

단원 종합 평가

1. 다음 보기에서 일차함수 $y = -3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -x + 3$ ㉡ $y = -3x + 1$
 ㉢ $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ㉣ $y = 3x$
 ㉤ $y = -3x + 5$ ㉥ $y = 3x + 1$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡, ㉤

해설

일차함수 $y = -3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y - b = -3(x - a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동하여도 겹칠 수 없다.

2. 어느 이동통신 회사의 회원으로 가입한 윤영이의 통화요금 체제는 다음과 같다.

- ㉠ 통화를 하지 않더라도 6,000 원을 기본요금으로 내야한다.
 ㉡ 주간에 통화를 하게 되면 1 분에 100 원의 요금이 나온다.
 ㉢ 야간에 통화를 하게 되면 1 분에 50 원의 요금이 나온다.
 ㉣ 주간과 야간에 통화를 한 시간이 같다.

요금의 총 액수를 일차함수 형태로 나타내어라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $y = 150x + 6000$

해설

주간에 통화를 한 시간이 x 분 이라고 하면, 야간에 통화를 한 시간도 x 분이다.

통화요금 총 액수를 y 라 놓으면 통화요금은 기본요금에 주간, 야간에 통화를 한 요금을 합치면 된다.

$$y = 6000 + 100x + 50x, y = 150x + 6000$$

3. 두 일차함수 $y = -2x - 5$, $y = 5x - 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{35}{4}$

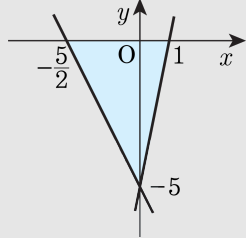
해설 $y = -2x - 5$ 는 x 절편

$-\frac{5}{2}$, y 절편 -5 이다.

$y = 5x - 5$ 는 x 절편 1 , y 절편 -5 이다.

그래프로 나타내면 다음과 같다. 밑변의 길이는 $\frac{7}{2}$ 이

고, 높이는 5 이므로, 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 5 = \frac{35}{4}$ 이다.



4. 일차함수의 그래프가 세 점 $(-1, 2)$, $(1, 0)$, $(2, n)$ 을 지날 때, n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

두 점 $(-1, 2)$, $(1, 0)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{0-2}{1-(-1)} = -1$ 이다.

두 점 $(1, 0)$, $(2, n)$ 을 지나는 직선의 기울기는 -1 이므로 $\frac{n-0}{2-1} = -1$ 이다. 따라서 $n = -1$ 이다.

5. 두 일차함수 $y = ax - 3$, $y = 5x - 2$ 의 그래프가 모두 점 $(2, q)$ 를 지날 때, 상수 a, q 의 차 $a - q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$y = 5x - 2$ 의 그래프 위에 점 $(2, q)$ 가 있으므로, $q = 5 \times 2 - 2 = 8$ 이 성립한다.

또한 점 $(2, 8)$ 이 $y = ax - 3$ 의 그래프 위에 있으므로

$$8 = a \times 2 - 3$$

$$a = \frac{11}{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a - q = \frac{11}{2} - 8 = -\frac{5}{2}$$

6. 일차함수 $y = -6x$ 의 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프가 $(-1, -5)$, $(a, 5a)$ 를 지날 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -5

② -8

③ -10

④ -12

⑤ -15

해설

일차함수 $y = -6x$ 의 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 함수는 $y = -6x + b$ 이고, 이 함수의 그래프가 $(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -6 \times (-1) + b$, $b = -11$ 이다.

