

실력 확인 문제

1. 명제 ‘ $a > 1$ 이면 $3a - 2 > 1$ 이다.’ 에서 가정은 어느 것인가?
[배점 2, 하중]

- ① $a < 1$ ② $a > 1$
③ $3a - 2 > 1$ ④ $3a - 2 < 1$
⑤ $a = 1$

해설

가정: $a > 1$ 이다.
결론: $3a - 2 > 1$ 이다.

2. 다음 중 거짓인 명제는 모두 몇 개인지 골라라.

보기

- ㉠ $ab > 0$ 이면 $a > 0, b > 0$ 이다.
㉡ 동위각의 크기는 서로 같다.
㉢ 한 변의 길이가 같은 정삼각형은 서로 합동이다.
㉣ 한강은 길다.
㉤ $a + b$ 는 자연수이면 a, b 도 자연수이다.
㉥ 정사각형은 직사각형이다.

[배점 2, 하중]

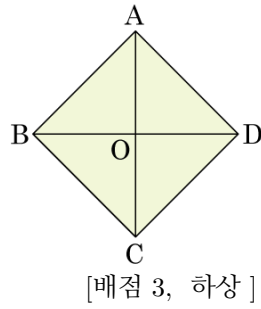
▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

- ㉠ $a = -2, b = -3$ 일 때, $ab = 6$ 이므로 거짓인 명제이다.
㉡ 두 직선이 평행할 때만 동위각의 크기가 서로 같으므로 거짓인 명제이다.
㉢ 참인 명제이다.
㉣ 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
㉤ $a = -2, b = 3$ 일 때, $a + b = 1$ 이므로 거짓인 명제이다.
㉥ 참인 명제이다.

3. 다음 그림의 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\angle BAC = \angle DAC$ ② $\angle ABD = \angle CBD$
 ③ $\angle DAB = \angle ABC$ ④ $\overline{AO} = \overline{CO}$
 ⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 180° 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
 $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

4. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

- | | |
|----------|---------|
| ㉠ 등변사다리꼴 | ㉡ 평행사변형 |
| ㉢ 직사각형 | ㉣ 마름모 |
| ㉤ 정사각형 | ㉥ 사다리꼴 |

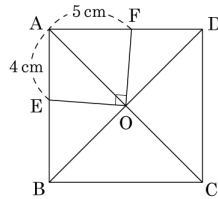
[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉣, ㉤
 ③ ㉠, ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이다. 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ 위에 $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 가 되도록 두 점 E, F를 각각 잡았더니, $\angle EOF = 90^\circ$ 가 되었다. 이 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

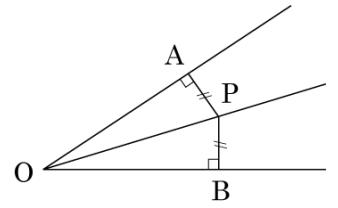
▶ 답:

▶ 정답: 81cm^2

해설

$\triangle AEO \equiv \triangle OFD$ (ASA 합동)이므로, $\square ABCD$ 는 한 변이 9cm 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $81(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이면 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 않은 것은?



(증명)

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 ① $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고,

② $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이고, $\overline{OP}$ 는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (③ RHA 합동)이다.

그러므로 ④ $\angle POA = \angle POB$ 이다.

따라서 ⑤ 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치한다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

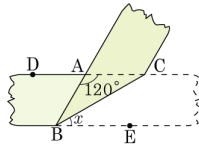
▶ 정답: 3

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 ① $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고, ② $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$ 는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (③ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ④ $\angle POA = \angle POB$ 이다.

따라서 ⑤ 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치한다.

7. 폭이 일정한 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

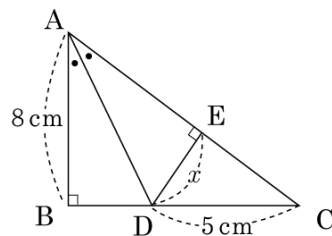
▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

$\angle EBC = \angle ACB = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle EBC = \angle ACB = \angle ABC = \angle x$ 가 된다. 따라서 $\triangle ABC$ 가 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $120^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 30^\circ$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때 x 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

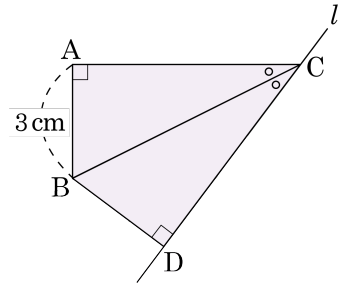
▶ 답 :

▶ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 8\text{cm} - 5\text{cm} = 3\text{cm}$
 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAE$ 를 이등분하므로, $\triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHS 합동) $\therefore \overline{DE} = \overline{BD}$
 따라서 $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 이다.

9. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 를 지나는 직선 l 을 $\angle ACB = \angle DCB$ 가 성립하도록 그렸다. 점 B 에서 직선 l 로 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서

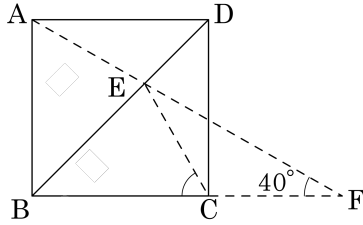
① $\overline{BC}$ 는 공통

② $\angle ACB = \angle DCB$

③ $\angle CAB = \angle CDB = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ (RHA 합동) 이다.

그러므로 $\overline{AB} = \overline{BD} = 3\text{cm}$

10. 다음 그림에서 정사각형 ABCD의 대각선 BD 위에 점 E가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F라 한다. $\angle AFC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BCE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



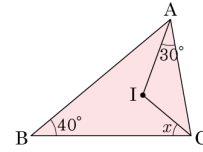
[배점 4, 중중]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40^\circ$, $\angle BAE = 50^\circ$,
 $\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동)이므로
 $\angle BCE = \angle BAE = 50^\circ$ 이다.

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle CAI = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

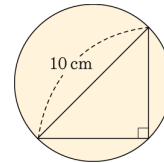
▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle B = 2 \times \angle IBA = 40^\circ$
 $\angle IBA = 20^\circ$
 $\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle x + 20^\circ + 30^\circ = 90^\circ$
 $\therefore x = 40^\circ$

12. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



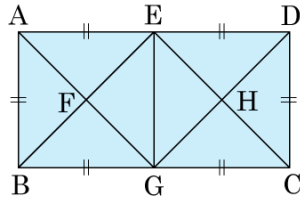
[배점 4, 중중]

- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm
 ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.
 $(\text{외접원의 반지름의 길이}) = \frac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$

13. 두 정사각형을 이어 그림과 같이 $\square ABCD$ 를 만들었다. $\square EBGD$ 는 어떤 사각형이며 또한 $\square EFGH$ 는 어떤 사각형 인지 구하여라. (단, 답은 순서대로 적어라.)



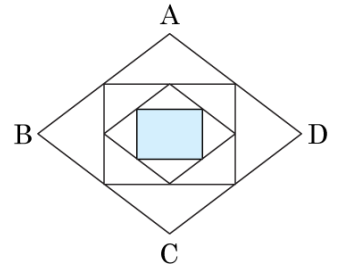
[배점 5, 중상]

- ① 평행사변형, 마름모
- ② 평행사변형, 직사각형
- ③ 평행사변형, 정사각형
- ④ 사다리꼴, 정사각형
- ⑤ 사다리꼴, 마름모

해설

$\overline{BG} = \overline{ED}$, $\overline{BG} \parallel \overline{ED}$ 이므로
 $\square EBGD$ 는 평행사변형이다.
 $\overline{EF} = \overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG}$ ($\because$ 대각선의 길이가 서로 같다)
 따라서 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

14. 다음 그림은 마름모 $ABCD$ 의 각 변의 중점을 계속하여 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 12cm^2 일 때, 마름모 $ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

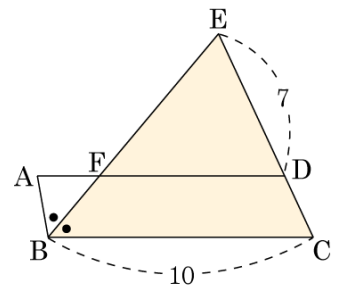
▶ 답 :

▶ 정답 : 96cm^2

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로
 마름모 $ABCD$ 의 넓이는 $12 \times 2 \times 2 \times 2 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$ 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.