

실력 확인 문제

1. 다음은 어떤 용어의 정의인가?

한 쌍의 대변이 평행한 사각형

[배점 2, 하중]

- ① 평행사변형
- ② 마름모
- ③ 사다리꼴
- ④ 직사각형
- ⑤ 원

해설

사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

2. 네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 어떤 용어의 정의인지 말하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 마름모

해설

마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이다.

3. 다음 용어의 정의 중 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ 평행선 : 한 평면 위에서 만나지 않는 두 직선
- ㉡ 합동 : 모양과 크기가 똑같아서 완전히 포개어지는 두 도형
- ㉢ 이등변삼각형 : 두 변의 길이가 같은 삼각형
- ㉣ 둔각삼각형 : 한 내각이 둔각인 삼각형
- ㉤ 직사각형 : 네 각의 크기가 같은 사각형

[배점 2, 하중]

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳은 정의이다.

4. 다음 중 명제인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 우리 중학교 학생들은 잘 생겼다.
- ② 시간은 금이다.
- ③ 수학은 어렵다.
- ④ $5 - 3 = 1$
- ⑤ $x + 3$

해설

①, ②, ③, ⑤ 의 명제는 참인지 거짓인지 말할 수 없다.

5. “정삼각형이 무엇이나?”라는 선생님의 질문에 대하여 세 학생 A, B, C는 다음과 같이 답변하였다. 세 학생 중에서 정삼각형의 정의를 말한 학생은 누구인지 말하여라.

A 학생 : “세 변의 길이가 같은 삼각형입니다.”
 B 학생 : “세 내각의 크기가 같은 삼각형입니다.”
 C 학생 : “두 내각의 크기가 각각 60° 인 삼각형입니다.”

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : A 학생

해설

증명이 필요하지 않은 명제는 정의, 반드시 증명이 필요한 명제는 정리이다.

정삼각형의 정의 : 세 변의 길이가 같은 삼각형
 정삼각형의 정리 :

- (1) 세 내각의 크기는 모두 같다.
- (2) 정삼각형은 이등변삼각형이다.

6. 다음 용어의 정의 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 이등변삼각형 : 두 각의 크기가 같은 삼각형
- ② 직각삼각형 : 한 각의 크기가 직각인 삼각형
- ③ 정사각형 : 네 각의 크기가 같은 사각형
- ④ 등변사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형
- ⑤ 평행사변형 : 두 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형

해설

- ① 이등변삼각형 : 두 변의 길이가 같은 삼각형
- ③ 정사각형 : 네 각의 크기가 같고, 네 변의 길이가 같은 사각형
- ④ 등변사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행하고 나머지 대변의 길이가 같은 사각형
- ⑤ 평행사변형 : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

7. 「 $a = 3$ 이면 $a = b$ 이다.」의 역으로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $b = 3$ 이다
- ② $a = b$ 이면 $a = 3$ 이다.
- ③ $a = b$ 이면 $b = 3$ 이다.
- ④ $b = 2$ 이면 $a + b = 5$ 이다.
- ⑤ $a = 3$ 이면 $a = b$ 가 아니다.

해설

명제에서 가정과 결론의 순서가 바뀐 명제를 역이라 한다.
주어진 명제의 가정은 $a = 3$ 이고, 결론은 $a = b$ 이므로
역은 ' $a = b$ 이면, $a = 3$ 이다.'

8. 다음에서 명제인 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 한국은 가장 아름다운 나라이다.
- ② 정삼각형은 세 변의 길이가 같다.
- ③ $x > 10$
- ④ 180cm 이상인 사람은 키가 매우 크다.
- ⑤ $x + 3 = 5$

해설

①, ③, ④, ⑤는 참인지 거짓인지 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.

9. 명제 ' $x = a$ 이면 $2x - 3 = 5$ 이다.'의 역이 참일 때, a 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

역 : $2x - 3 = 5$ 이면 $x = a$ 이다.
 $2x - 3 = 5$ 에서 $x = 4$ 일 때, 참이 되므로 $a = 4$ 이다.

10. 명제 '두 삼각형의 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같으면 두 삼각형은 합동이다.'에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 명제는 참이다.
- ② 가정 : 두 삼각형의 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같다.
- ③ 결론 : 두 삼각형은 합동이다.
- ④ 역은 참이다.
- ⑤ 역 : 두 삼각형은 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같으므로 합동이다.

해설

두 삼각형이 합동이면 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같다.

11. 다음 명제 중 역이 참인 것을 모두 골라라.

