확인학습문제

1. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

$\overline{AB}=5\text{cm}, \overline{DC}=5\text{cm}, \angle B=55°, \angle C=125°$

[배점 2, 하중]

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

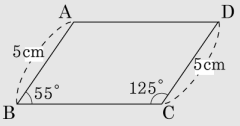
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

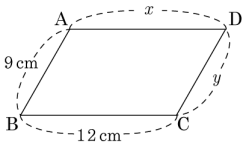
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설



2. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, x, y 의 값은?



[배점 2, 하중]

① $x=9, y=9$ ② $x=12, y=9$

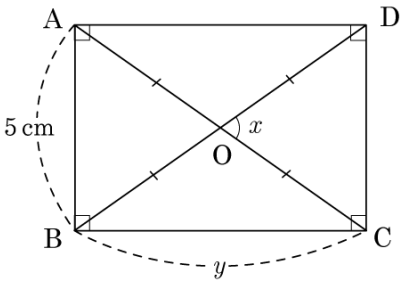
③ $x=12, y=12$ ④ $x=9, y=12$

⑤ $x=9, y=11$

해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

3. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

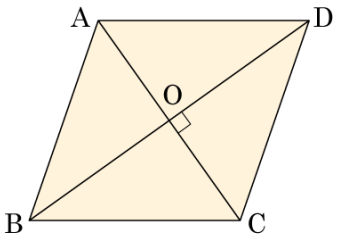
▷ 정답 : $\angle x =$ 90 °

▷ 정답 : $y =$ 5 cm

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 90°이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

4. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. ☐ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] ☐
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB}$ = ☐ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통
$\overline{OB}$ = ☐ 이므로
△ABO ≡ △ADO (☐ 합동)
∴ ∠AOB = ∠AOD
이 때, ∠AOB + ∠AOD = 180° 이므로
∠AOB = ∠AOD = ☐ 이다.
∴ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$
㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ 45°
㉦ 180°	㉧ 90°

[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉧

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB} = \overline{DA}$ (가정)

5. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

> 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC}$ = □ 이거나 ∠A = □° 이면 된다.

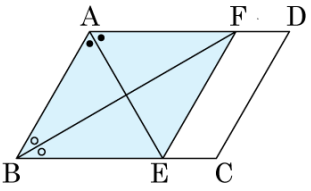
[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $\overline{BD}$
▷ 정답 : 90

해설

한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이거나 ∠A = 90° 이다.

6. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. ∠A, ∠B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.



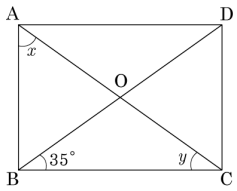
[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 마름모

해설

$\angle A + \angle B = 180° \Leftrightarrow \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} = 90°$
$\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 O 라 하면 ∠AOB = 90°
∠BAE = ∠FEA (엇각), ∠FAE = ∠AEB (엇각)
→ ∠A = ∠E
∠ABF = ∠BFE (엇각), ∠EBF = ∠AFB (엇각)
→ ∠B = ∠F
따라서 □ABCD 는 평행사변형이고
대각선은 서로 직교하므로 마름모이다.

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle DBC = 35°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 55° ② 65° ③ 90°

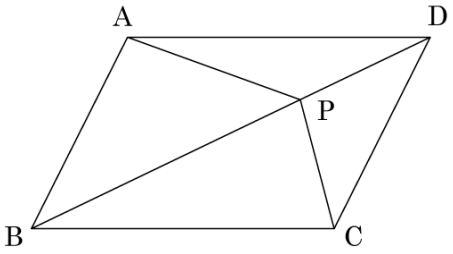
④ 100° ⑤ 120°

해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$ 므로 $\angle ACB = \angle CAD = y$

$\therefore \angle x + \angle y 90°$

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 40cm^2$, $\triangle BCP = 32cm^2$, $\triangle ADP = 28cm^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

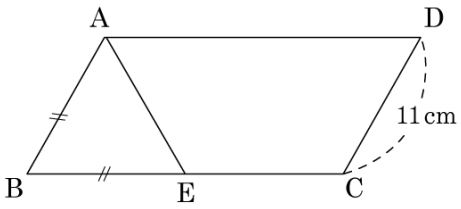
① $20cm^2$ ② $22cm^2$ ③ $24cm^2$

④ $26cm^2$ ⑤ $28cm^2$

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로 $\triangle CDP = 28 + 32 - 40 = 20\ (cm^2)$

9. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이다. $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 8cm ② 9cm ③ 10cm

④ 11cm ⑤ 12cm

해설

$\angle A = 180° \times \frac{2}{3} = 120°$

$\angle B = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$

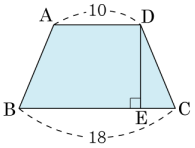
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BAE = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AE} = \overline{AB} = 11$ (cm)

10. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$일 때, $\overline{CE}$의 길이는?



