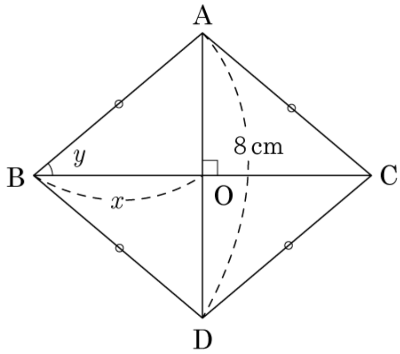
실력 확인 문제

1. 다음 그림에서 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x =$ 4 cm

▷ 정답 : $\angle y =$ 45 °

해설

마름모가 정사각형이 될 조건

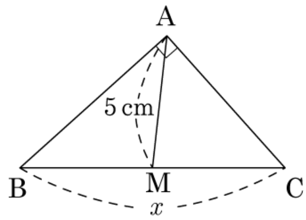
두 대각선의 길이가 같으므로

$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BC} = 2\overline{BO}$, $8 = 2x$, $x = 4\,\text{cm}$

하나의 내각이 $90°$이므로

$\Rightarrow \angle ABD = 90°$, $2 \times \angle y = 90°$, $\angle y = 45°$

2. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 고 할 때, x 의 값은?



[배점 2, 하중]

① 5 cm ② 10 cm ③ 15 cm

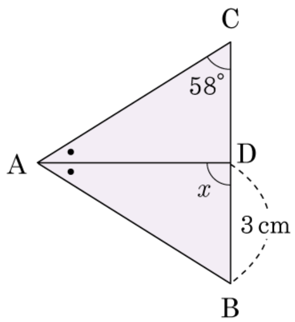
④ 20 cm ⑤ 25 cm

해설

점 M 은 외심이므로, $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{MC} = 5\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC} = 2 \times 5 = 10\ (\text{cm})$

3. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{CD} = 3\text{cm}$	㉡ $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 32°$	㉣ $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

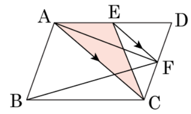
[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = 3\text{cm}$
㉡ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 180° - 2 \times 58° = 64°$
㉣ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 사이의 각이 $58°$ 이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 는 수직이 아니다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이고 $\triangle BCF = 34\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① 18cm^2 ② 22cm^2 ③ 26cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 34cm^2

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아
$\triangle BCF = \triangle ACF$ 이고,
$\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같아
$\triangle ACF = \triangle ACE \quad \therefore \triangle ACE = 34(\text{cm}^2)$

5. 다음은 '두 대각선이 직교하는 평행사변형은 마름모이다.' 를 증명하는 과정이다. □안에 들어갈 알맞은 것은?

> $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이고 □ABCD는 평행사변형이면
> $\overline{AB}=\overline{DC},\ \overline{AD}=\overline{BC}\cdots$㉣
> $\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서
> $\overline{BO}=\overline{DO}\cdots$㉠
> $\boxed{}$는 공통 $\cdots$㉡
> $\angle AOB=\angle AOD=90°\cdots$㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABO\equiv\triangle ADO$ (SAS 합동)
> $\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}\cdots$㉤
> ㉣, ㉤에 의해서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{DC}=\overline{AD}$
> 따라서 □ABCD는 마름모이다.

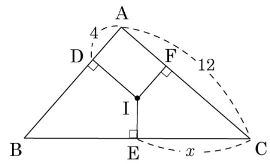
[배점 3, 하상]

① $\overline{AC}$ ② $\overline{DO}$ ③ $\overline{BO}$
④ $\overline{AO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

$\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서 $\overline{BO}=\overline{DO}$이고, $\overline{AO}$는 공통이고,
$\angle AOB=\angle AOD=90°$이므로 SAS합동이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{AD}=\overline{AF}$이고, $\overline{CE}=\overline{CF}$이다.
따라서 $4+x=12$이므로 $x=8$이다.

7. 다음 중 명제도 참이고, 역도 참인 것을 골라라.

㉠ $x^2 = 1$ 이면 $x = 1$ 이다.

㉡ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다.

㉢ n 이 홀수이면 $n + 1$ 은 짝수이다.

