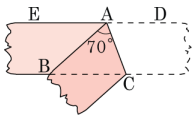
확인학습문제

1. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle BAC = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 와 크기가 같은 각은?



[배점 2, 하중]

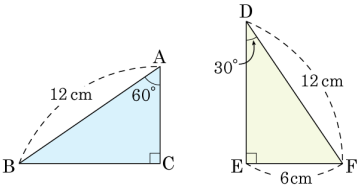
① $\angle ABC$ ② $\angle ACB$ ③ $\angle EAC$

④ $\angle BAD$ ⑤ $\angle EAD$

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC = 70°$ 이다.
$\angle DAC = \angle ACB$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이다.

2. 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

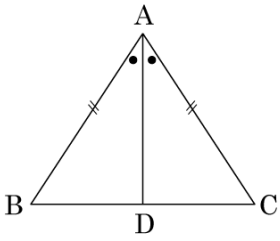
▶ 답:

▷ 정답: 6 cm

해설

직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 같으므로 두 삼각형은 RHA 합동이다.
합동이므로 $\overline{AC} = \overline{EF}$ 가 된다. $\overline{AC} = 6$cm

3. 다음 그림의 '△ABC 에서 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.'를 증명하려고 한다.
다음 중에서 이용되지 않는 것은?



[배점 3, 하상]

① $\overline{BD} = \overline{CD}$ ② $\angle BAD = \angle CAD$

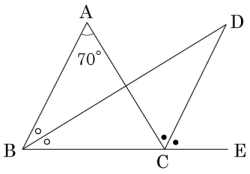
③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ ④ $\overline{AD}$ 는 공통

⑤ ASA 합동

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 밑변 BC 와의 교점을 D 라고 하면
△ABD 와 △ACD 에서
㉠ $\overline{AB} = \overline{AC}$ (가정) (…③)
㉡ $\angle BAD = \angle CAD$ (…②)
㉢ $\overline{AD}$ 는 공통 (…④)
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △ABD ≡ △ACD(SAS합동)
따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ (…①)
$\angle ADB + \angle ADC = 180°$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

4. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 32.5° ② 35° ③ 37.5°

④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\angle ACD = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)$

$= \frac{1}{2}(70° + 55°)$

$= 62.5°$

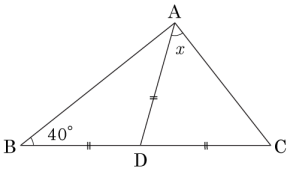
$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$\therefore \angle D = 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)$

$= 180° - 145°$

$= 35°$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $B = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 40° ② 45° ③ 50°

④ 55° ⑤ 60°

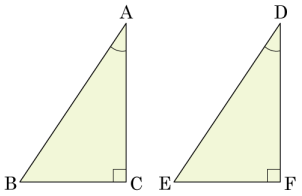
해설

$\angle B = \angle BAD = 40°$ 이므로

$\angle ADC = 40° + 40° = 80°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

6. 다음은 [빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동] 임을 증명하는 과정이다.



[가정] △ABC 와 △DEF 에서
$\angle C = \angle F = 90°$
$\overline{AB} = \overline{DE}$
$\angle A = \angle D$
[결론] △ABC ≡ △DEF
[증명] △ABC 과 △DEF 에서
$\angle C = \angle F = 90° \cdots$ ㉮
$\angle A = \angle D \cdots$ ㉯
$\angle B =$ [ㄱ] $\cdots$ ㉰
$\overline{AB} =$ [ㄴ] $\cdots$ ㉱
㉯, ㉰, ㉱로부터
∴ △ABC ≡ △DEF ([ㄷ] 합동)

ㄱ ~ ㄷ에 들어갈 것을 차례대로 나열한 것은?

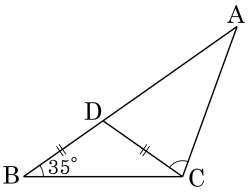
[배점 3, 하상]

① ∠E , $\overline{DF}$, ASA ② ∠F , $\overline{DF}$, ASA
③ ∠E , $\overline{DE}$, ASA ④ ∠F , $\overline{DF}$, SAS
⑤ ∠E , $\overline{DE}$, SSS

해설

△ABC 과 △DEF 에서
$\angle C = \angle F \cdots$ ㉮
$\angle A = \angle D \cdots$ ㉯
$\angle B = \angle E \cdots$ ㉰
$\overline{AB} = \overline{DE} \cdots$ ㉱
㉯, ㉰, ㉱로부터
∴ △ABC ≡ △DEF (ASA 합동)

7. 다음 그림에서 △ABC 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35°$ 일 때, ∠ACD 의 크기는?