따라서 평행이동한 함수는 $y = -6x - 11$ 이고, 이 그래프 위에 점 $(a, 5a)$ 가 있으므로 $5a = -6 \times a - 11$ 이다.

$$\therefore a = -1$$

7. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $4x + 1 = 2(2x - 1) - y$

② $x(x - 1) + (4x + 1) = x^2 + y + 1$

③ $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} - x = \frac{1}{6}y + 1$

④ $y = \frac{6}{x}$

⑤ $y = 4$

해설

② $3x + 1 = y + 1$

③ $y = -5x - 11$

8. 일차함수 $y = -2x + m$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, $y = mx + 4$ 의 x 절편은? [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = -2x + m$ 의 y 절편이 4이므로, $m = 4$ 이다.
따라서 $y = 4x + 4$ 의 x 절편을 구하기 위해 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = 4x + 4$
 $\therefore x = -1$

9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, a, b 는 상수) [배점 4, 중중]

① $a > 0$ 이면 오른쪽이 위로 향하는 직선이다.

② $(0, b)$ 를 지난다.

③ $a > 0, b > 0$ 이면 제3사분면을 지나지 않는다.

④ x 값이 a 만큼 변화하면 y 의 값은 a^2 만큼 변화한다.

⑤ $y = ax$ 를 y 축방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프이다.

해설

③ $a > 0, b > 0$ 이면 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

10. $y = ax - 3$ 의 그래프가 점 $(-3, -2)$ 를 지날 때, 이 직선의 기울기를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$y = ax - 3$ 에 점 $(-3, -2)$ 를 대입하면
 $-2 = -3a - 3$
 $3a = -1$
 $a = -\frac{1}{3}$

11. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

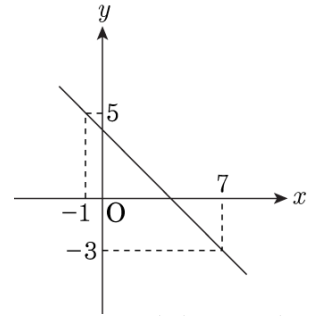
- ① $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0, b \neq 0$ 인 경우
- ② $y = ax + b$ 에서 $a = 0, b \neq 0$ 인 경우
- ③ $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0, b = 0$ 인 경우
- ④ $y = ax + b$ 에서 $a = 0, b = 0$ 인 경우
- ⑤ $y = ax + b$ 에서 $ab = 0$ 인 경우

해설

- ① $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0, b \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이 아니므로 일차함수이다.
- ② $y = ax + b$ 에서 $a = 0, b \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이므로 일차함수가 아니다.
- ③ $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0, b = 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이 아니므로 일차함수이다.
- ④ $y = ax + b$ 에서 $a = 0, b = 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이므로 일차함수가 아니다.
- ⑤ $y = ax + b$ 에서 $ab = 0$ 인 경우는 $(a = 0, b \neq 0), (a \neq 0, b = 0), (a = 0, b = 0)$ 의 세 가지 경우가 있으므로 현재 조건으로만은 알 수 없다.

12. 일차함수 $y = ax + b$ 의

그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이 그래프 위의 점은?



[배점 5, 중상]

- ① $(-4, 3)$ ② $(-3, 5)$ ③ $(-1, 5)$
- ④ $(0, 3)$ ⑤ $(1, 4)$

해설

$y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, 5), (7, -3)$ 을 지나므로

$$\begin{cases} 5 = -a + b \\ -3 = 7a + b \end{cases} \text{ 가 성립한다.}$$

연립일차방정식을 풀면 $a = -1, b = 4$ 이므로, 주어진 함수는 $y = -x + 4$ 이다.

③ $5 = -(-1) + 4$ 이므로 $(-1, 5)$ 는 $y = -x + 4$ 위의 점이다.

