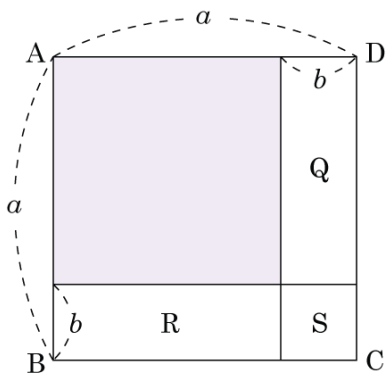
확인학습문제

1. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이는 정사각형 ABCD의 넓이에서 P, Q, R의 넓이를 뺀 것과 같다. 이 사실을 이용하여 설명할 수 있는 곱셈 공식을 골라라.



[배점 2, 하중]

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이와 세로의 길이는 $(a-b)$이다.
색칠한 부분이 정사각형이기 때문에 색칠한 부분의 넓이는 $(a-b)^2$이다.
색칠한 부분의 넓이가 전체 정사각형에서 Q, R, S의 넓이를 뺀 것과 같다고 하였으므로
이를 각각의 사각형의 넓이로 나타내면
$a^2 - (ab + ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$이다.
따라서 $(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$이다.

2. 다음 중 $(-x-y)^2$ 과 같지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

① $(x+y)^2$ ② $(y+x)^2$

③ $-(x+y)^2$ ④ $x^2 + 2xy + y^2$

⑤ $\{-(x-y)\}^2$

해설

$(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
③ $-(x+y)^2 = -(x^2+2xy+y^2) = -x^2-2xy-y^2$
⑤ $\{-(x-y)\}^2 = (-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

3. 다음 중 전개한 결과가 $(-a+b)^2$ 과 같은 것을 모두 골라라.

㉠ $(a-b)^2$	㉡ $(b-a)^2$
㉢ $-(a-b)^2$	㉣ $a^2 + 2ab + b^2$
㉤ $\{-(a-b)\}^2$	

[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
㉡ $(b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$
㉢ $-(a-b)^2 = -(a^2-2ab+b^2) = -a^2+2ab-b^2$
㉣ $a^2 + 2ab + b^2$
㉤ $\{-(a-b)\}^2 = (-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b$

4. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라. $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)=3^{\square}-1$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^4-1)(3^4+1)$
$=3^8-1$

5. 다음은 곱셈 공식 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용하여 $(2x+y-3)^2$을 전개한 것이다. ( ) 안을 알맞게 채운 것은?

$2x+y=A$로 놓으면, 주어진 식은
$(2x+y-3)^2=(A-3)^2=(\text{㉠})-6A+9$
이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
(준식) $=(\text{㉡})-6(2x+y)+9$
$=4x^2+(\text{㉢})+y^2-12x-6y+9$

[배점 3, 하상]

① ㉠ A^2 ② ㉠ A^3
③ ㉡ $(x+y)^2$ ④ ㉡ $(x+2y)^3$
⑤ ㉢ $3xy$

해설

$2x+y=A$로 놓으면, 주어진 식은
$(2x+y-3)^2=(A-3)^2$
$=A^2-6A+9$
이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
$=(2x+y)^2-6(2x+y)+9$
$=4x^2+4xy+y^2-12x-6y+9$
$\therefore$ ㉠ $=A^2$, ㉡ $=(2x+y)^2$, ㉢ $=4xy$

6. $(3x+2a)^2=9x^2+bx+16$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수) [배점 3, 하상]

① 16 ② 22 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

해설

$(3x+2a)^2=9x^2+12ax+(2a)^2$ 이므로
$9x^2+12ax+4a^2=9x^2+bx+16$
$12a=b$, $a^2=4$
$\therefore$ $ab=12a^2=48$

7. $(2x+4)(x+3)-(x-5)(x+1)$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은? [배점 3, 하상]

① 11 ② 21 ③ 31 ④ 41 ⑤ 51

해설

(준식)$=(2x^2+10x+12)-(x^2-4x-5)$
$=2x^2+10x+12-x^2+4x+5=x^2+14x+17$
따라서, x 의 계수와 상수항의 합은 $14+17=31$ 이 된다.

