

단원 종합 평가

1. 다음 보기에서 일차함수 $y = -3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -x + 3$ ㉡ $y = -3x + 1$
 ㉢ $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ㉣ $y = 3x$
 ㉤ $y = -3x + 5$ ㉥ $y = 3x + 1$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡, ㉤

해설

일차함수 $y = -3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y - b = -3(x - a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동하여도 겹칠 수 없다.

2. 두 일차함수 $y = -2x - 5$, $y = 5x - 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

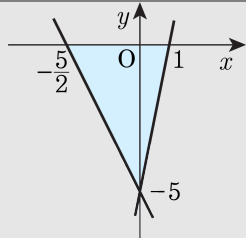
▶ 정답: $\frac{35}{4}$

해설

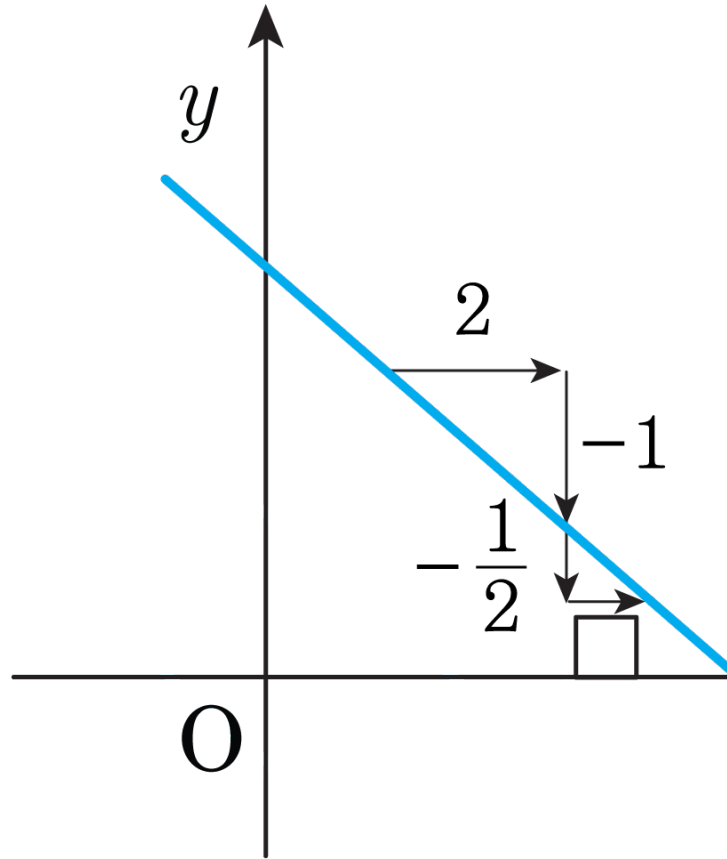
$y = -2x - 5$ 는 x 절편 $-\frac{5}{2}$, y 절편 -5 이다.
 $y = 5x - 5$ 는 x 절편 1 , y 절편 -5 이다.

그래프로 나타내면 다음과 같다. 밑변의 길이는 $\frac{7}{2}$ 이

고, 높이는 5 이므로, 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 5 = \frac{35}{4}$ 이다.



3. 다음 일차함수의 그래프에서 □ 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

기울기는 $\frac{y\text{값의 증가량}}{x\text{값의 증가량}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ 이므로 □ 안에는 1 이 들어간다.

4. 다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = 3$
- ㉡ $y = x - y + 1$
- ㉢ $y = x(x - 3)$
- ㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$
- ㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

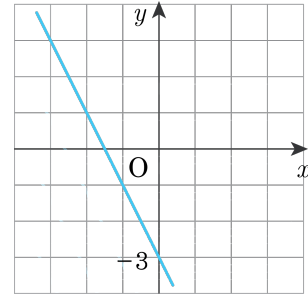
▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ $y = 3$ 은 상수함수이다.
- ㉡ $y = x - y + 1$ 은 $2y = x + 1, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 이므로 일차함수이다.
- ㉢ $y = x(x - 3)$ 은 이차함수이다.
- ㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$ 는 $y = x - 2$ 이므로 일차함수이다.
- ㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$ 은 분수함수이다.

5. 다음 중 그래프가 보기의 그래프와 평행한 것은?



