

실력 확인 문제

1. 5의 배수의 집합을 A , 6의 배수의 집합을 B 라고 할 때, $A \cap B$ 의 원소 중 가장 작은 수가 30이다. $A \cap B$ 의 원소로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 10 ② 30 ③ 60
④ 90 ⑤ 120

해설

$A \cap B$ 의 원소 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이므로 최소공배수가 30일 때, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 30, 60, 90, ... 이다.

2. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $2^3 \times 3^4$ ② $2^2 \times 7^5$
③ $3^2 \times 5 \times 7$ ④ $3^3 \times 7$
⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개)이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)
② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

3. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① 2, 7 ② 3, 8 ③ 4, 17
④ 10, 15 ⑤ 11, 21

해설

④ 10과 15의 최대공약수는 5이므로 두 수는 서로소가 아니다.

4. 140에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 3600 ② 4900 ③ 6400
④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5와 7의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

5. 어떤 자연수를 3으로 나누면 1이 남고, 4로 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4로 나눌 때 2가 부족한 수이므로 (3과 4의 공배수)-2인 수이다.

3, 4의 최소공배수가 12이므로 가장 작은 자연수는 $12 - 2 = 10$ 이다.

∴ 10

6. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42일 때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

① 358 ② 409 ③ 421

④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 11 \times 42$ 이다.

∴ $A \times B = 462$

7. 두 자연수의 곱이 540이고 최소공배수가 60일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$540 = 60 \times G$ 이다.

∴ $G = 9$

8. 검은 바둑돌을 1, 흰 바둑돌을 0으로 하여 이진법의 수로 나타낼 때, 다음 그림을 십진법의 수로 나타내어라.

●○○●

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

검은 바둑돌을 1, 흰 바둑돌을 0이므로 $1001_{(2)}$ 이 된다.

십진법으로 고쳐보면 $1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 9$ 이다.

9. $A = \{7, 14, 21, 28, \dots\}$, $B = \{21, 42, 63, 84, \dots\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{7, 14, 21, 28\}$
 ② $\{7, 14, 21, 28, \dots\}$
 ③ $\{21, 42, 63, 84\}$
 ④ $\{21, 42, 63, 84, \dots\}$
 ⑤ $\{147, 294, 441, 588, \dots\}$

해설

A 는 7 의 배수의 집합, B 는 21 의 배수의 집합
 이므로, $A \cap B$ 는 최소공배수인 21 의 배수의 집
 합이다.

10. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2^{11} ② $3^5 \times 7$ ③ 84
 ④ 132 ⑤ 180

해설

- ① $11 + 1 = 12$ (개)
 ② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

11. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5×2^3 ② 80
 ③ $2^3 \times 3 \times 5$ ④ 125
 ⑤ 225

해설

- ② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은
 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.
 ④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times$
 $3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.
 ⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로
 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

12. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이,
 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃
 다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수
 있겠는가? [배점 3, 중하]

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
 ④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52
 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포
 장하려고 하므로 24, 60, 52 의 최대공약수이어야
 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{6 \quad 15 \quad 13} \end{array}$$

$\therefore 4$ 다발

13. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명
④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2) 64 \quad 96 \quad 128 \\ 2) 32 \quad 48 \quad 64 \\ 2) 16 \quad 24 \quad 32 \\ 2) 8 \quad 12 \quad 16 \\ 2) 4 \quad 6 \quad 8 \\ 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

14. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는? [배점 3, 중하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x - 2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x - 2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

15. 264 의 소인수의 집합은? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 11\}$ ② $\{1, 2, 3, 11\}$
③ $\{2^2, 11\}$ ④ $\{2^3, 3, 11\}$
⑤ $\{2, 3, 5, 11\}$

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

16. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii) 에서 가장 작은 자연수는 9

17. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때,
이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 240 ② 300 ③ 360
④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$