8. $\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(4x+\frac{1}{2}\right)$ 을 전개하였을 때, x 의 계수는? [배점 3, 하상]

① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ 2 ⑤ 8

해설

x 의 계수는 $2\times\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)\times 4=-\frac{1}{3}$ 이다.

9. $(5x-6)(4x+3)$ 을 전개한 식은? [배점 3, 하상]

① $20x^2+2x-18$ ② $20x^2+4x-18$

③ $20x^2+6x-18$ ④ $20x^2-9x+18$

⑤ $20x^2-9x-18$

해설

$(5x-6)(4x+3)=(5\times 4)x^2+\{5\times 3+(-6)\times 4\}x+(-6)\times 3=20x^2-9x-18$

10. $(x+3y)(x-3y)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

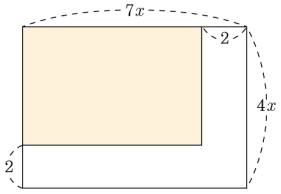
① $x-3y$ ② x^2-3y^2 ③ x^2-9y^2

④ x^2+9y^2 ⑤ $2x^2-9y^2$

해설

$x^2-(3y)^2=x^2-9y^2$

11. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $28x^2+22x+4$ ② $28x^2-12x+4$

③ $28x^2-22x+4$ ④ $10x^2-22x+4$

⑤ $11x^2-12x-4$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $7x-2$, 세로의 길이는 $4x-2$ 이다. 색칠한 부분의 넓이는

$(7x-2)(4x-2)=28x^2-22x+4$

12. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-a)(3x+5)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 17 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-4$

해설

$(x-a)(3x+5)=3x^2+(5-3a)x-5a$

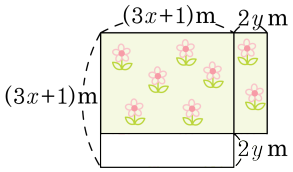
x 의 계수가 17 이므로

$5-3a=17$

$-3a=12$

$\therefore\ a=-4$

13. 철호네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $(3x+1)$m 인 정사각형의 꽃밭을 가로의 길이는 $2y$m$(3x > y)$ 늘이고, 세로의 길이는 $2y$m 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $9x^2+1+4y^2+6x+4y+12xy(\mathrm{m}^2)$

② $9x^2+1+4y^2+6x-4y-12xy(\mathrm{m}^2)$

③ $9x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{m}^2)$

④ $6x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{m}^2)$

⑤ $9x^2+1+4y^2(\mathrm{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로의 길이는 $\{(3x+1)+2y\}$ cm,
세로의 길이는 $\{(3x+1)-2y\}$ cm 이다.
따라서 변화된 꽃밭의 넓이는
$\{(3x+1)+2y\}\{(3x+1)-2y\}$
$=(3x+1)^2-4y^2$
$=9x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{cm}^2)$

14. $(2x-7y+4)(3x+y)$ 를 전개했을 때, y 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(2x-7y+4)(3x+y)=6x^2+2xy-21xy-7y^2+12x+4y=6x^2-19xy-7y^2+12x+4y$

15. $(4x-5y+3)(x+3y)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$(4x-5y+3)(x+3y)=4x^2+12xy-5xy-15y^2+3x+9y=4x^2+7xy-15y^2+3x+9y$

16. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+a)(x+5)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-15$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $a=-3,\ b=2$

해설

$(x+a)(x+5)=x^2+(a+5)x+5a$ 가 $x^2+bx-15$ 이므로
$a+5=b$, $5a=-15$ 이다.
따라서 $a=-3,\ -3+5=b,\ b=2$ 이다.

17. $(ax-6y)^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.(단, $a>0$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -19

해설

$(ax-6y)^2 = a^2x^2 - 12axy + 36y^2$

$a^2x^2 - 12axy + 36y^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$

$\therefore a = 5$

$\therefore c = 36$

$-12a = b \quad \therefore b = -60$

$a+b+c = 5 + (-60) + 36 = -19$

18. 다음 다항식을 전개할 때, 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$(x+2y+1)(x-y+1)$

[배점 4, 중중]

① 전개하면 x 의 계수는 2이다.

