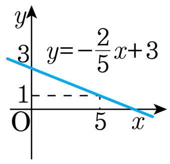
기울기가 2 이고 y 절편이 -2 이므로 $a = 2,\ b = -2$ 이다.
따라서 주어진 일차함수는 $y = -2x + 2$ 이고
이 그래프는 두 점 $(1,\ 0),\ (0,\ 2)$ 를 지난다.

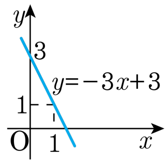
30. 일차함수의 그래프를 그린 것이다. <u>틀린 것을</u> 고르면? [배점 4, 중중]

①


②


③


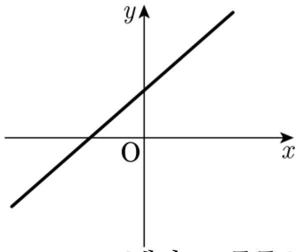
④


⑤


해설

y 절편 : 3, x 절편 : 1 이므로 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

31. 일차방정식 $x-ay+b=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

① $a>0,\ b>0$
② $a>0,\ b<0$
③ $a<0,\ b>0$
④ $a<0,\ b=0$
⑤ $a=0,\ b=0$

해설

$x-ay+b=0$는 $y=\frac{1}{a}x+\frac{b}{a}$이므로 $\frac{1}{a}>0$, $\frac{b}{a}>0$이다.
따라서 $a>0,\ b>0$ 이다.

32. 다음 $3x-2y+6=0$에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프와 평행하다.
㉡ 제4사분면을 지나지 않는다.
㉢ x값이 2 증가할 때, y값은 3 감소한다.
㉣ x절편과 y절편의 합은 2이다.
㉤ 오른쪽 아래로 향하는 그래프이다.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉤

해설

주어진 일차방정식 : $y=\frac{3}{2}x+3$
㉢ x값이 2 증가할 때 y값은 3 증가한다.
㉣ x절편과 y절편의 합은 1이다.

33. 치역이 $\{y \mid -7<y\le 18\}$일 때, 일차함수 $y=\frac{5}{2}x+3$의 정의역은 $\{x \mid a\le x\le b\}$이다. 이 때, $b-a$의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 10

해설

기울기 양수이므로 $(a,\ -7)$, $(b,\ 18)$을 지난다.
$-7=\frac{5}{2}a+3 \qquad \therefore a=-4$
$18=\frac{5}{2}b+3 \qquad \therefore b=6$
따라서 $b-a=6-(-4)=10$

34. 다음의 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① 함수의 기울기가 양수이면 그래프가 왼쪽 위를 향한다.

② 기울기는 x값의 증가량을 y값의 증가량으로 나눈 값이다.

③ 일차함수 $y = ax + b$의 그래프는 $y = ax$의 그래프를 x축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

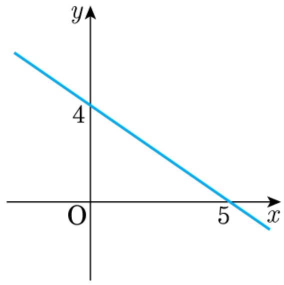
④ 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 항상 0이고, 이때의 y좌표를 y절편이라고 한다.

⑤ 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 항상 서로 평행하다.

해설

① 함수의 기울기가 양수이면 그래프가 오른쪽 위를 향한다.
② 기울기는 y값의 증가량을 x값의 증가량으로 나눈 값이다.
③y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.
⑤ 일치할 수도 있다.

35. 일차방정식 $ax - by + 2 = 0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은? [배점 4, 중중]



① $-\frac{16}{5}$ ② -3

③ $-\frac{1}{5}$ ④ 1

⑤ 2

해설

$ax - by + 2 = 0$에 $(5, 0)$, $(0, 4)$를 대입하면, $a = -\frac{2}{5}$, $b = \frac{1}{2}$이다.
따라서, $ab = -\frac{1}{5}$이다.

