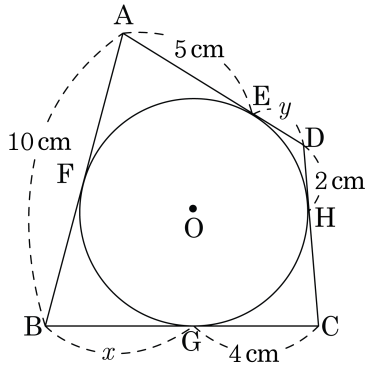


단원테스트 1차

1. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, x , y 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = 5$ cm

▶ 정답: $y = 2$ cm

해설

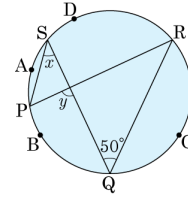
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore x = 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm})$$

2. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D는 원주 위의 연속적인 임의의 점이고 네 점 P, Q, R, S는 각각 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$, $\widehat{DA}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



[배점 5, 중상]

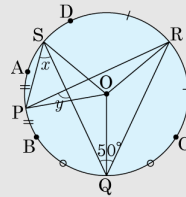
▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $\angle x = 40^\circ$

▶ 정답: $\angle y = 90^\circ$

해설



$$\widehat{PB} + \widehat{BQ} + \widehat{RD} + \widehat{DS} = \frac{1}{2} \times (\text{원둘레의 길이})$$

$$\therefore \angle POQ + \angle SOR = 180^\circ$$

$$2\angle PSQ + 2\angle SQR = 180^\circ$$

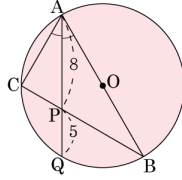
$$\angle x + 50^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

$$\angle PRQ = \angle PSQ = \angle x = 40^\circ$$

$$\angle y = \angle SQR + \angle PRQ = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\angle BAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 P, 원 O와 만나는 점을 Q라 한다. $\overline{AP} = 8$, $\overline{PQ} = 5$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{10}$

해설

$\triangle PQB \sim \triangle BQA$ ($\because$ AA 닮음)

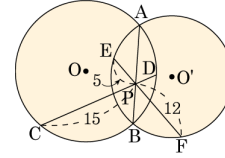
$$\overline{PQ} : \overline{BQ} = \overline{BQ} : \overline{AQ}$$

$$\overline{BQ}^2 = \overline{PQ} \times \overline{AQ} = 5 \times 13 = 65$$

$$\therefore \overline{BQ} = \sqrt{65}$$

$$\therefore \overline{BP} = \sqrt{25 + 65} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 점 P는 원 O의 현 CD와 원 O'의 현 EF의 교점이다. $\overline{PE} = 5\text{cm}$, $\overline{PF} = 12\text{cm}$, $\overline{PC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4cm

해설

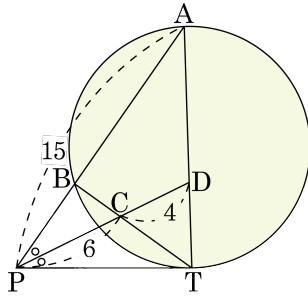
$$\text{원 O에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{원 O'에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$15 \times \overline{PD} = 5 \times 12 \quad \therefore \overline{PD} = 4(\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\overline{PA}$ 는 할선, $\overline{PD}$ 는 $\angle APT$ 의 이등분선이다. $\overline{PA} = 15$, $\overline{PC} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.

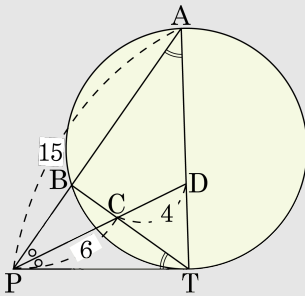


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{5}$

해설



$$\angle BAT = \angle BTP, \angle APD = \angle DPT$$

$\therefore \triangle APD \sim \triangle TPC$ (AA 닮음)

$$\overline{PA} : \overline{PT} = \overline{PD} : \overline{PC}$$

$$15 : \overline{PT} = 10 : 6$$

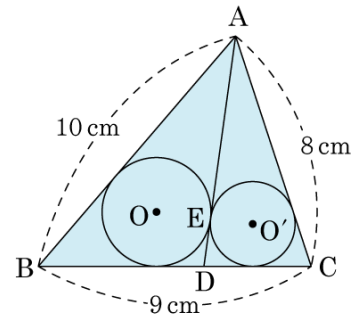
$$\therefore \overline{PT} = 9$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$$

$$81 = \overline{PB} \times 15$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{27}{5}$$

6. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

① 2 cm ② 2.3 cm ③ 3.8 cm

④ 4 cm ⑤ 4.5 cm

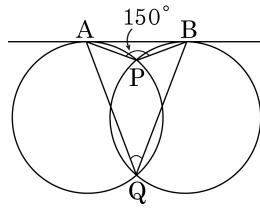
해설

$$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \frac{9}{2} = 4.5(\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 직선 AB 는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q 는 두 원의 교점이다. $\angle APB = 150^\circ$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

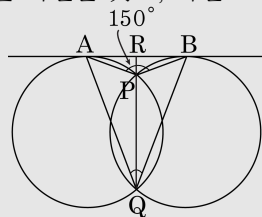
▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB 와의

교점을 R 라 한다.



$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고

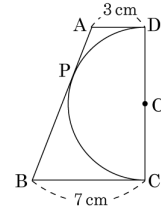
$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로

$\triangle APB$ 에서

$$\angle PAR + \angle PBR = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle AQB &= \angle AQP + \angle BQP \\ &= \angle PAR + \angle PBR = 30^\circ\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 점 A, B 는 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D 에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.

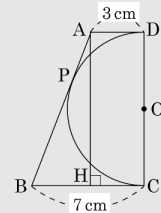


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $5\sqrt{21}\text{cm}^2$

해설



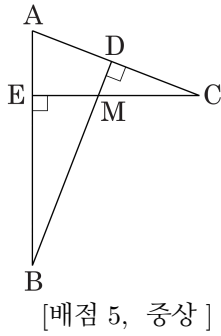
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서
 $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
 이고 두 선분 BD 와
 CE 의 교점은 M 이다.
 $\overline{AD} = 6$, $\overline{BE} = 10$, $\overline{AE} = 4$
 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

해설

$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ 이므로
 점 E, B, C, D는 한 원 위에 있다.

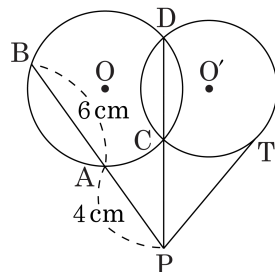
$\overline{CD} = x$ 라 하면

$$6 \times (6 + x) = 4 \times (4 + 10)$$

$$6x = 20$$

$$\therefore x = \frac{10}{3}$$

10. 다음 그림에서 점 P는 두
 원 O, O'의 현 DC의 연
 장선 위의 점이고, $\overline{PT}$ 는
 원 O'의 접선이다. $\overline{PA} =$
 4cm, $\overline{AB} = 6$ cm 일 때,
 $\overline{PT}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{10}$
 ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

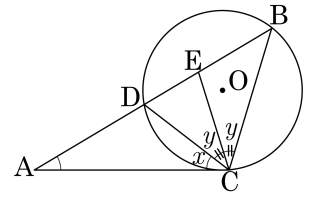
해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{에서}$$

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 10 = 40$$

$$\therefore \overline{PT} = 2\sqrt{10} \text{ (cm)} (\because \overline{PT} > 0)$$

11. 다음 그림에서 $\angle ACD =$
 x , $\angle DCE = \angle BCE = y$
 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때,
 $\angle A$ 의 크기를 구하여라.
 (단, 단위는 생략)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 40