13. 다음 일차함수의 그래프 중에서 x 절편과 y 절편의 곱이 가장 큰 것은? [배점 5, 중상]

- ① $y = \frac{2}{3}(x - 4)$ ② $y = 4(x + 1)$
 ③ $y = -\frac{5}{3}(6 - x)$ ④ $y = 2x + 3$
 ⑤ $y = -4x - \frac{2}{3}$

해설

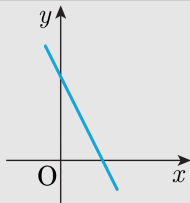
- ① $4 \times \left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{32}{3}$
 ② $(-1) \times 4 = -4$
 ③ $6 \times (-10) = -60$
 ④ $-\frac{3}{2} \times 3 = -\frac{9}{2}$
 ⑤ $-\frac{1}{6} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{9}$

14. 일차함수 $y = ax + b$ 의 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 일 때, 일차함수 $y = -bx + a$ 가 지나지 않는 사분면은? [배점 5, 중상]

- ① 제 1사분면
 ② 제 2사분면
 ③ 제 3사분면
 ④ 제 4사분면
 ⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

이므로 $y = ax + 2$, 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로, $0 = -a + 2 \therefore a = 2, b = 2$
 $y = -2x + 2$ 의 그래프를 그리면



15. 일차함수 $y = ax + b (a < 0)$ 의 정의역이 $\{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid -5 \leq y \leq 1\}$ 일 때, $a + b$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

기울기가 음수이므로 x 가 최대일 때 y 는 최소,
 x 가 최소일 때 y 는 최대

$(1, 1), (4, -5)$ 을 대입 하면

$$a + b = 1, 4a + b = -5$$

연립방정식의 풀이를 이용하여 풀면,

$$a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = -2 + 3 = 1$$

16. 일차함수 $y = mx + \frac{1}{m}$ 과 $y = \frac{9}{m}x + 2m$ 의 그래프가 평행할 때, $y = -\frac{m}{6}x + 3m$ 의 x 절편을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$m = \frac{9}{m}, m \times m = 9$$

$$\therefore m = -3 \text{ 또는 } m = 3$$

i) $m = -3$ 일 때,

$$y = \frac{1}{2}x - 9 \text{ 의 } x \text{ 절편은}$$

$$0 = \frac{1}{2}x - 9 \text{ 에서 } x = 18$$

ii) $m = 3$ 일 때,

$$y = -\frac{1}{2}x + 9 \text{ 의 } x \text{ 절편은}$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 9 \text{ 에서 } x = 18$$

17. 일차함수 $y = ax - 1$ 이 $1 \leq x \leq b$ 인 범위에서 $0 \leq y \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

1) $a > 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1, 0)$, $(b, 4)$ 를 지난다.

$$0 = a - 1$$

$$4 = ab - 1$$

$$\therefore a = 1, b = 5$$

2) $a < 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1, 4)$, $(b, 0)$ 을 지난다.

$$4 = a - 1$$

$$0 = ab - 1$$

$$\therefore a = 5, b = \frac{1}{5} \text{ (그러나 } a < 0 \text{ 인 조건에 만족하지 못하므로 적합하지 않다.)}$$

따라서 $a + b$ 의 값은 6 이다.

18. 함수 $f(x) = \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$ 의 그래프에서, $f(0) = 1$ 이고, $f(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(0) = 1 \text{ 이면 } 1 = \frac{c}{a}$$

$$f(1) = 0 \text{ 이면 } 0 = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -1$$

$$\text{따라서 } a = -b = c$$

$$\therefore f(3) = \frac{3b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{-3a + a}{a} = -2$$

19. x 절편이 $3p$, y 절편이 $-p$ 인 일차함수의 그래프가 점 $(p, 4)$ 를 지날 때, p 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{-p - 0}{0 - 3p} = \frac{1}{3}$$

일차함수를 $y = \frac{1}{3}x - p$ 로 놓으면 이 그래프는 점 $(p, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \frac{1}{3}p - p$$

$$\therefore p = -6$$

20. 어떤 일차함수의 그래프가 $(1, 3)$, $(-1, 7)$, (a, b) 의 세 점을 지난다. 이때, $4a + 2b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{3-7}{1-(-1)} = \frac{b-3}{a-1}$$

$$-2(a-1) = b-3$$

$$2a + b = 5$$

$$\therefore 4a + 2b = 2(2a + b) = 2 \times 5 = 10$$

21. 두 일차함수 $y = ax + 3$ 과 $y = bx - \frac{b}{2}$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax + b$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

