

실력 확인 문제

1. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
 ③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
 ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
 ③ 지수는 2 이다.
 ④ 밑은 5 이다.
 ⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10
 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.
 ① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.
 ③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.
 ④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.
 ⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.
 따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. 천희는 45 를 소인수분해하면 5×9 가 된다고 하였다. 이에 대하여 천희의 친구들이 다음과 같이 말을 하였다면, 안에 수로는 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

재석 : 45 를 소인수분해하면 5×9 이구나.

예진 : 좀 이상한 것 같아. 소인수분해는 소인수로만 이루어져야 하는데 9 는 소인수가 아닌데.

종국 : 예진이 말이 맞아. 9 는 3 으로 더 나눌 수 있잖아.

수로 : 알았다! 45 를 소인수분해하면 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $3^2 \times 5$

해설

$$45 = 9 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

4. 다음에서 소수를 모두 찾아라.

- ㉠ 5 ㉡ 9 ㉢ 11
 ㉣ 15 ㉤ 49

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

5. $1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① $1001101_{(2)}$ ② $1011001_{(2)}$
 ③ $1001010_{(2)}$ ④ $1001111_{(2)}$
 ⑤ $1001001_{(2)}$

해설

$$1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001001_{(2)}$$

6. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는? [배점 2, 하중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
 최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
 따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

7. 다음 중 100 의 약수는? [배점 2, 하중]

- ① 30 ② $5^2 \times 7^2$
 ③ 80 ④ $2^2 \times 5^2$
 ⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

×	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

8. 두 분수 $\frac{1}{14}, \frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 56

해설

구하는 수는 14 와 8 의 공배수이다.
 14 와 8 의 공배수는 14 와 8 의 최소공배수인 56 의 배수이므로 56, 112, 168, ... 이다.
 이 중 두자리 자연수는 56 이다.

9. 켜져 있는 전등은 1, 꺼져 있는 전등은 0 으로 나타낼 때, 세 개의 전등을 사용하여 나타낼 수 있는 이진법의 수 중 짝수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개
④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

세 개의 전등으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수는 $111_{(2)} = 7$ 이므로 7 이하의 짝수는 3 개이다.

10. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

11. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned} \frac{140}{x} &= y^2 \text{ 에서} \\ 140 &= 2^2 \times 5 \times 7 \\ x &= 5 \times 7 \\ 2^2 &= y^2 \\ 2 &= y \\ \therefore x + y &= 35 + 2 = 37 \end{aligned}$$

12. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$
② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$
③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$
④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$
⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다. 따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다. 최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고, 공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

13. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

14. 두 분수 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.

따라서 100 이하의 자연수이므로 30, 60, 90 이고 3 개이다.

15. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8g

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 23} \\ 2 \overline{) 11} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 15} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 2} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 21} \cdots 0 \\ 20 \cdots 1 \end{array}$$

$$\therefore 23 = 10111_{(2)}$$

$$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

16. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

① {1, 4} ② {4, 5}
③ {5, 20} ④ {4, 5, 20}
⑤ {1, 2, 4, 5, 20}

해설

$$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2 \text{ 을 만족하는 자연수 } x \text{ 는 } 5, 5 \times 2^2 \text{ 이다.}$$