- ㄱ. ab 가 짝수이면, a, b 모두 짝수이다.
- ㄴ. $a = 2, b = 3$ 이면 $a + b = 5$ 이다.
- ㄷ. 3 의 약수는 6 의 약수이다.
- ㄹ. 넓이가 같은 두 삼각형은 합동이다.
- ㅁ. 이등변삼각형은 두 내각의 크기가 같다.
- ㅂ. $x + 2 > 7$ 이면 $x = 4$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㄱ

▷ 정답: ㄹ

▷ 정답: ㅁ

해설

- ㄱ. 명제: 거짓, 역: 참
- ㄴ. 명제: 참, 역: 거짓
- ㄷ. 명제: 참, 역: 거짓
- ㄹ. 명제: 거짓, 역: 참
- ㅁ. 명제: 참, 역: 참
- ㅂ. 명제: 거짓, 역: 거짓

12. 다음 중 명제도 참이고, 역도 참인 것을 골라라.

- ㉠ $x^2 = 1$ 이면 $x = 1$ 이다.
- ㉡ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다.
- ㉢ n 이 홀수이면 $n + 1$ 은 짝수이다.
- ㉣ 한 직선과 만나는 두 직선이 평행하면 동위각의 크기는 같다.
- ㉤ 자연수는 정수이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

- ㉠ 명제: 거짓, 역: 참
- ㉡ 명제: 거짓, 역: 참
- ㉢ 명제: 참, 역: 참
- ㉣ 명제: 참, 역: 참
- ㉤ 명제: 참, 역: 거짓

13. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것을 골라라.

- ㉠ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0, b = 0$ 이다.
- ㉡ 정삼각형은 예각삼각형이다.
- ㉢ $a = b$ 이면 $ac = bc$ 이다.
- ㉣ $x > 0, y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.
- ㉤ 음이 아닌 정수는 자연수이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

- ㉠. 명제 : 참, 역 : 참
- ㉡. 명제 : 참, 역 : 거짓
- ㉢. 명제 : 참, 역 : 거짓
- ㉣. 명제 : 참, 역 : 거짓
- ㉤. 명제 : 거짓, 역 : 참

14. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 두 홀수의 곱은 홀수이다.
- ② 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형이다.
- ③ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 이면 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이다.
- ④ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이다.
- ⑤ 11 은 소수이다.

해설

- ② 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

15. 명제 ‘ a, b 가 짝수이면 $a + b$ 도 짝수이다.’의 역과 참, 거짓 판별이 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① a, b 가 홀수이면 $a + b$ 도 홀수이다. (거짓)
- ② $a + b$ 가 홀수이면 a, b 가 홀수이다. (참)
- ③ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. (거짓)
- ④ a, b 가 홀수이면 $a + b$ 도 짝수이다. (거짓)
- ⑤ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. (참)

해설

명제 : a, b 가 짝수이면 $a + b$ 도 짝수이다. → 참
 역 : $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다.
 → $a = 1, b = 3$ 이면 $a + b$ 는 짝수이지만 a, b 가 짝수가 아니므로 거짓이다.

16. 다음 중 참인 명제를 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 중하]

- ① 12의 약수는 18의 약수이다.
- ② a, b 가 홀수이면 ab 는 짝수이다.
- ③ $x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.
- ④ $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.
- ⑤ $2x > -4$ 이면 $3x + 1 > -5$ 이다.

해설

- ① 4는 18의 약수가 아니므로 거짓인 명제이다.
- ② a, b 가 홀수이면 ab 도 홀수이므로 거짓인 명제이다.
- ③ 참인 명제이다.
- ④ $a = 2, b = 3$ 이고 $c = 0$ 일 경우 $ac = bc$ 이지만 $a \neq b$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ⑤ $2x > -4$ 에서 $x > -2$ 이고 $3x + 1 > -5$ 에서 $x > -2$ 이므로 참인 명제이다.

17. 다음 보기에서 명제인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ $x + y = 3$
- ㉡ 김태희는 예쁘다.
- ㉢ 어떤 수에 0을 곱하면 그 값은 0이 된다.
- ㉣ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 가 아니다.
- ㉤ 사다리꼴은 평행사변형이다.
- ㉥ $x + 2 < x + 3$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

- ㉠ x, y 의 값이 정해져 있지 않으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다.
- ㉡ 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
- ㉢ 참인 명제이다.
- ㉣ 거짓인 명제이다.
- ㉤ 거짓인 명제이다.
- ㉥ $x + 2 < x + 3$ 에서 문자를 좌변으로, 상수항을 우변으로 이항하면 $0 < 1$ 이므로 참인 명제이다.