[배점 3, 중하]

① $y = 2x + 1$

② $y = -2x - 3$

③ $y = \frac{1}{2}x + 3$

④ $y = -\frac{1}{2}x - 4$

⑤ $y = -x + 2$

해설

보기의 그래프는 $(-3, 3), (0, -3)$ 을 지나므로
기울기는 $\frac{(y \text{의 변화량})}{(x \text{의 변화량})} = \frac{-6}{3} = -2$ 이다.
따라서 답은 기울기가 -2 인 $y = -2x - 3$ 이다.

6. 일차함수 $y = -ax + 1$ 의 그래프가 두 점 $(4, -1)$, $(2b-1, \frac{b}{2})$ 를 지난다. 이때, b 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -ax + 1$ 의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $x = 4, y = -1$ 을 대입하면

$$-1 = -a \times 4 + 1$$

$$a = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

따라서 주어진 함수는 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 이고, 이 그래프는 점 $(2b-1, \frac{b}{2})$ 를 지나므로

$$\frac{b}{2} = -\frac{1}{2}(2b-1) + 1 \text{이다.}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{-2b+1+2}{2}$$

$$3b = 3 \therefore b = 1$$

7. 일차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-2) = a$, $f(b) = 3$ 인 일차함수가 $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

$$f(-2) = a \text{에서}$$

$$a = (-\frac{1}{2}) \times (-2) + 1, a = 2$$

$$f(b) = 3 \text{에서}$$

$$3 = (-\frac{1}{2}) \times b + 1, b = -4$$

$$\therefore a - b = 6$$

8. 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 4만큼 평행이동하였을 때, 이 그래프가 지나지 않는 사분면은?

[배점 4, 중중]

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
 ③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = -2x + 1 \rightarrow y = -2x + 1 - 4 = -2x - 3$$

기울기, y 절편 모두 음수이므로

왼쪽 위를 향하는 그래프로 제 1사분면을 지나지 않는다.

9. 일차함수 $f(x) = 2x + 5$ 와 평행한 그래프 중 $f(1) = -2$, $f(3) = a$ 를 만족하는 그래프가 존재한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

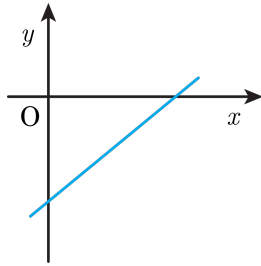
x 값이 1에서 3으로 증가하였을 때, $f(x)$ 값이 -2에서 a 로 증가하였으므로

이 함수의 기울기는 $\frac{a - (-2)}{3 - 1}$ 이다.

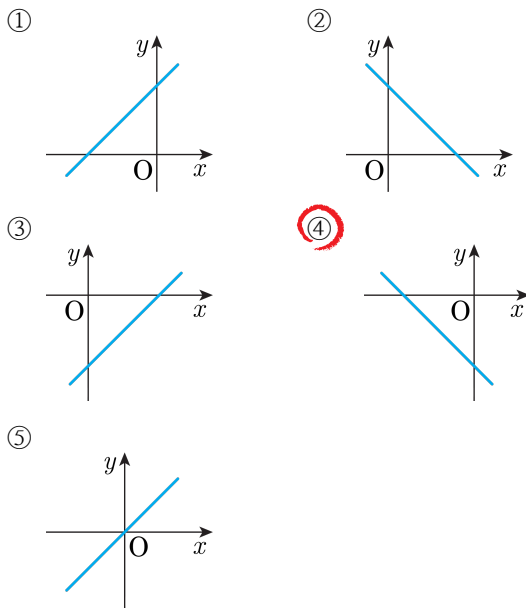
그런데 $f(x) = 2x + 5$ 를 평행이동시킨 그래프이므로 기울기는 2이다.

$$\therefore a = 2$$

10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = abx - a$ 의 그래프로 옳은 것은?



[배점 4, 중중]



해설

$a > 0, b < 0$ 이므로, $y = abx - a$ 에서 (기울기) < 0 , (y 절편) < 0 이다.

11. 두 함수 $y = (a - b + 1)x + 2a$, $y = (a + b - 3)x - b$ 가 모두 일차함수가 되지 않도록 하는 상수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = 2$

해설

두 함수가 일차함수가 되지 않으려면
두 함수의 x 항의 계수가 0 이 되어야 하므로

$$\begin{cases} a - b + 1 = 0 \\ a + b - 3 = 0 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면
 $a = 1, b = 2$ 이다.

12. 정의역이 $\{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$ 인 일차함수 $y = ax + b$ ($a < 0$)의 치역이 $\left\{y \mid -1 \leq y \leq \frac{5}{2}\right\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$a < 0$ 이므로 $x = -2$ 일 때 $y = \frac{5}{2}$ 이고,
 $x = 5$ 일 때 $y = -1$ 이다.

