

단원 종합 평가

1. 다음 [보기] 중 $y = -4x$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ x 와 y 는 정비례 관계에 있다.
 ㉡ x 의 값이 2 일때, y 의 값은 -8 이다.
 ㉢ x 의 값이 2 배가되면 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

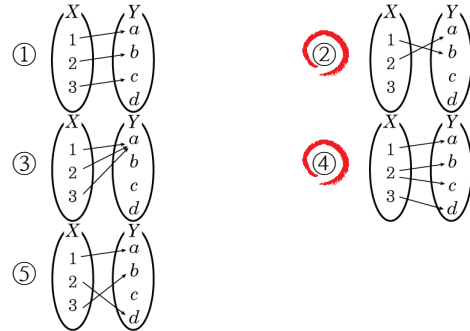
[배점 3, 중하]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ : $y = -4x$ 는 $y = ax$ 꼴이므로 정비례이다.
 ㉡ : $y = -4x$ 에서 $x = 2$ 일 때, $y = -4 \times 2 = -8$ 이므로 y 의 값은 -8 이다.
 ㉢ : 반비례에 관한 내용이다.

2. 다음 중 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 아닌 것을 모두 구하면? (정답 2개) [배점 3, 중하]



해설

- ② 집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
 ④ 집합 X 의 원소 2에 대응하는 집합 Y 의 원소가 b, c 의 2개이므로 함수가 아니다.

3. y 가 x 에 정비례하고, $x = 2$ 일 때, $y = 4$ 이다. $x = -1$ 일 때, y 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

- $y = ax$ 에 $x = 2$, $y = 4$ 를 대입하면
 $4 = 2a$, $a = 2$ $\therefore y = 2x$
 $y = 2x$ 에 $x = -1$ 을 대입하면 $y = -2$

4. y 가 x 에 반비례하고 $x=3$ 일 때, $y=12$ 이다. $x=4$ 일 때, y 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} \text{반비례 식 : } y &= \frac{a}{x} \\ x=3 \text{ 일 때, } y=12 \text{ 이면 } 12 &= \frac{a}{3} \quad \therefore a=36 \\ \therefore y &= \frac{36}{x} \\ x=4 \text{ 일 때 } y &= \frac{36}{4} = 9 \end{aligned}$$

5. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, 다음 X 의 원소 x 와 Y 의 원소 y 사이의 관계식 중 함수가 되는 것은? [배점 4, 중중]

① $y = 2x + 1$ ② $y = \frac{2}{x}$
 ③ $y = 2x$ ④ $y = \frac{1}{3}x$
 ⑤ $y = \frac{4}{x}$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } x=4 \text{ 일 때 } y &= 9, 9 \notin Y \\ \text{② } x=3 \text{ 일 때 } y &= \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \notin Y \\ \text{④ } x=1 \text{ 일 때 } y &= \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \notin Y \\ \text{⑤ } x=3 \text{ 일 때 } y &= \frac{4}{3}, \frac{4}{3} \notin Y \end{aligned}$$

6. y 가 x 에 반비례할 때, 다음 표를 보고 A, B 에 들어갈 수들의 합을 구하여라.

x	-4	-3	B
y	A	8	-12

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} \text{반비례 관계의 함수 : } y &= \frac{a}{x} (a \neq 0) \\ 8 &= \frac{a}{-3}, a = -24, A = \frac{-24}{-4} \quad \therefore A = 6 \\ -12 &= \frac{-24}{B}, B = 2 \\ \therefore A + B &= 6 + 2 = 8 \end{aligned}$$

7. 소금 20g이 소금물 x g속에 들어 있을 때, 소금물의 농도를 $y\%$ 라 한다. x 와 y 사이의 관계식과 $x=500$ 일 때, y 의 값을 차례대로 구하면? [배점 4, 중중]

① $y = \frac{20}{x}, 4$ ② $y = 20x, 4$
 ③ $y = 200x, 10$ ④ $y = \frac{2000}{x}, 4$
 ⑤ $y = \frac{200}{x}, 10$

해설

$$\begin{aligned} (\text{농도}) &= \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 \text{ 이므로} \\ y &= \frac{20}{x} \times 100 \\ \therefore y &= \frac{2000}{x} \\ x=500 \text{ 일 때 } y &= \frac{2000}{500} = 4 \end{aligned}$$

8. 10분에 10km를 가는 승용차가 있다. x 시간 동안 달린 거리를 y km라 할 때 x 와 y 사이의 관계식을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $y = x$ ② $y = 10x$ ③ $y = 60x$
④ $y = 80x$ ⑤ $y = 120x$

해설

10분에 10km를 간다면 1시간에는 60km를 간다.
따라서 $y = 60x$ 이다.