[배점 3, 하상]

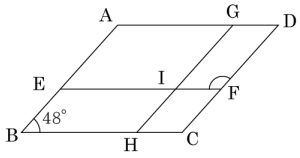
① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 H라 할 때, $\triangle ABH \equiv \triangle DCE$는 RHA 합동이다.

따라서 $\overline{BH} = \overline{EC}$이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{GH}$, $\overline{AD}//\overline{EF}$ 이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle DFI$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① 120° ② 124° ③ 130°

④ 132° ⑤ 136°

해설

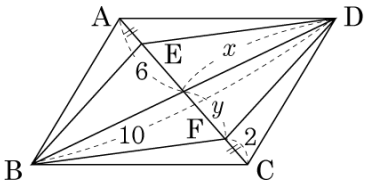
$\overline{GI}//\overline{DF}$, $\overline{GD}//\overline{IF}$ 이므로

GIFD 는 평행사변형이다.

$\angle D = \angle B = 48°$ 이므로

$\angle F = 180° - 48° = 132°$

12. 다음 평행사변형 ABCD에서 $x+y$의 값은?



[배점 3, 중하]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

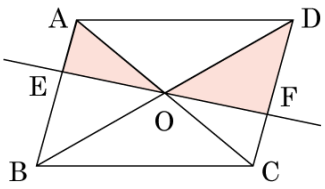
해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

$x=\frac{10}{2}=5$이고 $2+y=6,\ y=4$이다.

$\therefore x+y=5+4=9$

13. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

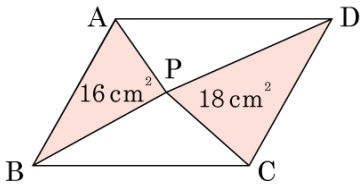
$\triangle OAE+\triangle ODF$

$=\triangle OAE+\triangle OBE$

$=\frac{1}{4}\square ABCD\ (\because\ \triangle OEB\equiv\triangle OFD)$

$=\frac{1}{4}\times 40=10\ (\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAB$의 넓이가 $16\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle PCD$의 넓이가 $18\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

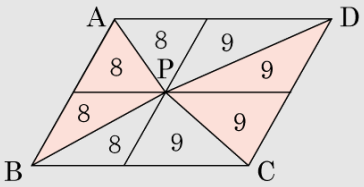
▷ 정답: $68\,\mathrm{cm}^2$

해설 평행사변형의 넓이에서

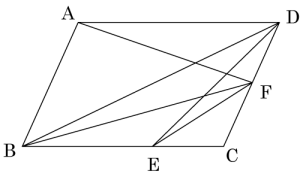
$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PAD+\triangle PBC$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$ 이므로

$16+18=\frac{1}{2}\square ABCD,\ \square ABCD=68\ (\mathrm{cm}^2)$



15. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 보기 중 넓이가 가장 넓은 것을 골라라.



보기

㉠ △ADF　㉡ △ABD

㉢ △BDF　㉣ △BFC

㉤ △CDE　㉥ △ABF

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

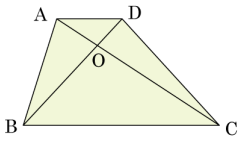
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

밑변이 공통이면 높이가 높은 것이 넓이가 넓다.
평행사변형의 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 에서 모두 밑변을 가지고 있으므로
밑변이 가장 긴 것을 찾고 그중 높이가 높은 것을 찾는다.
따라서 △ABD가 가장 넓은 삼각형이다.

16. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO}$: $\overline{OC} = 1 : 3$ 이고 $\triangle ABD = 20cm^2$ 일 때, △DBC 의 넓이는?