$y = ax + b$ 에

$(x, y) = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면 $\frac{5}{2} = -2a + b \dots ①$

$(x, y) = (5, -1)$ 을 대입하면 $-1 = -5a + b \dots ②$

① - ②에서

$$\frac{5}{2} = -2a + b$$

$$-1 = -5a + b$$

$$\frac{7}{2} = -7a$$

$$a = -\frac{1}{2} \dots ③$$

③을 ①에 대입하면 $b = \frac{3}{2}$

$$\therefore a - b = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

13. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = 3x + 4$ 라고 할 때, 함숫값 $f(7)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 25

해설

$$f(7) = 3 \times 7 + 4 = 25$$

14. 일차함수 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 의 x 절편을 a , y 절편을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 9

해설

x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 의 값이다.

$$0 = \frac{1}{2}x - 3, x = 6$$

$$a = 6, b = -3$$

$$\therefore a + b = 6 - 3 = 3$$

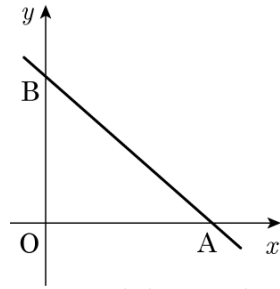
15. 일차함수 $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y = 3x - 3$ 의 그래프가 되었다. $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 일차함수의 y 절편은 얼마인가? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 3 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면 $y = 3x + b - 4 = 3x - 3$ 이므로 $b = 1$ 이다. 이 직선을 y 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = 3x + 5$ 가 되고, y 절편은 5이다.

16. 다음 그림에서 점 A, B는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축과의 교점이다. $\triangle BOA$ 의 넓이가 12일 때, ab 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 24 ② 16 ③ 10
④ -8 ⑤ -12

해설

x 절편 a , y 절편 b 이므로
 $\triangle BOA = a \times b \times \frac{1}{2} = 12$
 $\therefore ab = 24$

17. 일차함수 $y = (5k - 1)x + 3k$ 의 그래프가 제 1, 2, 4사분면을 지나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $k > 0$ ② $k < \frac{1}{5}$
 ③ $0 \leq k \leq \frac{1}{5}$ ④ $0 < k < \frac{1}{5}$
 ⑤ $k > \frac{1}{5}$

해설

제 1, 2, 4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하고 양의 y 절편 값을 가지므로
 $5k - 1 < 0$, $3k > 0$ 이어야한다.
 그러므로 $0 < k < \frac{1}{5}$

18. 일차함수 $y = ax + b$ 는 점 $(2, -\frac{5}{2})$ 를 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = -\frac{3}{4}$ 이다. 이 때, $f(-4) + f(6)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

기울기 $a = -\frac{3}{4}$ 이므로

$y = -\frac{3}{4}x + b$ 에 점 $(2, -\frac{5}{2})$ 를 대입하면

$$-\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + b, b = -1$$

$$y = -\frac{3}{4}x - 1$$

$$\therefore f(-4) + f(6) = 3 - 1 + \left(-\frac{9}{2}\right) - 1 = -\frac{7}{2}$$

19. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $S(n) = \frac{f(p+1) - f(1)}{(-1) \times 1} + \frac{f(p+2) - f(2)}{(-1)^2 \times 2} + \frac{f(p+3) - f(3)}{(-1)^3 \times 3} - \dots + \frac{f(p+n) - f(p)}{(-1)^n \times n}$ 라고 정의한다. $S(1) + S(3) + S(5) + \dots + S(99) = 200$ 일 때, $f(x)$ 의 기울기를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{4}{p}$

해설

$$S(1) = -f(p+1) + f(1)$$

$$S(3)$$

$$= -f(p+1) + f(1) + f(p+2) - f(2) - f(p+3) + f(3)$$

$$= S(1) - \frac{f(p+3) - f(p+2)}{(p+3) - (p+2)} + \frac{f(3) - f(2)}{3-2} \text{ 에}$$

$$\text{서 } \frac{f(p+3) - f(p+2)}{(p+3) - (p+2)} = \frac{f(3) - f(2)}{3-2} = (\text{기울기})$$

$$\text{이므로 } S(3) = S(1)$$

같은 방법으로

$$S(1) = S(3) = S(5) = S(7) = \dots = S(99) \text{ 이다.}$$

$$S(1) + S(3) + S(5) + \dots + S(99) = 50 \times S(1) = 200$$

$$\text{이므로 } S(1) = 4$$

일차함수 $f(x) = ax + b$ 라 하면

$$S(1) = -f(p+1) + f(1)$$

$$= -a(p+1) - b + a + b$$

$$= -ap = 4$$

$$\therefore a = -\frac{4}{p}$$

따라서 $f(x)$ 의 기울기는 $-\frac{4}{p}$ 이다.

