

실력 확인 문제

1. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm , 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하중]

- ① 6cm ② 8cm ③ 10cm
 ④ 12cm ⑤ 24cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24와 36의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24와 36의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) 24 \quad 36 \\ 2) 12 \quad 18 \\ 3) 6 \quad 9 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

2. 어느 출판사에서 소설책과 시집을 각각 6일, 14일마다 출판한다고 한다. 소설책과 시집을 같은 날에 동시에 출판하였다면, 그 이후에 처음으로 동시에 출판하는 날은 몇 일 후인가? [배점 2, 하중]

- ① 20일 후 ② 24일 후 ③ 30일 후
 ④ 37일 후 ⑤ 42 일 후

해설

6과 14의 최소공배수는 42이므로 42일마다 동시에 출판한다.

3. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10초마다, 피시방의 네온사인은 8초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 40초

해설

10과 8의 최소공배수는 40이므로 두 가게의 네온사인은 40초마다 동시에 불이 켜진다.

4. 38을 나누면 2가 남고 45를 나누면 3이 부족한 수 중 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$38 - 2 = 36$ 과 $45 + 3 = 48$ 의 최대공약수는 12이다.

5. 사과 58개와 귤 104개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2개가 부족하고, 귤은 6개가 부족하다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 10명

해설

학생 수는 $58 + 2 = 60$, $104 + 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10(명)

6. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$
 ③ $42 = 6 \times 7$ ④ $54 = 2^2 \times 3^3$
 ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
 ③ $2 \times 3 \times 7$
 ④ 2×3^3
 ⑤ 2^7

7. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2 \times 3 \times 3$ ② $2^2 \times 5^2$
 ③ 16 ④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
 ⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

8. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
 $2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
 따라서 $a = 1, b = 2$

9. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 32 \quad 48 \quad 96} \\ 4 \overline{) \quad 8 \quad 12 \quad 24} \\ \quad \quad 2 \quad 3 \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 4 \times 4 = 16(\text{명})$

10. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :
 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$
 → 거봉 1 박스의 가격 23100 원
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$
 → 키위 1 박스의 가격 18900 원
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 :
 $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$
 → 오렌지 1 박스의 가격 21000 원
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :
 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$
 → 바나나 1 박스의 가격 12600 원

11. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

최대공약수에서 2의 지수가 1 이므로 $b = 1$ 이다.
 한 편, 최소공배수에서 3의 지수가 3 이므로 $a = 3$ 이다.
 따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

12. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.
 100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

13. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
 최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이다.
 따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개이다.

14. 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 네 자리 이진법 수와 가장 작은 네 자리 이진법 수를 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답 : 15
 ▷ 정답 : 8

해설

가장 큰 수: $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$
 가장 작은 수: $1000_{(2)} = 1 \times 2^3 = 8$

15. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 4, 중중]

- ① 15 와 24 ② 8 과 15 ③ 14 와 35
 ④ 36 과 54 ⑤ 2 와 6

해설

- ① 15 와 24 의 최대공약수는 3
 ③ 14 와 35 의 최대공약수는 7
 ④ 36 과 54 의 최대공약수는 9
 ⑤ 2 와 6 의 최대공약수는 2

16. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 22 ③ 26
 ④ 100 ⑤ 103

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
 따라서 소수인 것은 103 이다.

17. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$