36. 일차함수 $y = -9x + 6$ 과 $y = 3ax - b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① 두 직선이 서로 일치 할 조건은 $b = -6$ 이다.

② $a = 3$ 이면 두 직선은 서로 평행하다.

③ $a = -3$, $b = -6$ 이면 두 직선은 서로 일치한다.

④ 두 직선은 서로 평행하거나 일치할 수 없다.

⑤ 두 직선이 서로 평행 할 조건은 $a = -6$ 이다.

해설

두 직선이 서로 평행하려면 기울기만 같으면 되고, 두 직선이 서로 일치하려면 기울기와 y 절편의 값 모두 같아야 한다. 따라서 $3a = -9$, $a = -3$ 이면 두 직선은 평행하고 $a = -3$, $b = -6$ 이면 두 직선이 일치한다.

37. 일차함수 $y=ax+b$ 의 x 절편이 4 이고, y 절편이 -2 일 때, 일차함수 $y=-bx-a$ 가 지나는 사분면이 제 c 사분면, 제 d사분면, 제 e사분면이라고 할 때, $c+d+e$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

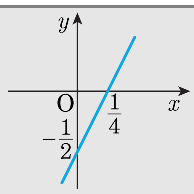
해설

y 절편이 -2 이므로 $y=ax-2$

,

점 (4, 0) 을 지나므로, $0=4a-2$ 이므로

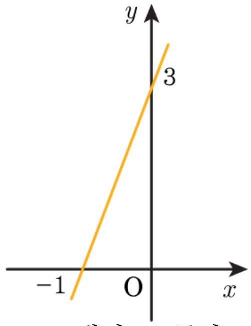
$\therefore a=\frac{1}{2},\ b=-2$



$y=2x-\frac{1}{2}$ 의 그래프를 그리면 이므로 일차함수 $y=-bx-a$ 는 제 1사분면, 제 3사분면, 제 4 사분면을 지난다.

따라서 $c+d+e=8$ 이다.

38. 일차함수 $y=ax+b-1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 5, 중상]

① $a>0, b=4$

② $y=ax+b-2$ 의 그래프와 평행하지 않다.

③ $a+b-1>0$

④ $y=ax+b$ 의 그래프는 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.

⑤ $y=-ax+b-1$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다.

해설

① 기울기가 양수이므로 $a>0$ 이고, y 절편은 3 이므로 $b=4$이다.

② 기울기가 같으므로 평행하다.

③ $x=1$ 일 때의 $y=a+b-1>0$ 이므로 $a+b-1>0$ 이다.

④ $a>0, 1<b<4$ 이므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

⑤ $y=ax+b-1$ 와 $y=-ax+b-1$ 의 y 절편이 $b-1$ 로 같으므로 y 축 위에서 만난다.

39. 일차함수 $y=-(2m-1)x+2$ 의 그래프는 $y=3x-2$ 의 그래프와 평행하고, $y=-bx+3$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 상수)

[배점 5, 중상]

① $-\frac{9}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{1}{3}$
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 3

해설

i) 평행하므로 기울기가 같다. $-(2m-1)=3$, $m=-1$

ii) x 축 위에서 만난다는 것은 x 절편이 같은 것이므로,

$0=-(2m-1)x+2$

$\therefore x=\frac{2}{2m-1}=-\frac{2}{3}$

$0=-bx+3\rightarrow x=\frac{3}{b}$

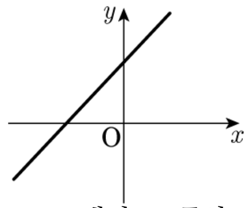
$\therefore -\frac{2}{3}=\frac{3}{b}$

$\therefore b=-\frac{9}{2}$

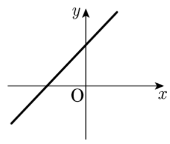
40. [배점 5, 중상]

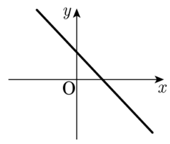
해설

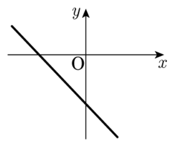
41. 다음 그래프는 일차방정식 $ax+by+c=0$ 이다. 이 때, 오른쪽 그래프에서 일차방정식 $cx+ay-b=0$ 의 그래프를 골라라.

