

확인학습문제

1. 민수는 삼각형 모양의 색종이를 잘라 최대한 큰 원을 만들려고 한다. 순서대로 기호를 써라.

- ㉠ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
- ㉡ 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ㉢ 그린 원을 오린다.
- ㉣ 세 내각의 이등분선을 긋는다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉠

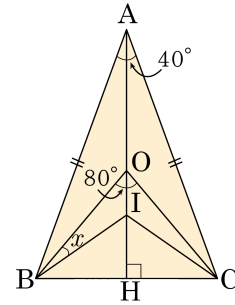
▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

2. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15°

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 110^\circ$$

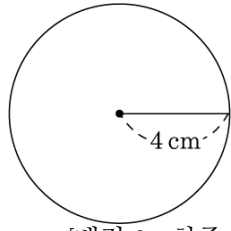
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

3. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

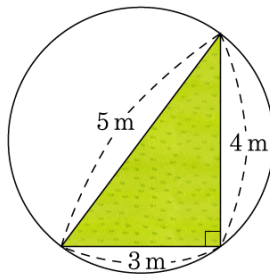
▷ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.

따라서, $2 \times 4 = 8(\text{cm})$ 이다.

4. 민호는 그림과 같이 직각삼각형 모양의 잔디 밭에 원 모양의 테두리를 두려고 한다. 테두리를 둘렀을 때, 원의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

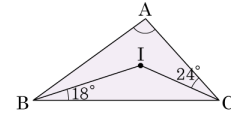
▷ 정답 : $6.25\pi \text{ cm}^2$

해설

직각삼각형이므로 빗변의 중점에 외심이 있다. 그러므로 원의 반지름은 2.5 cm 이다.

따라서 원의 넓이는 $\pi(2.5 \text{ cm})^2 = 6.25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 96°

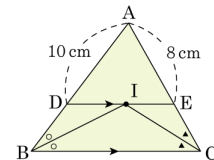
해설

점 I가 내심이므로

$$\angle IBA = 18^\circ, \angle ICB = 24^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2(18^\circ + 24^\circ) = 96^\circ$$

6. $\angle ECI = \angle BCI$, $\angle DBI = \angle CBI$, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 27cm, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. $(\quad)$ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

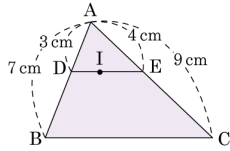
▷ 정답 : 9

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레가 27cm 이므로

$$\overline{DB} + \overline{CE} = \overline{DE} = 27 - (10 + 8) = 9(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB , AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 = ()cm이다. 빈 칸에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

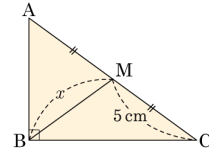
▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $DE \parallel BC$ 일 때,
 $DE = DI + EI = DB + EC = (7 - 3) + (9 - 4) = 4 + 5 = 9(\text{cm})$ 이다.
 따라서 $(\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = 3 + 4 + 9 = 16(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이고 점 M 이 삼각형의 외심일 때, $\overline{BM}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

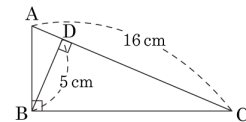
④ 4cm

⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$ 이다.
 따라서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{CM} = \overline{BM} = 5\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 3, 하상]

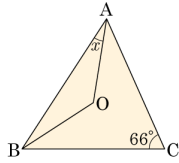
▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점을 지나므로 외심 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이다.
 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은
 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 66^\circ$ 일 때 $\angle BAO$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 16° ② 20° ③ 24°
 ④ 30° ⑤ 33°

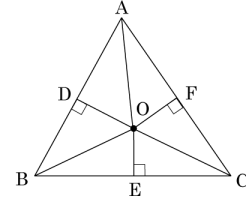
해설

$$\angle AOB = 66^\circ \times 2 = 132^\circ$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ 이므로 } \triangle ABO \text{ 에서 } 2x + 132^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 24^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

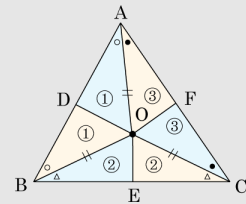


[배점 3, 중하]

- ① $\angle BAO = \angle OBA$ ② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$
 ③ $\overline{AD} = \overline{BD}$ ④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$
 ⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

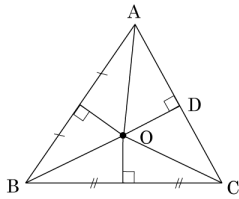
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
 2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
 3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

12. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$
 $\overline{OA} = \square$
 $\overline{OD}$ 는 공통
 $\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

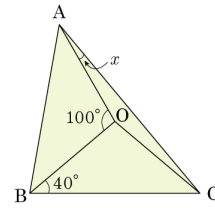
[배점 3, 중하]

- ① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$
④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

13. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

- ① 10° ② 20° ③ 30°
④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$
, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle OBA + \angle OBC + \angle OAC = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

14. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가? [배점 3, 중하]

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

15. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 가지고 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례로 써라.