20. 일차함수 $f(x) = ax + 2$ 가 $f(m) - f(n) = 3n - 3m$ 을 만족할 때, $f(1) + f(4)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -11

해설

$$f(0) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(1) - f(0) = 0 - 3 = -3, f(1) = -1$$

$$f(1) = -1 \text{ 이면 } -1 = a + 2 \quad \therefore a = -3$$

$$\therefore f(x) = -3x + 2$$

$$f(1) + f(4) = -1 - 10 = -11$$

21. $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $f(x) = |x-2| + x$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최댓값 : 4

▶ 정답 : 최솟값 : 2

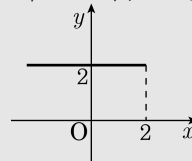
해설

$$f(x) = |x-2| + x \text{ 는}$$

$$1) x \geq 2 \text{ 일 때, } y = 2x - 2$$

$$2) x < 2 \text{ 일 때, } y = 2$$

이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 최댓값은 $f(3) = 4$, 최솟값은 $f(-1) = 2$ 이다.

22. 함수 $f(x) = 2|x-4| + |x-2|$ 의 그래프와 직선 $x = 5$, x 축, y 축이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{47}{2}$

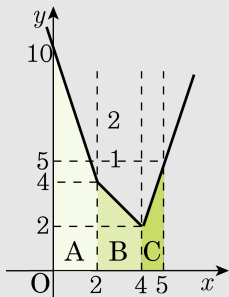
해설

$$f(x) = 2|x-4| + |x-2|$$

1) $x < 2$ 일 때, $f(x) = -3x + 10$

2) $2 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = -x + 6$

3) $x \geq 4$ 일 때, $f(x) = 3x - 10$ 으로 다음과 같다.



$f(x) = 2|x-4| + |x-2|$ 의 그래프와 직선 $x = 5$, x 축, y 축이 이루는 도형의 넓이는 $A + B + C$ 이므로

$$A = \frac{1}{2}(4+10) \times 2 = 14$$

$$B = \frac{1}{2}(2+4) \times 2 = 6$$

$$C = \frac{1}{2}(2+5) \times 1 = \frac{7}{2}$$

따라서 도형의 넓이는 $14 + 6 + \frac{7}{2} = \frac{47}{2}$ 이다.

23. 일차함수 $y = mx - 1$ 의 그래프의 정의역과 치역이 모두 집합 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq n\}$ 와 같을 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: -2

해설

$x = 0$ 일 때 $y = -1$, $x = n$ 일 때 $y = mn - 1$ 이므로

1) $m > 0$ 일 때, $-1 \leq y \leq mn - 1$ 이므로 $0 \leq x \leq n$ 와 일치할 수 없다.

2) $m < 0$ 일 때, $mn - 1 \leq y \leq -1$ 이므로 $0 \leq x \leq n$ 와 일치하려면 $mn - 1 = 0$, $n = -1$

$$\therefore n = -1, m = -1$$

따라서 1), 2)에 의해 $m + n = -2$ 이다.

24. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: -10

해설

$$f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6 \text{ 에서}$$

$$a\left(x + \frac{3}{2}\right) + b - (ax + b) = -6$$

$$\frac{3}{2}a = -6, a = -4$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2} \text{ 에서}$$

$$(-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = \frac{9}{2}, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore ab = (-4) \times \frac{5}{2} = -10$$

25. 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 을 x 축 방향으로 4만큼 평행이동한 직선을 l 이라 하고 직선 l 과 y 축에 대하여 대칭인 직선을 m 이라 할 때, 직선 l , m 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 54

해설

직선 l 은

$$\begin{aligned}y &= -\frac{3}{2}(x-4) + 3 \\&= -\frac{3}{2}x + 9\end{aligned}$$

직선 m 은 $y = \frac{3}{2}x + 9$ 이다.

직선 l , m 은 y 절편이 모두 9이고, x 절편은 각각 6, -6이다.

$$\therefore (\text{넓이}) = (6+6) \times 9 \times \frac{1}{2} = 54$$