② 전개식의 항의 개수는 6 개이다.

③ $x-1=A$로 치환하여 전개할 수 있다.

④ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.

⑤ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.

해설

$(x+2y+1)(x-y+1)$

$= \{(x+1)+2y\}\{(x+1)-y\}$

$x+1=t$라 하면

$(t+2y)(t-y) = t^2 + yt - 2y^2$

$t = x+1$을 대입하면

$(x+1)^2 + y(x+1) - 2y^2$

$= x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2$

③, ⑤ $x+1=t$로 치환하여 정리하면 $(t+2y)(t-y)$ 이므로 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 풀 수 없다.

19. $(3x-2y+1)^2$을 전개한 식에서 xy의 계수를 A , y의 계수를 B 라 할 때, $A-B$의 값은? [배점 4, 중중]

① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

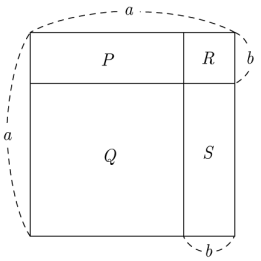
$(3x-2y+1)(3x-2y+1)$ 에서

xy항 : $2 \times 3x \times (-2y) = -12xy$

y항 : $2 \times (-2y) \times 1 = -4y$

$\therefore \ A - B = -12 - (-4) = -8$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나눈 넓이를 각각 P, Q, R, S 라 할 때, $Q+R$ 을 a, b 로 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

① $a^2-2ab+2b^2$ ② $a^2-2ab+b^2$

③ a^2-ab+b^2 ④ a^2-2ab

⑤ a^2+2ab

해설

(Q 의 넓이) $=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(R 의 넓이) $=b^2$
따라서, $Q+R$ 의 넓이는 $a^2-2ab+2b^2$ 이다.

21. $(2x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [배점 4, 중중]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$

④ $-\frac{1}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{32}$

해설

$2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$
$2\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$
$=2\left(x^4-\frac{1}{16}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$
$=2\left(x^8-\frac{1}{256}\right)=2x^8-\frac{1}{128}$
$\therefore ab=8\times\left(-\frac{1}{128}\right)=-\frac{1}{16}$

22. $\left(a-\frac{b}{2}\right)\left(a+\frac{b}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}a+3b\right)\left(\frac{2}{3}a-3b\right)=pa^2+qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $9p+4q$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 5 ② 29 ③ 31 ④ 35 ⑤ 40

해설

$a^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2-\left\{\left(\frac{2}{3}a\right)^2-(3b)^2\right\}$
$=a^2-\frac{b^2}{4}-\frac{4}{9}a^2+9b^2$
$=\frac{5}{9}a^2+\frac{35}{4}b^2$
$\therefore\ 9p+4q=5+35=40$

23. $(x-2)(x+k)=x^2+ax+b$ 일 때, $2a+b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 2 ② -4 ③ -6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(x-2)(x+k)=x^2+(-2+k)x-2k=x^2+ax+b$
$a=k-2$, $b=-2k$
$\therefore\ 2a+b=2(k-2)+(-2k)=2k-4-2k=-4$

24. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$6x^2-3xy+12x+2axy-ay^2+4ay-4x+2y-8$
$=6x^2+8x+(2a-3)xy-ay^2+(4a+2)y-8$
$6+8+(2a-3)-a+(4a+2)=10$
$5a+13=8$
$\therefore a=-1$

25. $x=a(a-6)$ 일 때, $(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$ 을 x 에 관한 전개식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① x^2-36 ② x^2-6
③ x^2+x ④ x^2+x-36
⑤ x^2+x-56

해설

$x=a(a-6)=a^2-6a$
$(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)=$
$\{(a-2)(a-4)\}\{(a-7)(a+1)\}$
$=(a^2-6a+8)(a^2-6a-7)$
$=(x+8)(x-7)$
$=x^2+x-56$