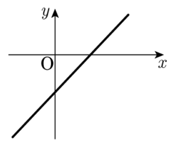


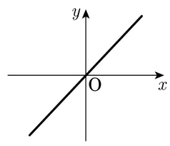
[배점 5, 중상]

①


②


③


④


⑤


▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$ax+by+c=0$ 은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 이므로 $\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}<0$ 이다.

$\therefore a>0,\ b<0,\ c>0$ 또는 $a<0,\ b>0,\ c<0$

$cx+ay-b=0$ 은 $y=-\frac{c}{a}x+\frac{b}{a}$ 이고,

$-\frac{c}{a}<0$, $\frac{b}{a}<0$ 이므로

③번 그래프이다.

42. 일차함수 $y = ax + b(a < 0)$의 정의역이 $\{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$이고, 치역이 $\{y \mid -5 \leq y \leq 1\}$일 때, $a+b$를 구하여라. [배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

기울기가 음수이므로 x가 최대일 때 y는 최소, x가 최소일 때 y는 최대

$(1,\ 1), (4,\ -5)$을 대입 하면

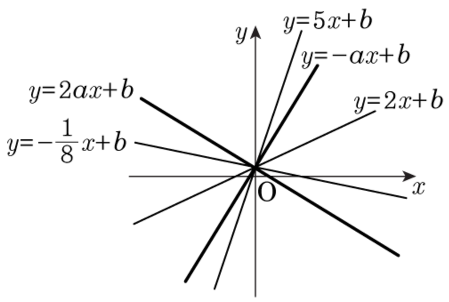
$a+b = 1, 4a+b = -5$

연립방정식의 풀이를 이용하여 풀면,

$a = -2, b = 3$

$\therefore\ a+b = -2+3 = 1$

43. 두 일차함수의 $y = 2ax+b$와 $y = -ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?



[배점 5, 중상]

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{9}{2}$

④ $\frac{5}{2}$ ⑤ -2

해설

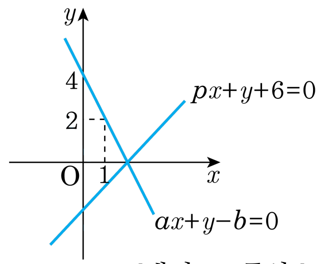
$2 < -a < 5,\ 2a < -\frac{1}{8}$이므로,

$-5 < a < -2,\ a < -\frac{1}{16}$

44. [배점 5, 중상]

해설

45. 두 일차방정식의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, p에 대하여 $a+b+p$의 값은?



[배점 5, 중상]

① -3 ② 2 ③ 3

④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{8}{3}$

해설

$ax+y-b = 0$이 점 $(1,2), (0,4)$를 지나므로

$a+2-b = 0,\ \ 4-b = 0$

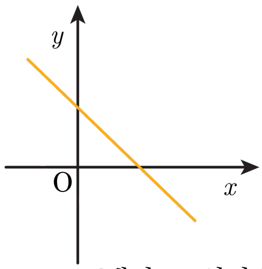
$\therefore a = 2,\ \ b = 4$

$2x+y-4 = 0$의 x절편은 $2x+0-4 = 0$에서 $x = 2$이다.

$px+y+6 = 0$이 $(2,0)$을 지나므로 $p = -3$

따라서 $a+b+p = 2+4+(-3) = 3$이다.