[배점 3, 중하]

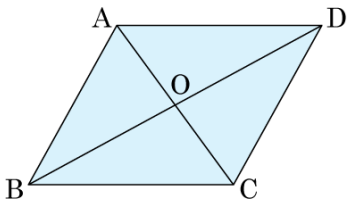
① $30cm^2$　② $45cm^2$　③ $60cm^2$

④ $75cm^2$　⑤ $90cm^2$

해설

$\triangle ABO : \triangle AOD = 3 : 1$, $\triangle AOB = 15cm^2$,
$1 : 3 = 15cm^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 45cm^2$,
$\therefore$ $\triangle ABC = \triangle DBC = \triangle AOB + \triangle OBC = 15 + 45 = 60(cm^2)$

17. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되는 조건인 것을 모두 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{BC}$

㉡ $\overline{AD} = \overline{CD}$

㉢ $\angle AOB = 90°$

㉣ $\angle BAC = \angle DCA$

㉤ $\angle BAC = \angle BCA$

㉥ $\angle DAC = \angle BCA$

㉦ $\angle BAO = \angle DAO$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 한다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle AOB = 90°$ 이다.

18. 다음 ( ) 안에 들어갈 단어가 옳게 짝지어진 것은?

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 (㉠)이고, 두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 (㉡)이다.

[배점 4, 중중]

① ㉠: 평행사변형 ㉡: 직사각형

② ㉠: 정사각형 ㉡: 직사각형

③ ㉠: 마름모 ㉡: 정사각형

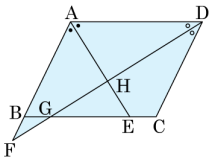
④ ㉠: 직사각형 ㉡: 정사각형

⑤ ㉠: 직사각형 ㉡: 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 직사각형이다.
두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 64°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 238 °

해설

$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 64° = 116°$

$\angle AEC = 180° - \frac{1}{2}\angle A = 180° - \frac{1}{2} \times 116°$

$= 180° - 58° = 122°$

$\angle C = \angle A = 116°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 122° + 116° = 238°$

20. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가? [배점 4, 중중]

① 마름모 ② 직사각형

③ 사다리꼴 ④ 정사각형

⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.

사각형 → 평행사변형

등변사다리꼴 → 마름모

마름모 → 직사각형

직사각형 → 마름모

정사각형 → 정사각형

따라서 ①이 옳다.

21. 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 않는 것은? [배점 4, 중중]

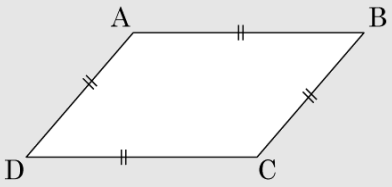
① $\angle A = \angle B$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A = 90°$ ④ $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

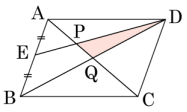
⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

해설

평행사변형 ABCD 에 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 추가할 때, 마름모가 된다.



22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 E는 변 AB의 중점이고, $\overline{DP} : \overline{PE} = 2 : 1$이다. 평행사변형 ABCD의 넓이가 600일 때, △DPQ의 넓이를 구하여라.

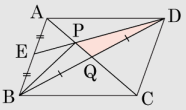


[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 50

해설



$\triangle BDE = \frac{1}{2}\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 150$

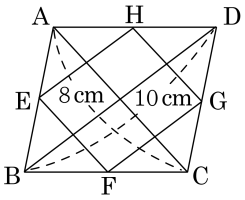
$\triangle DBP : \triangle EBP = 2 : 1$이므로

$\triangle DBP = \frac{2}{3}\triangle BDE = \frac{2}{3} \times 150 = 100$

$\triangle BPQ : \triangle DPQ = 1 : 1$

$\therefore \triangle DPQ = \frac{1}{2}\triangle DBP = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

23. 다음 그림과 같은 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AC}$ = 8cm , $\overline{BD}$ = 10cm 이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

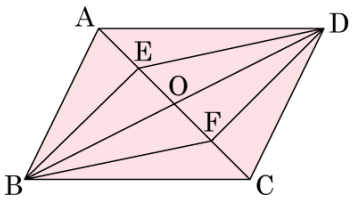
해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 + 5 + 4 + 5 = 18\,(\text{cm})$

24. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 배

해설

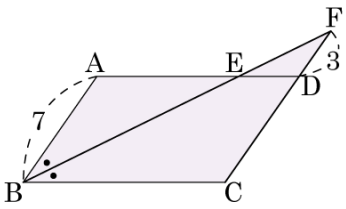
△AOB ≡ △DOC 이고 △AOD ≡ △BOC

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 △AOD = 2△EOD 가 된다.

같은 방법으로 △DOC = 2△DOF , △OBC = 2△OBF , △AOB = 2△EOB 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{FD} = 3\text{cm}$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10 cm

해설

$\overline{AB}//\overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각)이다. 그러므로 삼각형 BCF는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$의 길이는 $\overline{CF}$의 길이와 같으므로 $7 + 3 = 10\text{cm}$이다.