

확인학습문제

1. $-xy^2 \times (-2x^2y)^3 \times 4x^4y^3 = Ax^By^C$ 일 때, $A-B+C$ 의 값은? [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 29

해설

$$-xy^2 \times (-8x^6y^3) \times 4x^4y^3 = 32x^{11}y^8$$

$$A = 32, B = 11, C = 8 \therefore A - B + C = 29$$

2. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 찾으시오?

[배점 2, 하중]

① $a^3 \times a^7 = a^{10}$

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$

③ $(x^2)^2 \times (x^3)^2 = x^{10}$

④ $x^2 \times y^4 \times x^6 \times y^2 = x^8y^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{11}$

해설

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{3 \times 2} \times x^2 \times x^{2 \times 2}$
 $= x^{6+2+4} = x^{12}$

3. $8x^3y^6 \div 4xy \div (-2x^2y)^3 = -\frac{y^c}{ax^b}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a-b-c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -2

해설

$$8x^3y^6 \div 4xy \div (-2x^2y)^3 = -\frac{y^c}{ax^b}$$

$$8x^3y^6 \div 4xy \div (-2x^2y)^3 = \frac{8x^3y^6}{4xy \times -8x^6y^3}$$

$$= \frac{y^2}{-4x^4}$$

$$a = 4, b = 4, c = 2 \therefore a - b - c = -2$$

4. $\left(\frac{1}{2}a^{\square}b\right)^2 \div (ab^2)^2 = \frac{a^4}{4b^2}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수는? [배점 3, 하상]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\left(\frac{1}{2}a^{\square}b\right)^2 \div (ab^2)^2 = \frac{1}{4}a^{2\square}b^2 \times \frac{1}{a^2b^4}$$

$$= \frac{a^4}{4b^2}$$

이므로 $\square$ 안에 들어갈 수는 3 이다.

5. $\left(\frac{5x^a}{y}\right)^b = \frac{125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\left(\frac{5x^a}{y}\right)^b = \frac{5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, a = 3$$

$$b = 3c = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 3 + 1 = 10$$

6. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 7 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$2 \times 5 = 10 \text{ 이므로}$$

$$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$$

$$\therefore n = 8$$

7. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 8^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?
[배점 3, 하상]

- ① $8a^2$ ② $8a^3$ ③ $8a^4$
④ $6a^2$ ⑤ $6a^3$

해설

$$a = 2^{x-1} = 2^x \div 2 \text{ 이므로 } 2^x = 2a \text{ 이다.}$$

$$8^x = (2^3)^x \text{ 이므로 } 8^x = (2a)^3 = 8a^3 \text{ 이다.}$$

8. $12xy^2 \div 4x^3y \times 3xy$ 를 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3y^2}{x}$ ② $\frac{9y^2}{x}$ ③ $\frac{1^3}{x}$
④ $\frac{3y^2}{x^3}$ ⑤ $\frac{9}{x^2y}$

해설

$$12xy^2 \times \frac{1}{4x^3y} \times 3xy = \frac{9y^2}{x}$$

9. $\{(-x^2y)^3\}^2$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① x^4y^5 ② x^6y^3 ③ x^7y^5
④ x^8y^6 ⑤ $x^{12}y^6$

해설

$$\{(-x^2y)^3\}^2 = (-x^6y^3)^2 = x^{12}y^6$$

10. 다음 $\square$ 에 들어갈 숫자를 차례로 나열한 것은?

$$(ab^2)^\square \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^\square}\right)^2 = \square a^2$$

[배점 3, 중하]

- ① 4, 1, 4 ② 4, 2, 4 ③ 4, 3, 3
④ 4, 3, 2 ⑤ 4, 4, 2

해설

$$(ab^2)^4 \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^2}\right)^2 = 4a^2 \text{ 이므로 빈칸에}$$

들어갈 숫자는 4, 2, 4

11. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,
 a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

12. 다음과 같이 6 개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$
㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$	㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$
㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{㉢} \left(\frac{1}{3}a^4b^2\right)^2 = \frac{a^8b^4}{9}$$

$$\textcircled{㉣} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} = \frac{a^3b^4}{81}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^3}{27}$$

13. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

$$\textcircled{①} (-2xy^2) \times (3x)^2 \div (6y)^2 = -\frac{x^3}{2}$$

$$\textcircled{②} 14a^2 \div (-2b^2)^2 \times (2ab^2)^2 = 14a^4$$

$$\textcircled{③} \left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 \times (3b^2)^2 \div (4ab^2)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\textcircled{④} (10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = 25a^2$$

$$\textcircled{⑤} (-4x^2y) \div \left(-\frac{2}{3}y^2\right) \times (2xy^2)^3 = 48x^5y^5$$

해설

$$\textcircled{①} (-2xy^2) \times 9x^2 \times \frac{1}{36y^2} = -\frac{x^3}{2}$$

$$\textcircled{②} 14a^2 \div 4b^4 \times 4a^2b^4 = 14a^4$$

$$\textcircled{③} \frac{4}{9}a^4 \times 9b^4 \times \frac{1}{16a^2b^4} = \frac{a^2}{4}$$

$$\textcircled{④} (10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 \\ = 100a^2 \times a^2b^4 \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 900a^2$$

$$\textcircled{⑤} (-4x^2y) \times \left(-\frac{3}{2y^2}\right) \times 8x^3y^6 = 48x^5y^5$$