46. 일차함수 $y = -abx - \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = abx - \frac{a}{c}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 4 사분면

해설

$-ab < 0, -\frac{c}{b} > 0$ 이므로 $a > 0, b > 0, c < 0$ 또는 $a < 0, b < 0, c > 0$ 이다.
따라서, $ab > 0, -\frac{a}{c} > 0$ 이므로 $y = abx - \frac{a}{c}$ 의 그래프는 기울기가 양수이고, y 절편도 양수이다.
그러므로 제 4사분면을 지나지 않는다.

47. 제 2사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 4$ 가 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ a)$ 를 지난다고 할 때, 이 일차함수가 지나지 않는 사분면을 구하여라.
(단, 이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였다.) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 2 사분면

해설

이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였으므로,
일차함수의 기울기인 a 는 2 또는 -2 이다.
그런데 제 2사분면을 지나지 않는다고 했으므로 $a = 2$ 이다.
따라서, $y = 2x - 1$ 을 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = 2x - 4 + b$ 이고
점 $(a,\ a)$ 를 지나므로 $a = 2a - 4 + b$
그런데 $a = 2$ 이므로 $2 = 4 - 4 + b$ $\therefore b = 2$
구하는 일차함수는 $y = 2x - 2$ 이므로 , x 절편은 1 , y 절편은 -2 이다.
그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

48. 두 일차함수 $y = ax + 7a + 5$와 $y = -\frac{4}{7}x + b$의 그래프가 일치할 때, $y = ax + b$의 그래프의 x절편을 p, y 절편을 q라 할 때, $4p + q$의 값은? [배점 5, 상하]

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

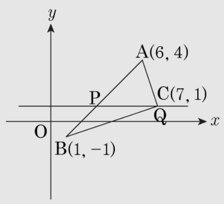
$a = -\frac{4}{7}$, $7a + 5 = b$에서 $b = 1$
$y = ax + b = -\frac{4}{7}x - 1$
x절편 : $0 = -\frac{4}{7}x - 1$ $\therefore x = -\frac{7}{4}$
y절편 : -1
$\therefore 4p + q = 4 \times \left(-\frac{7}{4}\right) - 1 = -8$

49. 세 점 A$(6,\ 4)$, B$(1,\ -1)$, C$(7,\ 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.
즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고, 점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.
직선 AB 의 그래프는 $(6,\ 4)$ 와 $(1,\ -1)$ 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로
$y + 1 = \dfrac{4+1}{6-1}(x-1) \qquad \therefore\ y = x - 2$
$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 P$(3,\ 1)$
따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

50. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0) = 5$, $f(200) = f(-200)$ 이 성립할 때, $f(1)$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(x) = ax + b$ 라 놓으면
$f(0) = b = 5$,
$f(200) = 200a + b = -200a + b = f(-200)$ 이므로 $a = 0$
$\therefore\ f(x) = 5$
따라서 $f(1) = 5$ 이다.

51. 일차방정식 $(p-2)x + (3+2q)y - 2 = 0$ 의 그래프가 점 $(1,\ 3)$ 을 지나고 직선 $x = 2$ 와 평행할 때, 상수 p, q 를 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -\dfrac{3}{2}$

해설

직선 $x = 2$ 와 평행하므로
$3 + 2q = 0 \qquad \therefore\ q = -\dfrac{3}{2}$
$(p-2)x - 2 = 0$ 에서
$x = \dfrac{2}{p-2}$ 이고, 점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로
$\dfrac{2}{p-2} = 1,\ p - 2 = 2 \qquad \therefore\ p = 4$
따라서 $p = 4,\ q = -\dfrac{3}{2}$ 이다.