9. 용량이 450L인 수족관에 물을 채우려고 한다. 1분에 넣는 물의 양을 x L, 가득 채우는데 걸리는 시간을 y 분이라고 할 때, 1분에 5L씩 흘러나오는 수돗물을 이용하여 수족관을 가득 채울 때 걸리는 시간을 구하여라.
[배점 4, 중중]

해설

관계식이 $y = \frac{450}{x}$ 이므로
 $x = 5$ 를 대입하면
 $y = \frac{450}{x} = 90$
 $\therefore y = 90$

10. 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 관계식이 $f(-x+3) = \frac{3x^2-2}{x}$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, $x \neq 0$)
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

x 가 2일 때, $-x+3$ 가 1이므로
 $\therefore f(1) = \frac{3 \times 2^2 - 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$ 이다.

11. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C에 대하여 $A(2a-1, -7)$, $B(5, 3+2b)$ 는 y 축에 대하여 서로 대칭이고 $C(a-1, b+6)$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

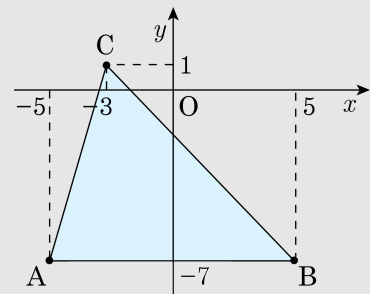
$2a-1, -7$ 과 점 $B(5, 3+2b)$ 가 y 축에 대하여 서로 대칭이므로

$$2a-1 = -5, 2a = -4, a = -2$$

$$-7 = 3+2b, 2b = -10, b = -5$$

따라서, 점 C의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

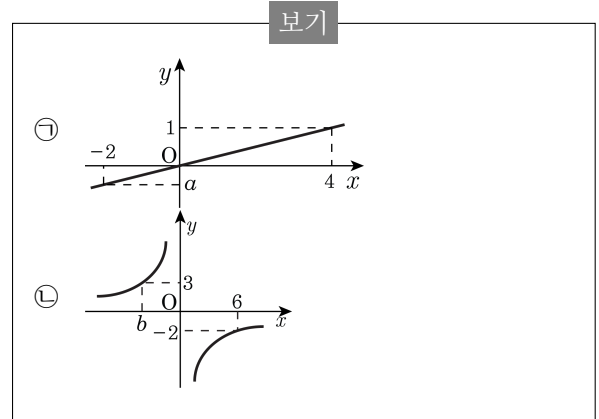
12. 점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있고, 점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있을 때, 점 A, B 의 좌표를 각각 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① $A(-7, 0), B(0, -12)$
 ② $A(-7, 0), B(0, 12)$
 ③ $A(-2, 0), B(0, -3)$
 ④ $A(0, -5), B(-4, 0)$
 ⑤ $A(0, -7), B(-1, 0)$

해설

점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있으므로
 $b+3=0, b=-3$
 점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있으므로
 $a+5=0, a=-5$
 $\therefore A(-7, 0), B(0, 12)$

13. 다음 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 골라라.



[배점 5, 중상]

① ㉠의 함수의 식은 $y = \frac{1}{4}x$ 이다.

② ㉡의 함수의 식은 $y = \frac{12}{x}$ 이다.

③ a 의 값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

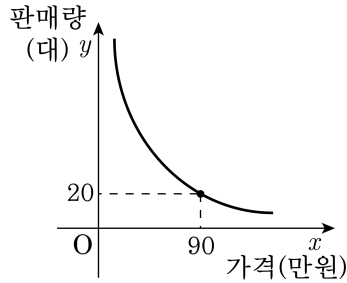
④ b 의 값은 -4 이다.

⑤ 두 그래프 모두 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

해설

② ㉡ 그래프는 원점에 대하여 대칭인 쌍곡선이므로
 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x=6, y=-2$ 를 대입하면
 $-2 = \frac{a}{6}, a = -12$ 이다.
 $\therefore y = -\frac{12}{x}$

14. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 75만 원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

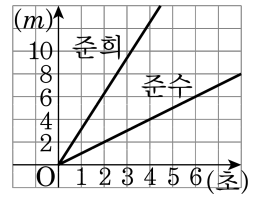
$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1800}{x} (x > 0)$$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

15. 거리가 4.5km 인 원 모양의 산책로를 도는 데 준희는 자전거를 타고, 준수는 걸어가기로 했다. 두 사람이 동시에 출발했을 때, 시간과 거리 사이의 관계를 나타내면 다음 그래프와 같다. 준희가 4.5km 를 다 돈 다음 준수가 올 때까지 몇 분 동안 기다려야 하는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 50 분

해설

준희의 속력을 a 라 할 때,

$$y = ax \text{ 에 } x = 2, y = 6 \text{ 을 대입하면 } 6 = 2a, a = 3 \quad \therefore y = 3x$$

준수의 속력을 b 라 할 때,

$$y = bx \text{ 에 } x = 4, y = 4 \text{ 를 대입하면 } 4 = 4b, b = 1 \quad \therefore y = x$$

준수가 4.5km 의 산책로를 도는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면

$$4.5\text{km} = 4500\text{m} \text{ 이므로 } 4500 = x \quad \therefore x = 4500$$

준희가 4.5km 의 산책로를 도는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면

$$4500 = 3x \quad \therefore x = 1500$$

따라서, 준희는 $4500 - 1500 = 3000$ (초), 50분 동안 기다려야 한다.