14. 부피가 $100\pi a^3b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $4ab$

해설

$$\pi \times 5a \times 5a \times (\text{높이}) = 100\pi a^3b$$

$$(\text{높이}) = 100\pi a^3b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab$$

15. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

16. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

17. 다음 중 가장 큰 수를 고르면? [배점 3, 중하]

① $2^2 \times 2^2$

② 3×3^2

③ $2 \times (-2)^4$

④ $(-4)^3 \times 4^2$

⑤ $(-3)^3 \times (-3)$

해설

$$\begin{aligned} ① & 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 16 \\ ② & 3 \times 3^2 = 3^3 = 27 \\ ③ & 2 \times (-2)^4 = 2 \times 2^4 = 2^{1+4} = 2^5 = 32 \\ ④ & (-4)^3 \times 4^2 = -4^3 \times 4^2 = -4^5 = -1024 \\ ⑤ & (-3)^3 \times (-3) = -3^3 \times (-3) = 3^4 = 81 \end{aligned}$$

18. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a - (b + c - d)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ \therefore 8 - (4 + 2 - 1) = 3 \end{aligned}$$

19. $3^x \div 3^2 = 81, 3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 3^{x-2} &= 3^4 \\ \therefore x &= 6 \\ 3 \times 3^5 &= 3^6 = 3^y \\ \therefore y &= 6 \\ x = 6, y &= 6 \\ \therefore x - y &= 0 \end{aligned}$$

20. $27^{x-2} = (\frac{1}{3})^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} (3^3)^{x-2} &= 3^{-x+6} \\ \text{지수 : } 3x - 6 &= -x + 6, 4x = 12, x = 3 \end{aligned}$$

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $8^4 = 2^{12}$ ㉡ $(-25)^4 = -5^8$
 ㉢ $27^8 = 3^{11}$ ㉣ $64^5 = 2^{30}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$
 ㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$
 ㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$
 ㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

22. $a^6 \div a^3 \div \square = 1$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① a ② a^2 ③ a^3 ④ a^4 ⑤ a^5

해설

지수가 0이면 밑과 관계없이 그 값은 항상 1이다.
 $\square$ 를 a^x 라 하면
 $a^6 \div a^3 \div \square = a^{6-3-x} = 1$
 따라서 $6 - 3 - x = 0$ 이면 $x = 3$
 $\square = a^3$ 이다.

23. $a^3 x^2 y^3 \times (-xy)^b = -8x^c y^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$a^3 x^2 y^3 \times (-xy)^b = a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b}$
 $= -8x^c y^6$
 $a^3 \times (-1)^b = -8, 2+b=c, 3+b=6$ 이므로
 $\therefore a=2, b=3, c=5$
 $\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$

24. $x=3, y=-2, z=6$ 일 때, $xy^4 z \times (-2x^2 y)^3 \div (2x^3 y^3 z)^2$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

(준식) $= xy^4 z \times (-8x^6 y^3) \times \frac{1}{4x^6 y^6 z^2} = -\frac{2xy}{z}$
 식의 값 : $-\frac{2 \times 3 \times (-2)}{6} = 2$

25. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$

26. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\ &= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\ &= 10^9 \times 125 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

27. 다음 계산 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $a^3 \times a^2 = a^6$ ② $(-a^4)^2 = a^8$
 ③ $a^8 \div a^2 = a^4$ ④ $(3xy^2)^2 = 6x^2y^4$
 ⑤ $\left(-\frac{b}{a^2}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2}$

해설

- ① a^5
 ③ a^6
 ④ $9x^2y^4$
 ⑤ $\frac{b^2}{a^4}$

28. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수이다.

29. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수이다.

30. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리
④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$\begin{aligned} 3^x &= 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 4 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 5, y &= 6 \\ 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \\ \text{따라서 26 자리의 수이다.} \end{aligned}$$

31. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} 2^{17} \times 5^{20} &= (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17} \\ \therefore n &= 20 \\ 3^m \text{ 의 일의 자리의 수는 } 3, 9, 7, 1 \text{ 로 반복되고} \\ 2008 &= 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1 \\ \therefore n + m &= 21 \end{aligned}$$

32. 부등식 $3^{10} < x^{10} < 4^{20}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned} 3^{10} &< x^{10} < (4^2)^{10} \\ 3 &< x < 4^2 \\ \text{따라서 만족하는 자연수는 } 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \\ &12, 13, 14, 15 \text{ 로 12 개이다.} \end{aligned}$$

33. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} &= 2^a \\ 2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} &= 2^{4m-8-4m+12} = 2^4 \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

34. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3^{63}

▷ 정답 : 5^{36}

▷ 정답 : 2^{81}

해설

$81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로
세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

$$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9 \text{ 에서}$$

$$2^9 < 5^4 < 3^7 \text{ 이므로 세 수의 크기는 } 2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$$

$$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$$

35. 함수 $f(x) = x - 10\left[\frac{x}{10}\right]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때,
 $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$ 의 값을
구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이
다.) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5000

해설

$$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$$

$$\text{예를 들어 } f(125) = 125 - 10\left[\frac{125}{10}\right] = 125 - 10 \times 12 = 5, \quad f(79) = 79 - 10 \times 7 = 9$$

즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.

따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \dots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자
3, 9, 7, 1 이 반복된다.

$$1000 = 4 \times 250 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) \\ = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000}) \\ = (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000 \end{aligned}$$