52. $-3 \leq x \leq 5$ 일 때, 함수 $f(x) = 2|x+2| - |x-3|$ 의 최솟값과 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 : 10

▷ 정답 : 최솟값 : -4

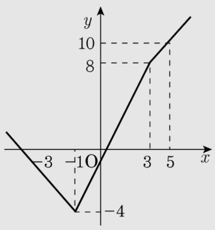
해설

$f(x) = 2|x+1| - |x-3|$

1) $x < -1$ 일 때, $f(x) = -x-5$

2) $-1 \leq x < 3$ 일 때, $f(x) = 3x-1$

3) $x \geq 3$ 일 때, $f(x) = x+5$ 이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $-3 \leq x \leq 5$ 일 때,
최솟값은 $f(-1) = -4$
최댓값은 $f(5) = 10$ 이다.

53. 두 직선 $y = |x| - 2$ 와 $y = -a$ 가 만나지 않을 때, a 값의 범위를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

▷ 정답 : $2 < a$

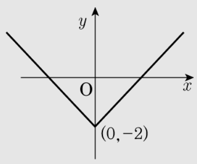
해설

$y = |x| - 2$ 의 그래프는

1) $x \geq 0$ 일 때, $y = x-2$

2) $x < 0$ 일 때, $y = -x-2$

이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $y = -a$ 가 $y = |x| - 2$ 의 그래프와 만나지 않는다면, $-a < -2$ 이므로 $a > 2$ 이다.

54. 일차함수 $(a+2)y=(5-3a)x-3$ 의 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a<-2$

▷ 정답 : $-2>a$

해설

$(a+2)y=(5-3a)x-3$ 가 제 3 사분면을 지나지 않으려면 기울기 <0, y절편 >0 이어야 한다.

1) $a=-2$ 일 때,

$x=\dfrac{3}{5-3a}$ 이므로 일차함수가 아니다.

2) $a\neq -2$ 일 때,

$y=\dfrac{5-3a}{a+2}x-\dfrac{3}{a+2}$

$\dfrac{5-3a}{a+2}<0$ 에서 $\dfrac{(3a-5)}{(a+2)}>0$

$\therefore\ a<-2$ 또는 $a>\dfrac{5}{3}$

$-\dfrac{3}{a+2}>0$ 에서 $a+2<0$

$\therefore\ a<-2$

1), 2) 에 의해서 $a<-2$ 이다.

55. 일차함수 $y=-(a+3)x+8$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 5)$, $(2,\ -7)$을 지나는 일차함수와 평행할 때, $f(b)=12$라고 한다. 이때, $a+b$의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

두 점 $(-1,\ 5)$, $(2,\ -7)$을 지나는 일차함수의 그래프는 $\dfrac{-7-5}{2-(-1)}=-4$이므로

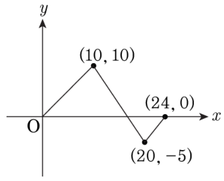
$-4=-(a+3)$, $a=1$이다.

따라서 주어진 일차함수는 $y=-4x+8$이므로

$12=-4\times b+8$, $b=-1$이다.

$\therefore a+b=1+(-1)=0$이다.

56. 정의역이 $0\le x\le 24$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(x)=f(x+4)$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

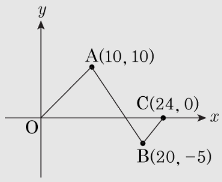
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{38}{5}$

▷ 정답 : $\dfrac{200}{11}$

해설



직선 OA 의 방정식 $f_1(x)=x\cdots$ ㉠

직선 AB 의 방정식 $f_2(x)=-\dfrac{3}{2}x+25\cdots$ ㉡

직선 BC 의 방정식 $f_3(x)=\dfrac{5}{4}x-30\cdots$ ㉢

$f(x)=f(x+4)$ 이므로

1) ㉠, ㉡에서 $f_1(x)=f_2(x+4)$ 이 성립한다.

$f_1(x)=x$

$f_2(x+4)=-\dfrac{3}{2}(x+4)+25$ 이므로

$x=-\dfrac{3}{2}(x+4)+25$

$\therefore\ x=\dfrac{38}{5}$

2) ㉡, ㉢에서 $f_2(x)=f_3(x+4)$ 이 성립한다.