해설

$$\angle B = x$$

$$\angle CED = x + y$$

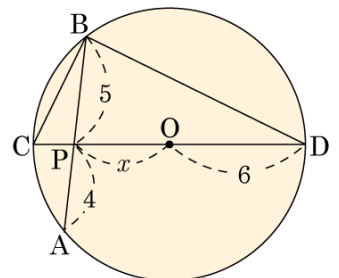
$\triangle ACE$ 에서

$$\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는
 원 O의 지름이다. 원 O
 의 반지름의 길이가 6
 이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{BD} = b$,
 $\overline{PO} = x$, $x = b - a$ 일
 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$20 = (6 - x)(6 + x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b - a,$$

$$\angle CBD = 90^\circ \text{이므로 } a^2 + b^2 = 12^2$$

$b - a = 4$ 의 양변을 제곱하면

$$(b - a)^2 = 4^2$$

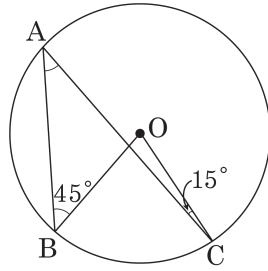
$$a^2 - 2ab + b^2 = 16$$

$$144 - 2ab = 16 (\because a^2 + b^2 = 144)$$

$$-2ab = -128$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 8 (\because ab > 0)$$

13. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?
[배점 5, 중상]

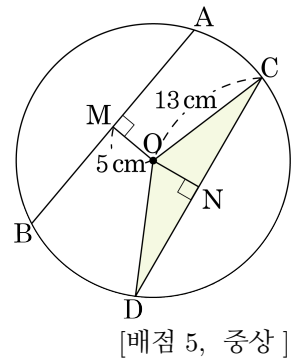


- ① 15° ② 20°
③ 28° ④ 30°
⑤ 35°

해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$
작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$
 $\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ \quad \therefore \angle OBC = 60^\circ$
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

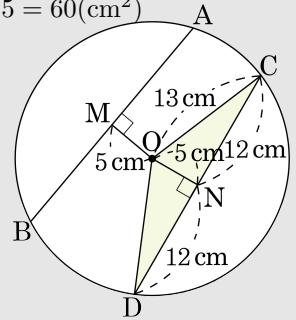
14. 다음 그림의 원 O에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



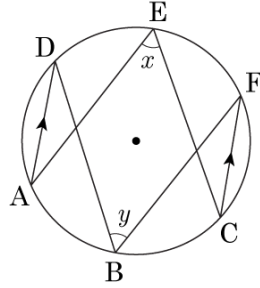
- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.
피타고라스의 정리에 의해 $\overline{CN} = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$ 또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$
 $\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$



15. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{CF}$
 이고 $\angle ADB = 20^\circ$, $\angle BFC = 22^\circ$ 일
 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 65° ② 73° ③ 80°
 ④ 84° ⑤ 90°

해설

$\overline{EB}$ 를 연결하면

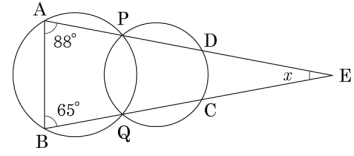
$$\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ, \angle BFC = \angle CEB = 22^\circ$$

$$\therefore x = 42^\circ$$

$\angle y = \angle ADB + \angle BFC = 42^\circ$ ($\therefore$ 엇각의 성질을 이용)

따라서 $\angle x + \angle y = 84^\circ$ 이다.

16. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고,
 $\angle PAB = 88^\circ$, $\angle QBA = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 17° ② 20° ③ 27°
 ④ 30° ⑤ 37°

해설

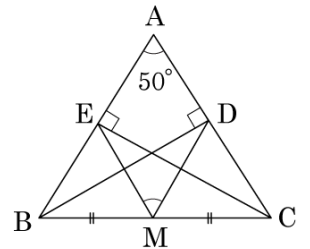
보조선 $\overline{CD}$, $\overline{PQ}$ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해

$$\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65^\circ$$

$$\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88^\circ$$

따라서 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 88^\circ = 27^\circ$ 이다.

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고,
 $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
 $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$
 의 크기를 구하면?



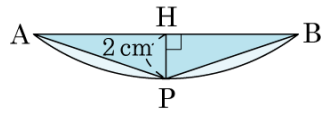
[배점 5, 중상]

- ① 40° ② 50° ③ 80°
 ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다.



$\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?

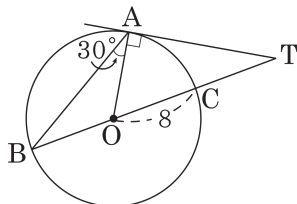
[배점 5, 중상]

- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$ ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$
 이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm}$ 이고, $\overline{AP} = \sqrt{(\overline{AH})^2 + (\overline{HP})^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다. 따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

19. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$