보기

- ㉠ $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.
- ㉡ 점 O 를 중심으로 하고 OA 를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
- ㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.
- ㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

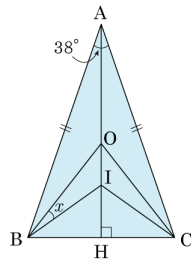
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
- ㉣ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
- ㉢ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 점 O는 외심, 점 I는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



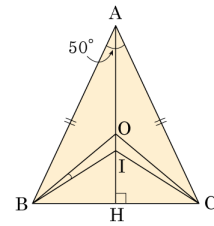
[배점 3, 중하]

- ① 13° ② $\frac{29}{2}^\circ$ ③ $\frac{33}{2}^\circ$
 ④ 16° ⑤ 17°

해설

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ \\ \therefore \angle OBC &= 52^\circ \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 109^\circ, \\ \angle IBH &= \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}^\circ \\ \angle x = \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \frac{71}{2}^\circ = \frac{33}{2}^\circ\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 점 O는 외심, 점 I는 내심이고, $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



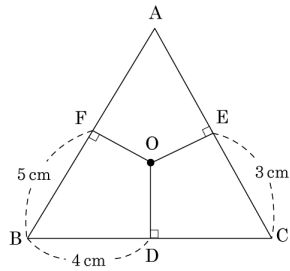
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : $\frac{15}{2}^\circ$

해설

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 2 \times \angle BAC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ. \angle OBC = 40^\circ. \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 115^\circ, \angle IBH = \frac{65}{2}^\circ. \\ \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBH = \frac{15}{2}^\circ\end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



[배점 4, 중중]

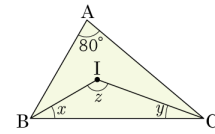
- ① 12cm ② 24cm ③ 36cm
④ 48cm ⑤ 60cm

해설

점 O는 정의에 의하여 각 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{AF} = \overline{BF} = 5(\text{cm})$, $\overline{BD} = \overline{CD} = 4(\text{cm})$, $\overline{CE} = \overline{AE} = 3(\text{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned} & (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\ &= (\overline{AF} + \overline{BF}) + (\overline{BD} + \overline{CD}) + (\overline{CE} + \overline{AE}) = \\ & (5 + 5) + (4 + 4) + (3 + 3) = 24(\text{cm}) \end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle z - \angle x - \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 써라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 80°

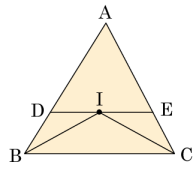
해설

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ, \angle x + \angle y = 50^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



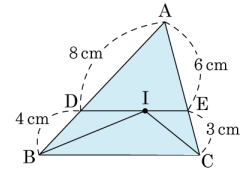
[배점 4, 중중]

- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm
 ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 $(\triangle ADE \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC}$
 따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 17\text{cm}$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
 $(\triangle ABC \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 17 + \overline{BC} = 25$ 이다.
 따라서 $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는? (단, $\overline{DE} // \overline{BC}$)



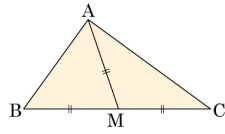
[배점 4, 중중]

- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm
 ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 M 에 대하여 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\angle A = (\quad)^\circ$ 인지 괄호를 채워 넣어라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90

해설

$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle BAM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BMA) \dots \textcircled{1}$$

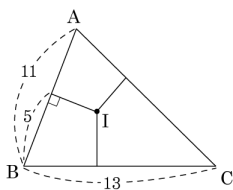
$\triangle ACM$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle CAM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle CMA) \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle BAM + \angle CAM = 180^\circ - \frac{1}{2} \times (\angle BMA + \angle CMA) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

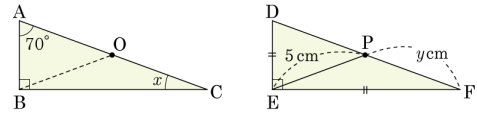
▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$$

24. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70^\circ$$

삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)

$$\angle OBC = \angle OCB$$

$$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\therefore \angle OCB = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ$$

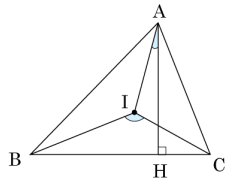
$x = 20$ ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$

$$\therefore y = 5$$

i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCA = 70^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\angle IAH : \angle BIC$ 를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$ 로 나타냈을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$ 이므로 $\angle IAB = 25^\circ$ 이다.

$\angle BAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로 $\angle IAH = 5^\circ$ 이다.

$\angle BIC = 180^\circ - (30^\circ + 35^\circ) = 115^\circ$ 이므로 $x : y = 1 : 23$