$f_2(x)=-\dfrac{3}{2}x+25$

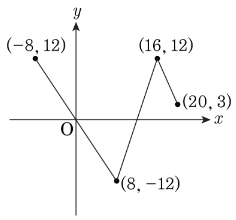
$f_3(x+4)=\dfrac{5}{4}(x+4)-30$ 이므로

$-\dfrac{3}{2}x+25=\dfrac{5}{4}(x+4)-30$

$\therefore\ x=\dfrac{200}{11}$

따라서 x 의 값은 $\dfrac{38}{5}$ 또는 $\dfrac{200}{11}$ 이다.

57. 정의역이 $-8 \le x \le 20$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(k-3) = f(k+3)$ 을 만족하는 k 의 값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

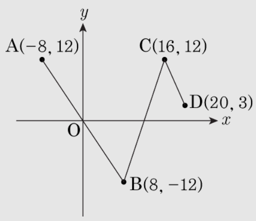
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

▷ 정답 : $\frac{99}{5}$

해설



직선 AB 의 방정식 $y = -x \cdots$ ㉠

직선 BC 의 방정식 $y = 3x - 36 \cdots$ ㉡

직선 CD 의 방정식 $y = -\frac{9}{4}x + 48 \cdots$ ㉢

$f(k-3) = f(k+3)$ 에서 $k - 3 = x$ 일 때,

$f(x) = f(x+6)$ 이므로

1) ㉡에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면

$y = 3x - 18 \cdots$ ㉣

㉠, ㉣의 값이 같으므로

$-x = 3x - 18,\ x = \frac{18}{4} \qquad \therefore\ k = \frac{15}{2}$

2) ㉢에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면

$y = -\frac{9}{4}x + 21 \cdots$ ㉤

㉠, ㉤의 값이 같으므로

$-x = -\frac{9}{4}x + 21,\ x = \frac{84}{5} \qquad \therefore\ k = \frac{99}{5}$

따라서 k 의 값은 $\frac{15}{2}$ 또는 $\frac{99}{5}$ 이다.

58. $M\{a,\ b,\ c\}$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 작지 않은 수로 정의할 때, 함수 $f(x) = M\{-3x-5,\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{2},\ 4(x-3)\}$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 6, 상중]

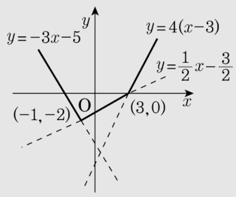
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$M\{a,\ b,\ c\}$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 크거나 같은 수를 나타내므로 다음 그림에서

$$f(x) = \begin{cases} -3x-5\ (x \le -2) \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\ (-2 \le x \le 3) \\ 4(x-3)\ (x \ge 3) \end{cases}$$



따라서 위의 그림에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -2 이다.

59. $|y| = 3|x| - 5$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 대각선의 길이의 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{40}{3}$

해설

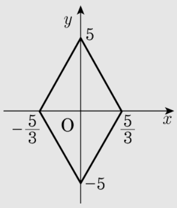
$|y| = 3|x| - 5$

1) $x \geq 0,\ y \geq 0$ 일 때, $y = 3x - 5$

2) $x \geq 0,\ y < 0$ 일 때, $-y = 3x - 5$ 에서 $y = -3x + 5$

3) $x < 0,\ y \geq 0$ 일 때, $y = -3x - 5$

4) $x < 0,\ y < 0$ 일 때, $-y = -3x - 5$ 에서 $y = 3x + 5$ 이므로 다음 그래프와 같다.



따라서 구하는 도형의 대각선의 길이의 합은 $5 \times 2 + \dfrac{5}{3} \times 2 = \dfrac{40}{3}$ 이다.