16. y 는 x 에 비례하고, z 는 y 에 반비례하는 x, y, z 에 대하여 $z = \frac{1}{9}$ 일 때, $y = 3, x = \frac{3}{2}$ 이다. $x = 4$ 일 때, $y - 24z$ 의 값을 구하시오. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

비례 상수를 각각 a, b 라 하면 $y = ax, z = \frac{b}{y}$

$z = \frac{1}{9}$ 일 때, $y = 3, x = \frac{3}{2}$ 이므로

$$\frac{1}{9} = \frac{b}{3}, 3 = \frac{3}{2}a$$

$$\therefore a = 2, b = \frac{1}{3}$$

따라서 $y = 2x, z = \frac{1}{3y}$

$x = 4$ 일 때, $y = 8, z = \frac{1}{24}$

$$\therefore y - 24z = 8 - 24 \times \frac{1}{24} = 7$$

17. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x, y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

$$\triangleright \text{정답 : } -\frac{7}{2}$$

$$\triangleright \text{정답 : } \frac{7}{2}$$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 교점은 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$y = 4x + k$ 에 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$y = 4x + k$ 에 $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$

18. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

정의역 $\{x | -16 \leq x \leq 16 \text{ 이 아닌 정수}\}$ 에 대하여
 함수 $y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개,
 $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 할 때,
 $2a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위의 격자점은
 $(-16, -4), (-12, -3), (-8, -2), (-4, -1),$
 $(4, 1), (8, 2), (12, 3), (16, 4)$ 로 8개이므로
 $a = 8$
 $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은
 $(-16, 1), (-8, 2), (-4, 4), (-2, 8), (-1, 16),$
 $(1, -16), (2, -8), (4, -4), (8, -2), (16, -1)$
 로 10개이므로 $b = 10$
 $\therefore 2a - b = 2 \times 8 - 10 = 6$

19. y 는 x 에 정비례하고 $x = 3$ 일 때 $y = 12$ 이다. 또 z 는 y 에 정비례하고, $y = 2$ 일 때 $z = -4$ 이다. $x = 1$ 일 때, z 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -2

해설

y 는 x 에 정비례하므로 $y = ax, x = 3, y = 12$ 를 대입하면 $a = 4$ 이다.
 따라서 $y = 4x$ 이다.
 z 도 y 에 정비례하므로 $z = by, y = 2, z = -4$ 를 대입하면 $b = -2$ 이다.
 따라서 $z = -2y$ 이다.
 따라서 $x = 1$ 일 때 $y = 4 \times 1 = 4, y = 4$ 일 때,
 $z = (-2) \times 4 = -8$ 이다.

20. 네 점 $A(-1, 4), B(-4, -2), C(1, -2), D(3, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 구하여라.

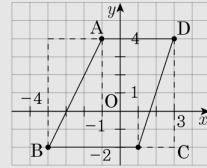
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

네 점을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.

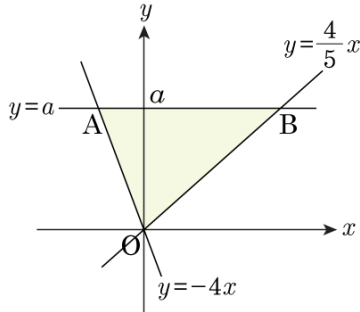


(□ABCD의 넓이)

$$= 7 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6$$

$$= 42 - 6 - 9 = 27$$

21. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = -4x$ 와 $y = \frac{4}{5}x$ 의 그래프가 $y = a$ ($a > 0$) 인 직선의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 AOB 의 넓이가 12 일 때, 두 점 A 와 B 의 x 좌표의 합을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 점 A, B의 y 좌표는 a ($a > 0$) 이므로
점 A 의 x 좌표는 $-\frac{a}{4}$, 점 B 의 x 좌표는 $\frac{5}{4}a$

$$\begin{aligned} (\triangle AOB \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{4} + \frac{5}{4}a \right) \times a \\ &= \frac{3}{4}a^2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$a^2 = 16, a = 4 (\because a > 0)$$

$$\therefore A(-1, 4), B(5, 4)$$

따라서 두 점 A 와 B 의 x 좌표의 합은 $-1+5=4$ 이다.

22. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}(-\frac{1}{2})$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, f^2(-\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{3}) =$$

$$\frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 2, f^3(-\frac{1}{2}) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4(-\frac{1}{2}) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \dots$$

$f^n(-\frac{1}{2})$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \dots 3$ 이므로

$$\therefore f^{99}(-\frac{1}{2}) = f^3(-\frac{1}{2}) = -3$$