㉣ 한 직선과 만나는 두 직선이 평행하면 동위각의 크기는 같다.

㉤ 자연수는 정수이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ 명제 : 거짓, 역 : 참

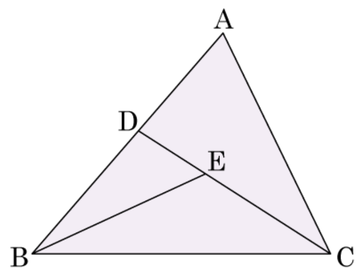
㉡ 명제 : 거짓, 역 : 참

㉢ 명제 : 참, 역 : 참

㉣ 명제 : 참, 역 : 참

㉤ 명제 : 참, 역 : 거짓

8. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 넓이는 $24\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = 1 : 2$, $\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle$EBC 의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $4\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$ ④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle$DAC와 $\triangle$DBC의 높이는 같으므로

$\triangle \mathrm{DBC} = 24 \times \frac{2}{3} = 16(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle$DBE와 $\triangle$EBC의 높이는 같으므로

$\triangle \mathrm{BEC} = 16 \times \frac{3}{4} = 12(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명하는 과정을 섞어둔 것이다. 순서대로 기호를 나열하여라.

㉠ [결론] $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

㉡ [가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)

㉣ $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ㉠)

㉤ $\triangle OAP \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

[배점 3, 중하]

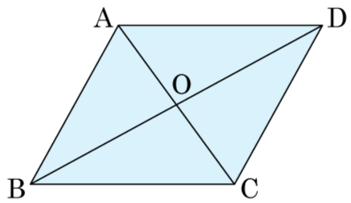
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉤

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ①)
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
따라서 $\triangle OAP \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

10. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되는 조건인 것을 모두 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{BC}$

㉡ $\overline{AD} = \overline{CD}$

㉢ $\angle AOB = 90°$

㉣ $\angle BAC = \angle DCA$

㉤ $\angle BAC = \angle BCA$

㉥ $\angle DAC = \angle BCA$

㉦ $\angle BAO = \angle DAO$

[배점 3, 중하]

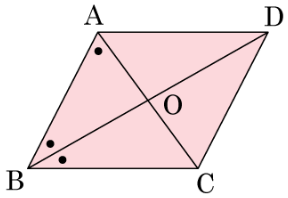
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 한다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle AOB = 90°$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



[배점 4, 중중]

① 사다리꼴　② 직사각형

③ 정사각형　④ 마름모

⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
이다.
△OAB 는 이등변삼각형이므로
$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$
$\rightarrow$ □ABCD 는 직사각형
$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로
$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
$\rightarrow$□ABCD 는 마름모
$\therefore$ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

12. 다음 보기 중 명제가 아닌 것의 개수는?

보기

㉠ 어떤 수가 12 의 약수이면, 24 의 약수이다.

㉡ a, b 가 자연수이면 $a + b$ 도 자연수이다.

㉢ $a = 3$, $b = 4$ 이면, $a \times b = 12$ 이다.

㉣ $2x + 1 < 2x + 3$ 이다.

㉤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $360°$ 이다.

[배점 4, 중중]

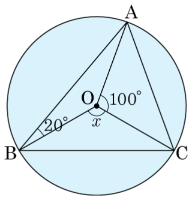
① 없다.　② 1 개　③ 2 개

④ 3 개　⑤ 4 개

해설

참인지 거짓인지 명확하게 판별할 수 있는 식이나 문장을 명제라고 한다.
㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 은 참인 명제이고, ㉤은 거짓인 명제이다.

13. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle\mathrm{ABO} = 20°$, $\angle\mathrm{AOC} = 100°$일 때, $\angle\mathrm{BOC}$의 크기는?



[배점 4, 중중]

① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$

④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle\mathrm{AOC}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = 40°$

$\triangle\mathrm{OAB}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 20°$

$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BAO} + \angle\mathrm{OAC} = 60°$

점 O가 삼각형의 외심이므로

$\angle\mathrm{BOC} = 2 \times \angle\mathrm{BAC} = 2 \times 60° = 120°$