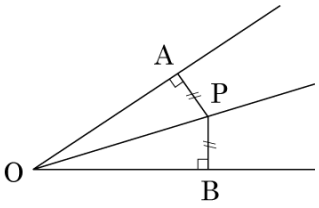
[배점 3, 하상]

① 65° ② 75° ③ 85°
④ 95° ⑤ 105°

해설

△ABC 에서
$\angle CAB = 35°$
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$
또 △BCD 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle BCD = 35°$
∴ $\angle ACD = 110° - 35° = 75°$

8. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AO} = \overline{BO}$

㉡ $\angle APO = \angle BPO$

㉢ $\angle AOB = \angle APB$

㉣ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$

㉤ $\angle AOP = \angle BOP$

㉥ $\overline{OA} = \overline{OP}$

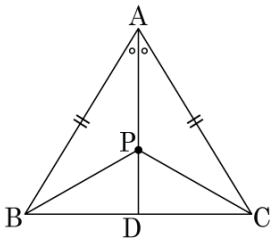
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉤

해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)이다.
㉢ $\angle AOB \neq \angle APB$
㉥ $\overline{OA} \neq \overline{OP}$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



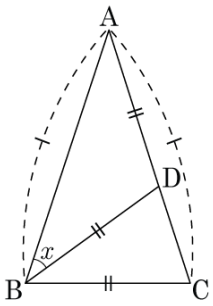
[배점 3, 중하]

① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\overline{BP} = \overline{BD}$
③ $\angle ADB = 90°$
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$ 이다.
④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통)이므로 합동조건(SAS합동)에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$이다.

10. 다음 그림과 같이 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 36°

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$

$\overline{BD} = \overline{BC}$이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$

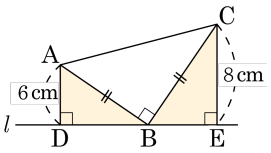
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$

$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$이므로

$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$

따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$이다.

11. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $48\,\text{cm}^2$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고, $\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)

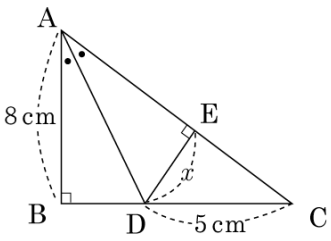
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.

$\overline{AD} = \overline{BE}$, $\overline{DB} = \overline{CE}$

삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2 배를 하면 된다.

$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때 x 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

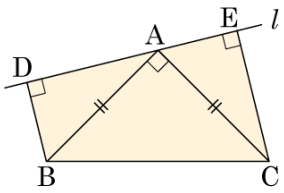
▶ 답:

▷ 정답: 3 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 8\text{cm} - 5\text{cm} = 3\text{cm}$
$\overline{AD}$ 는 $\angle BAE$ 를 이등분하므로, $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동) $\therefore$ $\overline{DE} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 이다.

13. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



[배점 4, 중중]

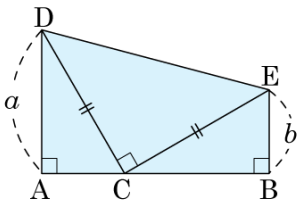
① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.
$\square DBCE$ 의 넓이$= \frac{(4+6)\times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로
$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$
$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle ADC = \angle ECB$

② $\angle CDE = \angle CEB$

③ $\overline{AB} = \overline{DA} + \overline{EB}$

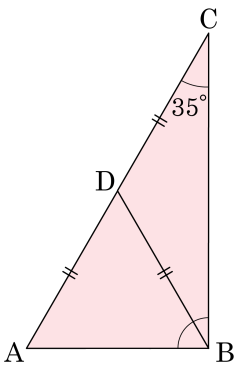
④ $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$

⑤ $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b)^2$

해설

$\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC + \angle ACD = 90°$
또한, $\angle DCE = 90°$ 이므로 $\angle ACD + \angle ECB = 90°$
$\therefore$ $\angle ADC = \angle ECB \cdots\cdots$ ㉠
$\triangle ACD$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle A = \angle B = 90°$ (가정) $\cdots\cdots$ ㉡
$\overline{DC} = \overline{CE}$ (가정) $\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)
즉, $\overline{AC} = \overline{EB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
$\therefore$ $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{DA} + \overline{EB} = a + b$
또, $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b)\times\overline{AB} = \frac{1}{2}(a+b)\times(a+b)$
$= \frac{1}{2}(a+b)^2$

15. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle C = 35°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는 ?



[배점 4, 중중]

① $75°$ ② $85°$ ③ $90°$

④ $95°$ ⑤ $105°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle CBD = 35°$

또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이고

$\angle ADB = 35° + 35° = 70°$ 이므로

$\angle DAB = \angle DBA = 55°$

$\therefore \angle ABC = 35° + 55° = 90°$