60. $2|x| + 3|y| = 8$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{64}{3}$

해설

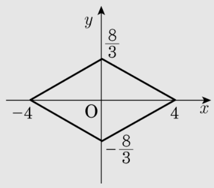
$2|x| + 3|y| = 8$

1) $x \geq 0,\ y \geq 0$ 일 때,
$2x + 3y = 8$ 에서 $y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{8}{3}$

2) $x \geq 0,\ y < 0$ 일 때,
$2x - 3y = 8$ 에서 $y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{8}{3}$

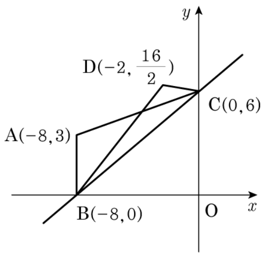
3) $x < 0,\ y \geq 0$ 일 때,
$-2x + 3y = 8$ 에서 $y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{8}{3}$

4) $x < 0,\ y < 0$ 일 때, $-2x - 3y = 8$ 에서
$y = -\dfrac{2}{3}x - \dfrac{8}{3}$ 이므로 다음 그래프와 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $4 \times \left(\dfrac{1}{2} \times 4 \times \dfrac{8}{3}\right) = \dfrac{64}{3}$ 이다.

61. 두 삼각형 ABC 와 DBC 의 넓이가 같을 때, 두 점 A 와 D 를 동시에 지나는 일차함수 $f(x) = ax + b$ 의 x 절편과 y 절편을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : x 절편 : -12

▷ 정답 : y 절편 : 9

해설

두 삼각형 ABC 와 DBC 는 밑변 BC 가 공통이므로 넓이가 같으려면 높이도 같아야 한다. 따라서 두 점 A 와 D 를 동시에 지나는 일차함수의 그래프는 선분 BC 와 평행해야 한다. 즉, 선분 BC 의 기울기는 $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ 이므로 $a = \frac{3}{4}$ 이다.

$f(x) = ax + b$ 는 점 A, D 를 지나므로 A 좌표를 대입해보면, $3 = -8 \times \frac{3}{4} + b$, $b = 9$ 이다.

두 점 A 와 D 를 동시에 지나는 일차함수는

$f(x) = \frac{3}{4}x + 9$

따라서 x 절편은 -12, y 절편은 9 이다.

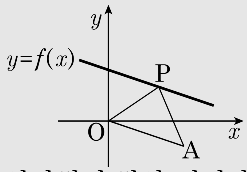
62. 좌표평면 위의 원점 O, 점 A(6, -2) 와 일차함수 $f(x) = ax + b$ $(b > 0)$ 의 직선 위의 한 점 P 를 꼭지점으로 하는 삼각형 OAP 의 넓이가 항상 12 일 때, 직선 $y = f(x)$ 의 x 절편을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설



선분 OA 를 밑변으로 하는 삼각형이 항상 일정하려면 높이가 일정해야 하므로 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 위의 그림과 같이 선분 OA 와 평행해야 한다.

즉, 선분 OA 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $a = -\frac{1}{3}$ 이다.

또, $y = f(x)$ 의 y 절편이 b 이므로

$\triangle\mathrm{OAP} = \frac{1}{2} \times b \times 6 = 12$ $(\because\ b > 0)$

$\therefore\ b = 4$

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$

따라서 (12, 0) 을 지나므로 x 절편은 12 이다.

63. 세 점 A$(-3,\ 4)$, B$(0,\ 5)$, C$(-4,\ 1)$ 로 이루어진 삼각형은 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 라고 한다. 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 식을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \ -x + 1$

해설

삼각형 ABC 는 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형이므로, 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 일차함수는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 수직이등분한다.

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기가 $\dfrac{5-1}{0-(-4)} = 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -x + b \cdots$ ㉠ 으로 놓을 수 있다.

점 A$(-3,\ 4)$를 지나므로 ㉠에 대입하면 $b = 1$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 식은 $y = -x + 1$ 이다.