일치할 조건에서

$$a = b, 3 = -\frac{b}{2}, b = -6, a = -6$$

$$y = ax + b = -6x - 6$$

$$x \text{ 절편 : } -6x - 6 = 0, x = -1$$

$$y \text{ 절편 : } -6$$

$$\therefore -1 - 6 = -7$$

22. 일차함수 $y = mx - 1$ 의 그래프의 정의역과 치역이 모두 집합 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq n\}$ 와 같을 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = 0$ 일 때 $y = -1$, $x = n$ 일 때 $y = mn - 1$ 이므로

1) $m > 0$ 일 때, $-1 \leq y \leq mn - 1$ 이므로 $0 \leq x \leq n$ 와 일치할 수 없다.

2) $m < 0$ 일 때, $mn - 1 \leq y \leq -1$ 이므로 $0 \leq x \leq n$ 와 일치하려면 $mn - 1 = 0$, $n = -1$
 $\therefore n = -1, m = -1$

따라서 1), 2)에 의해 $m + n = -2$ 이다.

23. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6 \text{에서}$$

$$a\left(x + \frac{3}{2}\right) + b - (ax + b) = -6$$

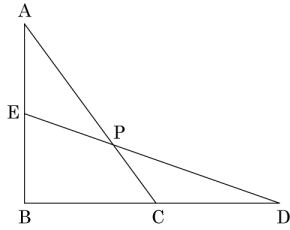
$$\frac{3}{2}a = -6, a = -4$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2} \text{에서}$$

$$(-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = \frac{9}{2}, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore ab = (-4) \times \frac{5}{2} = -10$$

24. 다음 그림의 삼각형 ABC, BDE 에서 $\angle ABD = 90^\circ$ 이고, 점 E 는 선분 AB 의 중점, 점 P 는 변 AC 와 DE 의 교점이다. 사각형 PCBE 의 넓이는 삼각형 PAE, PCD 의 넓이의 합과 같고, $\frac{\overline{BD}}{\overline{EB}} = k$ 일 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 의 값을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.



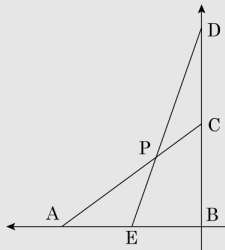
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{k}{4}$

해설

주어진 도형을 다음 그림과 같이 점 B 가 좌표평면의 원점에 오도록 그래프를 옮기고 $\overline{AE} = \overline{EB} = a$ 라 하면



선분 $\overline{ED}$ 의 기울기 = $\frac{\overline{BD}}{\overline{EB}} = k$ 이므로

$$\overline{BD} = ak$$

한편 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 이므로 $\triangle PAE = \triangle PEB$

또, $\triangle PAE + \triangle PDC = \triangle PCBE$ 이므로

$$\triangle PCD = \triangle PBC$$

$$\therefore \overline{CB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}ak$$

$$\therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{1}{2}ak}{2a} = \frac{k}{4}$$

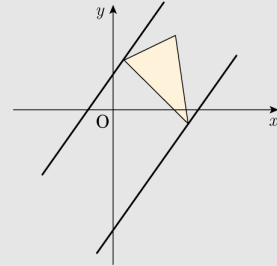
25. 일차함수 $y = 3x - k$ 의 그래프가 세 점 (1, 2), (6, -1), (4, 4) 를 꼭짓점으로 하는 삼각형과 만날 때, k 의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설



오른쪽 그림과 같이 k 는 일차함수 $y = 3x - k$ 의 그래프가 (6, -1) 를 지날 때 최댓값을 가지므로 $y = 3x - k$ 에 $x = 6$, $y = -1$ 을 대입하면 $-1 = 18 - k$ 이다. $\therefore k = 19$ 따라서 k 의 최댓값은 19 이다.