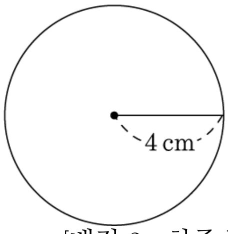
확인학습문제

1. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

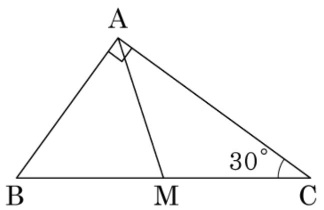
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.
따라서, $2 \times 4 = 8(\,\mathrm{cm})$ 이다.

2. 다음 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형인지 말하여라.



[배점 2, 하중]

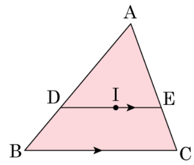
▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\overline{AM} = \overline{MC}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
$\angle MAC = \angle MCA = 30°$, $\angle BAM = 60°$
$\angle MBA = 60°$, $\angle BAM = 60°$, $\angle AMB = 60°$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



[배점 3, 하상]

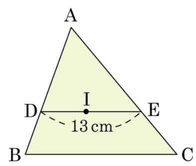
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$
$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$
따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

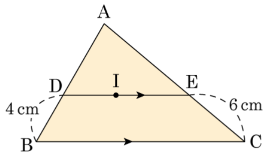
▶ 답 :

▷ 정답 : $13\,\mathrm{cm}$

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\mathrm{cm}$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 평행한 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{\mathrm{BD}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

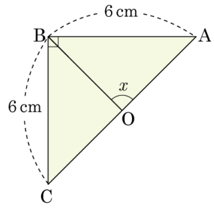
① 8cm　② 9cm　③ 10cm　④ 11cm　⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DI}} + \overline{\mathrm{EI}} = \overline{\mathrm{DB}} + \overline{\mathrm{EC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{DE}} = 4 + 6 = 10(\mathrm{cm})$ 이다.

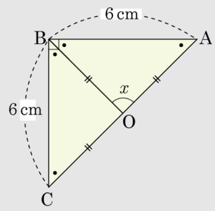
6. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



[배점 3, 하상]

① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설



△ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{BAC}$ 이고, $\angle\mathrm{B} = 90^\circ$ 이므로

$\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{BAC} = 45^\circ$

직각삼각형 △ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로

△ABC 의 외심이다.

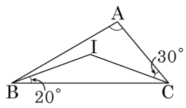
$\therefore \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}}$

△OAB 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}})$

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 45^\circ$

따라서 $\angle\mathrm{AOB} = 90^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle ACI = 30°$일 때, $\angle A = ($ $\quad$ $)°$의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 30°$이다.

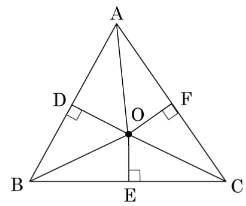
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 20° - 30° = 130°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 80°$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

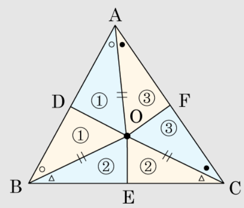
① $\angle BAO = \angle OBA$ ② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

③ $\overline{AD} = \overline{BD}$ ④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

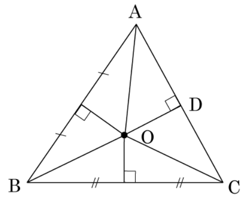
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

9. 다음은「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
$\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
$\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{}$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \boxed{}$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

[배점 3, 중하]

① $\overline{OC}$　② $\overline{OD}$　③ $\overline{OA}$
④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

10. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가? [배점 3, 중하]

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

11. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 가지고 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례로 써라.

보기

㉠ △ABC 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.

㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.

㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

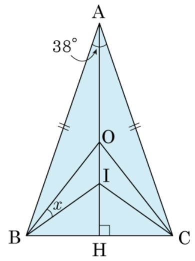
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉤
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때,$\angle OBI$ 의 크기는?



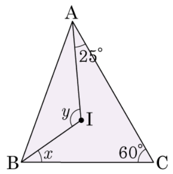
[배점 3, 중하]

① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$
④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$
$\therefore \angle OBC = 52°$
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,
$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$
$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$

13. 다음 그림의 $\triangle$ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle$CAI $=25°$, $\angle$ACB $=60°$일 때, $\angle x+\angle y$의 크기는?



[배점 4, 중중]

① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$

④ $155°$ ⑤ $165°$

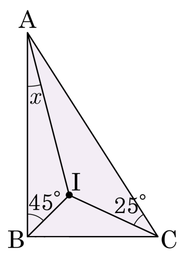
해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$, $\angle x = 35°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 155°$

14. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때 $\angle x =$ ( )° 이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

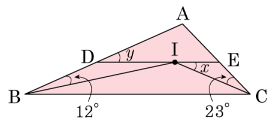
해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle x + 45° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 20°$

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $x+y=(\quad)°$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle$IBC $=$ $\angle$DBI $=12°$, $\angle$ICB $=$ $\angle$ECI $=23°$

$\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle$IBC $=$ $\angle$DIB $=12°$, $\angle$ICB $=$ $\angle$EIC $=23°$ 이다.

$\Rightarrow \angle x = \angle$EIC $=23°$ 이다.

또, $\angle$DBI $=$ $\angle$DIB 이므로 $\triangle$DBI 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow y = 12 + 12 = 24°$ 이다.

따라서 $x + y = 23 + 24 = 47°$ 이다.