

확인학습 111

1. 두 점 (4, 2), (1, -1) 을 지나는 직선이 점 (a, 3) 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

(기울기) = $\frac{-1-2}{1-4} = \frac{-3}{-3} = 1$
 $y = x + b$ 에 (1, -1) 을 대입하면
 $-1 = 1 + b, b = -2,$
 $y = x - 2$ 에 (a, 3) 을 대입하면
 $3 = a - 2, a = 5$

2. 다음 두 점 (2, 2), (-1, -4) 를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -2x + 2$ ② $y = 2x + 4$
 ③ $y = 2x - 2$ ④ $y = 2x - 4$
 ⑤ $y = -2x - 2$

해설

(기울기) = $\frac{2 - (-4)}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2,$
 $y = 2x + b$ 에 (2, 2) 를 대입하면
 $2 = 2 \times 2 + b, b = -2$
 $\therefore y = 2x - 2$

3. 연립방정식 $\begin{cases} x + y = b \\ ax + 2y = -4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① $a = 1, b = -1$ ② $a = 1, b = -2$
 ③ $a = 2, b = -1$ ④ $a = 2, b = -2$
 ⑤ $a = 3, b = -3$

해설

해가 무수히 많으려면 두 직선이 일치해야 하므로
 $\frac{1}{a} = \frac{1}{2} = \frac{b}{-4}$ 가 된다.
 따라서 $a = 2, 2b = -4$ 이므로 $a = 2, b = -2$ 이다.

4. 두 직선 $y = 2x + 5, y = -x + 2$ 의 그래프는 점 A 에서 만난다. 점 A 의 좌표를 구하여라. [배점 2, 하중]

- ① (-1, 3) ② (3, -1) ③ (1, -1)
 ④ (-3, 1) ⑤ (1, -3)

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같다.
 $y = 2x + 5$
 $-) y = -x + 2$
 $0 = 3x + 3$
 $\therefore x = -1, y = 3$

5. 휘발유 4L 로 20km 를 달리는 자동차가 있다. 이 자동차에 휘발유 50L 를 넣고 출발하여 x km 를 달렸을 때, 자동차에 남은 휘발유의 양을 y L 라 한다면 남은 휘발유의 양이 35L 일 때, 이 자동차가 달린 거리는?
[배점 3, 하상]

- ① 80km ② 75km ③ 55km
④ 45km ⑤ 3km

해설

1km 를 달렸을 때 사용하는 휘발유의 양은 $\frac{4}{20}$ L 이고,
남은 휘발유의 양이 y L 이므로
 $y = 50 - \frac{1}{5}x$
 $y = 35$ 이므로 $x = 75(\text{km})$

6. 일차함수 $y = 2x + \frac{2}{3}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-\frac{5}{6}, -5)$ 를 지날 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$y = 2x + \frac{2}{3} + k$ 에 $(-\frac{5}{6}, -5)$ 를 대입하면
 $-5 = 2 \times (-\frac{5}{6}) + \frac{2}{3} + k$
 $-5 = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3} + k$
 $\therefore k = -4$

7. 두 직선 $\begin{cases} ax - y = 4 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{4}{3}$

해설

두 직선이 평행하면 해가 없다.

두 식의 기울기가 같아야 한다.

$$\begin{cases} ax - y = 4 & \Rightarrow y = ax - 4 \\ 4x + 3y = -2 & \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\therefore a = -\frac{4}{3}$

8. A 지점을 출발하여 0.4(km/분)의 속도로 12km 떨어진 B지점까지 자전거를 타고 가는 사람이 있다. 출발하여 x 분 후의 이 사람이 간 거리를 y km라고 할 때, x 와 y 의 관계식은? [배점 3, 하상]

① $y = 12x(0 \leq x \leq 1)$

② $y = 4x(0 \leq x \leq 3)$

③ $y = -4x(0 \leq x \leq 3)$

④ $y = 0.4x(0 \leq x \leq 30)$

⑤ $y = -0.4x(0 \leq x \leq 30)$

해설

(거리) = (속력) \times (시간) 이므로

x 분 동안 간 거리를 y km라고 하면,

$y = 0.4x$ 가 된다.

단, x 값의 범위는 A와 B사이의

거리가 12km 이므로

0분부터 30분까지이다.

