확인학습문제

1. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 평행사변형	㉣ 직사각형
㉤ 마름모	㉥ 정사각형

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이 있다.
그러나 수직이등분하는 것은 마름모의 성질이므로 이에 만족하는 것은 마름모와 정사각형 2 개이다.

2. 평행사변형이 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
조건2 : 대각선의 길이가 같다.

[배점 2, 하중]

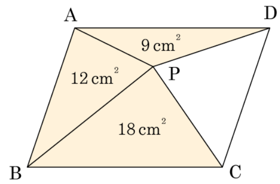
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다.
대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.
두 조건을 종합하면 정사각형이 된다.

3. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle$PAB, $\triangle$PAD, $\triangle$PBC 의 넓이는 각각 12cm^2 , 9cm^2 , 18cm^2 이다. $\triangle$PCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

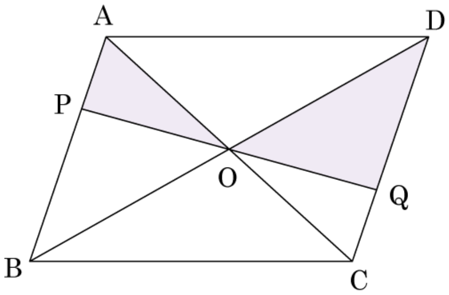
▶ 답 :

▷ 정답 : $15\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD}$
$9 + 18 = 12 + \triangle\text{PCD}$
$\therefore \triangle\text{PCD} = 15(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $80\,\mathrm{cm}^2$

해설

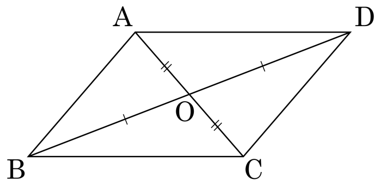
$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle OCD = \triangle ODQ + \triangle OAP = 20\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OCD = \frac{1}{4}$□ABCD 이므로

(□ABCD의 넓이) $= 20 \times 4 = 80\ (\mathrm{cm}^2)$

5. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서

△OAB 와 △OCD 에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)

$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)

따라서, $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)

$\angle OAB = \boxed{ㄴ}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{DC} \cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ 에서

$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로

$\therefore \overline{AD} \,//\, \overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

[배점 3, 하상]

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

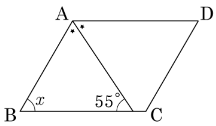
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

6. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$의 크기는?



[배점 3, 하상]

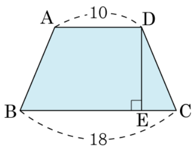
① 60° ② 70° ③ 80°

④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\bullet = 55°$,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

7. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$일 때, $\overline{CE}$의 길이는?



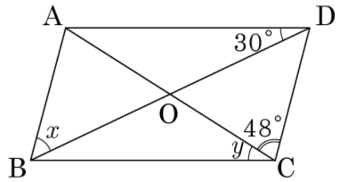
[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 H라 할 때, $\triangle ABH \equiv \triangle DCE$는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BH} = \overline{EC}$이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADO = 30°, \angle DCO = 48°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

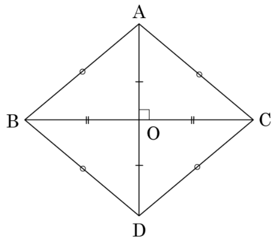
▶ 답 :

▷ 정답 : 102°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$
$\angle x + 30° + 48° + \angle y = 180°$
$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 48°) = 102°$

9. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} // \overline{CD}$

㉡ $\overline{AD} = \overline{BC}$

㉢ $\angle B + \angle D = 180°$

㉣ $\overline{BC} = \overline{CD}$

㉤ $\angle ABO = \angle CBD$

㉥ $\angle A = 90°$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡, ㉥

해설

마름모가 정사각형이 될 조건
두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC} = \overline{BD}$
하나의 내각이 $90°$ 이다. → ㉥ $\angle A = 90°$

10. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

11. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

[배점 3, 중하]

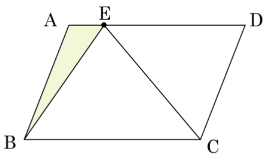
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다. 조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 4$ 이고, $\triangle ABE = 4cm^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

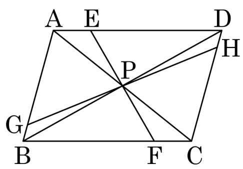
▶ 답 :

▷ 정답 : $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABE$, $\triangle ECD$, $\triangle EBC$ 의 높이는 같다.
$\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABE + \triangle ECD = \triangle EBC$.
$1 : 4 = 4cm^2 : \triangle ECD$, $\therefore \triangle ECD = 16cm^2$
$\therefore\ \triangle EBC = \triangle ABE + \triangle ECD = 4 + 16 = 20cm^2$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선 중 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 변 AB , 변 DC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\triangle GBP \equiv \triangle HDP$　② $\overline{EP} = \overline{FP}$

③ $\triangle AEP \equiv \triangle CFP$　④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\triangle APD \equiv \triangle CPD$

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CPD$ 의 넓이는 같지만 합동은 아니다.

14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은? (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.) [배점 4, 중중]

① $\overline{AC} = \overline{BD} = 5cm$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 4cm$

③ $\overline{OA} = \overline{OC} = 6cm$,$\overline{OB} = \overline{OD} = 5cm$

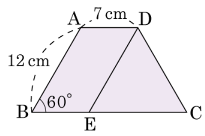
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = 4cm$,$\overline{AD} = \overline{CD} = 6cm$

⑤ $\angle A = 110°, \angle B = 70°, \angle C = 70°$

해설

평행사변형이 되는 조건
1. 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
2. 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
3. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
4. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
5. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
따라서 보기 ③ 은 평행사변형이 되는 조건4를 만족한다.

15. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 4, 중중]

① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ △DEC는 정삼각형

④ △DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ □ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 △DEC는 이등변삼각형이다.

$\angle C = \angle DEC = 60°$

따라서 △DEC는 내각이 모두 60°이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$

$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} // \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$

따라서 □ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.