9. x 의 값이 3에서 5까지 증가할 때 y 의 값은 2만큼 증가하고, y 절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 라 하자. 이때, 상수 $a + b$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

x 의 값이 2만큼 증가 할 때, y 의 값이 2만큼 증가 했으므로 기울기는 1이고, y 절편이 3이므로 일차함수는 $y = x + 3$ 이다.
 $\therefore a = 1, b = 3$
 $\therefore a + b = 4$ 이다.

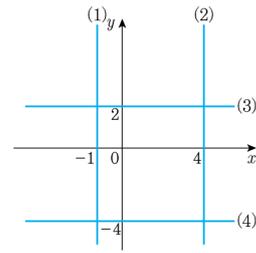
10. 다음은 일차함수 $2x - y + 4 = 0$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 점(-1, 4)를 지난다.
 ② $y = 2x + 11$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.
 ③ x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.
 ④ x 절편은 2이고, y 절편은 4이다.
 ⑤ 제2, 3, 4사분면을 지난다.

해설

① 점 (-1, 2)를 지난다.
 ② $y = 2x + 11$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이다.
 ④ x 절편은 -2, y 절편은 4이다.
 ⑤ 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

11. 다음 그래프의 직선의 방정식을 보기에서 골라라.



보기

- ㉠ $-2y + 8 = 2y$ ㉡ $-x - 3 = 2x$
 ㉢ $3x + y = 3x - 4$ ㉣ $x - 4 = 0$
 ㉤ $3x + 5y = 0$ ㉥ $-x - 4 = 0$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:

- ▷ 정답: (1) : ㉡
 ▷ 정답: (2) : ㉣
 ▷ 정답: (3) : ㉠
 ▷ 정답: (4) : ㉢

해설

(1) $x = -1$ 이므로 $-x - 3 = 2x, x = -1$ 이다. (㉡)
 (2) $x = 4$ 이므로 $x - 4 = 0, x = 4$ 이다. (㉣)
 (3) $y = 2$ 이므로 $-2y + 8 = 2y, y = 2$ 이다. (㉠)
 (4) $y = -4$ 이므로 $3x + y = 3x - 4, y = -4$ 이다. (㉢)

12. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y-9=0 \\ 4x+3y+a=0 \\ x-y+6=0 \end{cases}$ 의 그래프가 한 점에서 만날 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -11

해설

$$\begin{array}{r} x+2y-9=0 \\ -) x-y+6=0 \\ \hline 3y-15=0 \\ \therefore y=5 \end{array}$$

$$x+2 \times 5-9=0, x=-1,$$

$(-1, 5)$ 가 $4x+3y+a=0$ 의 해이므로

$4x+3y+a=0$ 에 $(-1, 5)$ 를 대입하면

$$-4+15+a=0, a=-11$$

13. 두 직선 $y=2x+a, y=-5x+8$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 에서 만난다. 이 때, 일차함수 $y=(b-a)x-a+b$ 의 x 절편을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y=-5x+8$ 에 $(3, b)$ 를 대입하면

$$b=-5 \times 3+8, b=-7,$$

$y=2x+a$ 에 $(3, -7)$ 을 대입하면

$$-7=2 \times 3+a, a=-13,$$

$y=(b-a)x-a+b$ 에서 $y=6x+6$ 에서 x 절편을 구하려면

$$0=6x+6 \quad \therefore x=-1$$

14. 두 직선 $\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 수직인 직선의 방정식을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $y=3$

해설

$$\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+3y=4 & \dots \textcircled{A} \\ -6x+3y=15 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 에서 $11x=-11, x=-1, y=3$

y 축에 수직이므로 x 축에 평행하다.

$$\therefore y=3$$

15. 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+3$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나고, x 절편이 -4 인 직선의 방정식을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $y=\frac{3}{4}x+3$

해설

y 축 위에서 만나므로 y 절편은 3으로 같다.

$y=ax+3$ 에 $(-4, 0)$ 을 대입하면

$$0=-4a+3, a=\frac{3}{4},$$

$$\therefore y=\frac{3}{4}x+3$$

16. 두 직선 $ax + 2y = 5$, $2x + y = 3$ 의 교점이 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

두 직선의 교점이 존재하지 않는 것은 두 직선이 평행한 것이다. 따라서 기울기는 같고 y 절편이 다르다.

따라서 $\frac{a}{2} = \frac{2}{1} (\neq \frac{5}{3})$ 이므로 $a = 4$ 이다.

17. 두 직선 $x + 2y = 3$, $ax - by = 6$ 의 교점이 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

교점이 무수히 많은 것은 두 직선이 일치해야 하므로 $\frac{1}{a} = \frac{2}{-b} = \frac{3}{6}$ 이 된다.

$3a = 6$, $-3b = 2 \times 6 = 12$ 이므로 $a = 2$, $b = -4$ 이다.

따라서 $a + b = 2 + (-4) = -2$ 이다.

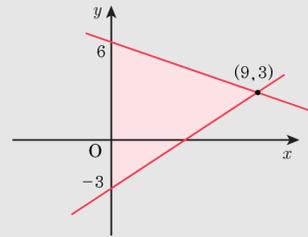
18. 세 방정식 $x + 3y - 18 = 0$, $2x - 3y - 9 = 0$, $x = 0$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[배점 4, 중중]

- ① 24 ② 36 ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{35}{2}$ ⑤ $\frac{81}{2}$

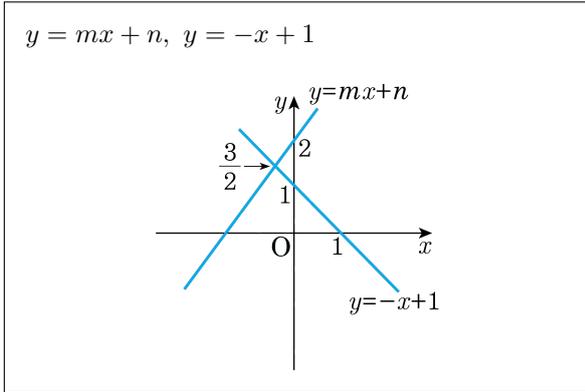
해설

두 직선의 방정식 $x + 3y - 18 = 0$, $2x - 3y - 9 = 0$ 의 교점은 $(9, 3)$ 이고, 그래프를 그려보면



따라서 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times a \times 9 = \frac{81}{2}$

19. 다음은 두 일차함수와 그 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 그래프의 교점의 y 좌표가 $\frac{3}{2}$ 이므로 $y = \frac{3}{2}$ 을 $y = -x + 1$ 에 대입하면 $x = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 두 그래프의 교점의 좌표가 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ 이고, $y = mx + n$ 의 y 절편이 2이므로 $n = 2$ 이다.

$y = mx + 2$ 에 점 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ 을 대입하면 $m = 1$ 이다.

따라서 $m - n = -1$ 이다.

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 x 절편이 -2 , y 절편이 6일 때, 다음 중 일차함수 $y = bx + a$ 의 그래프 위의 점은? [배점 4, 중중]

① $(-1, 4)$ ② $(2, 12)$ ③ $(-2, 1)$

④ $(1, 9)$ ⑤ $(3, 15)$

해설

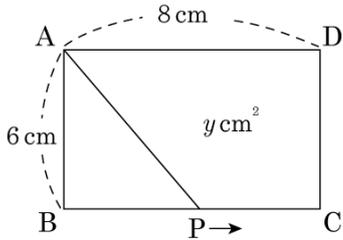
x 절편이 -2 , y 절편이 6인 일차함수는 점 $(-2, 0)$, $(0, 6)$ 을 지나므로

$b = 6$ 이고 $0 = a \times (-2) + 6$, $a = 3$ 이다.

따라서 $y = bx + a$ 는 $y = 6x + 3$ 이고

④ $9 = 6 \times 1 + 3$ 이므로 $(1, 9)$ 는 $y = bx + a$ 위의 점이다.

21. 다음 그림의 직사각형에서 $\overline{AD} = 8\text{ cm}$, $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ 이고, 점 P는 점 B를 출발하여 매초 0.5 cm의 속력으로 점 C를 향해 움직인다. x 초 후의 사다리꼴 APCD의 넓이를 $y\text{ cm}^2$ 라 할 때, 사각형 APCD의 넓이가 36 cm^2 이상이 되려면 점 P가 점 B를 출발한 후 경과한 시간은?



[배점 4, 중중]

- ① 6초 미만 ② 6초 이하 ③ 6초 이상
 ④ 8초 이상 ⑤ 8초 이하

해설

$$y = 48 - 6 \times 0.5x \times \frac{1}{2} = 48 - 1.5x \text{ 이므로}$$

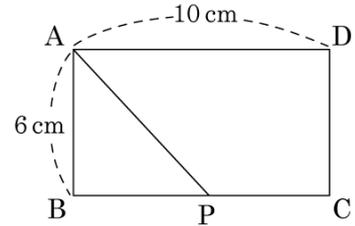
$$36 = 48 - 1.5x$$

$$x = 8$$

따라서 8초 후에 사각형 APCD의 넓이가 36 cm^2 가 되고 시간이 흐를수록 넓이가 줄어든다.

따라서 36 cm^2 이상이 되려면 점 P가 점 B를 출발한 후 8초 이하가 되어야 한다.

22. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ 이다. 점 P가 B를 출발하여 C까지 1초에 2cm씩 움직일 때, 움직인 시간을 x 초, 이 때의 $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y\text{ cm}^2$ 라고 하자. 정의역과 치역의 최댓값의 합은?



[배점 4, 중중]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 35

해설

선분 BP의 길이는 $2x$ 이므로

$$\text{삼각형 ABP의 넓이는 } y = \frac{1}{2} \times 2x \times 6 = 6x$$

선분 BC의 길이는 10이므로 P는 5초까지 이동할 수 있다.

그러므로 정의역은 $\{x | 0 \leq x \leq 5\}$

따라서 최댓값은 5이고,

$$x = 5 \text{ 일 때 } y \text{ 의 값도 최대이므로 } 30$$

$$\therefore 5 + 30 = 35$$

23. 다음 일차방정식의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$-3x + 2y - 6 = 0$$

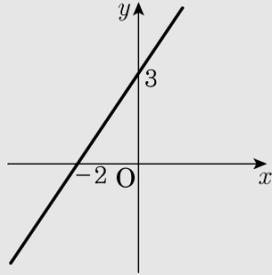
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 3

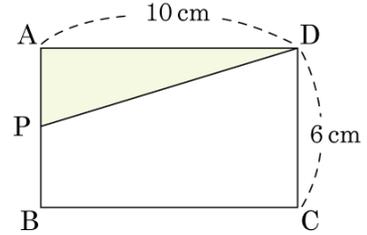
해설

이 직선이 x 축, y 축과
만나는 점이 각각
 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므
로



도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

24. 다음 그림에서 □ABCD는 가로가 10 cm, 세로가 6 cm인 직사각형이다. 점 P가 점 A를 출발하여 매초 2 cm의 속력으로 직사각형의 둘레를 따라 점 D까지 시계 반대 방향으로 움직일 때, x 초 후 △APD의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 이라고 한다. x 와 y 의 관계를 그래프로 나타냈을 때, 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① 60 cm^2 ② 120 cm^2 ③ 150 cm^2
 ④ 180 cm^2 ⑤ 240 cm^2

해설

i) $0 \leq x \leq 3$ 일 때 : $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$

ii) $3 \leq x \leq 8$ 일 때 : $y = 30$

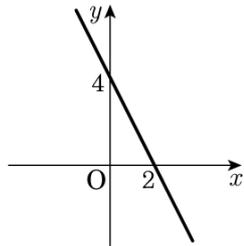
iii) $8 \leq x \leq 11$ 일 때 :

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (22 - 2x) = 110 - 10x$$

그래프의 넓이를 구하면

$$(5 + 11) \times \frac{1}{2} \times 30 = 240$$

25. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $nx + y = -1$ 의 그래프가 서로 평행할 때, n 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

주어진 직선은 y 절편이 4이므로 $y = ax + 4$,

또 두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$\text{기울기 } a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2$$

따라서 $y = -2x + 4$ 이다.

한편 $nx + y = -1$ 을 y 에 관해 풀면

$$y = -nx - 1 \text{이다.}$$

일차함수 $y = -2x + 4$ 와 $y = -nx - 1$ 의 그래프

가 서로 평행하면 기울기가 같으므로 $-n = -2$

$n = 2$ 이다.