18. 다음 중 거짓 명제를 고르면? [배점 4, 중중]

- ① 정수의 제곱은 항상 정수이다.
- ② ab 가 짝수이면 a, b 는 짝수이다.
- ③ $a = b$ 이면 $ac = bc$ 이다.
- ④ $a > b > c > 0$ 이면 $ac > bc$ 이다.
- ⑤ 두 삼각형이 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다.

해설

ab 가 짝수이면 a 나 b 둘 중 하나만 짝수이어도 성립한다.

19. 다음 보기 중 명제가 아닌 것의 개수는?

보기

- ㉠ 어떤 수가 12 의 약수이면, 24 의 약수이다.
- ㉡ a, b 가 자연수이면 $a + b$ 도 자연수이다.
- ㉢ $a = 3, b = 4$ 이면, $a \times b = 12$ 이다.
- ㉣ $2x + 1 < 2x + 3$ 이다.
- ㉤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 360° 이다.

[배점 4, 중중]

- ① 없다.
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 3 개
- ⑤ 4 개

해설

참인지 거짓인지 명확하게 판별할 수 있는 식이나 문장을 명제라고 한다.

㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 은 참인 명제이고, ㉤은 거짓인 명제이다.

20. 다음 보기 중 명제가 아닌 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $x - 2 = 4$
- ㉡ $3^2 < 2^4$
- ㉢ 오늘은 날씨가 흐리다.
- ㉣ $x + 3 < 3x + 4 - 2x$
- ㉤ $x = 3$ 일 때, $x + 1 = 3$ 이다.

[배점 4, 중중]

해설

- ㉠ x 값에 따라 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.
- ㉡ 거짓인 명제이다.
- ㉢ ‘흐리다’ 는 주관적인 기준이므로 명제가 아니다.
- ㉣ 우항을 정리하면 $x + 3 < x + 4$ 이므로, 참인 명제이다.
- ㉤ 거짓인 명제이다.

21. 다음 명제 중 그 역이 거짓인 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① 이등변삼각형은 정삼각형이다.
- ② 4의 배수는 2의 배수이다.
- ③ 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.
- ④ $a = 2$ 이면 $a^2 = 4$ 이다.
- ⑤ 직사각형은 정사각형이다.

해설

- ② (반례) 6은 2의 배수이지만, 4의 배수는 아니다.
- ④ $a^2 = 4$ 이면, $a = \pm 2$ 이다.

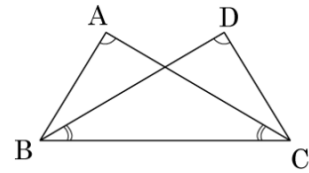
22. 다음 중 역이 참인 명제는? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① 정삼각형은 이등변삼각형이다.
- ② a, b 가 짝수이면, $a + b$ 도 짝수이다.
- ③ $x = 2$ 이면, $x^2 - 4 = 0$ 이다.
- ④ $ac = bc$ 이면, $a = b$ 이다.
- ⑤ 넓이가 같은 삼각형은 합동이다.

해설

- ① 역 : 이등변삼각형이면 정삼각형이다. → 거짓
- ② 역 : $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. → 거짓
(반례 : $a = 1, b = 1$)
- ③ 역 : $x^2 - 4 = 0$ 이면 $x = 2$ 이다. → 거짓
(반례 : $x = -2$)
- ④ 역 : $a = b$ 이면 $ac = bc$ 이다. → 참
- ⑤ 역 : 삼각형이 합동이면 넓이가 같다. → 참

23. 다음 그림에서 $\angle ACB = \angle DBC$, $\angle A = \angle D$ 이면 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\angle ACB = \angle DBC, \angle A = \angle D$

[결론] $\overline{AB} = \overline{DC}$

[증명] $\triangle ABC$ 와 (가) 에서

(나) 는 공통

$\angle ACB = \angle DBC$ (가정)

$\angle ABC = 180^\circ - (\text{다}) + \angle ACB$

$= 180^\circ - (\text{라}) + \angle DBC$

$= (\text{마})$

[배점 4, 중중]

- ① (가) $\triangle DCB$
- ② (나) $\overline{BC}$
- ③ (다) $\angle A$
- ④ (라) $\angle D$
- ⑤ (마) $\angle DCA$

해설

[가정] $\angle ACB = \angle DBC, \angle A = \angle D$

[결론] $\overline{AB} = \overline{DC}$

[증명] $\triangle ABC$ 와 ($\triangle DCB$) 에서

($\overline{BC}$) 는 공통

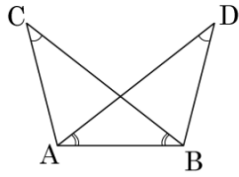
$\angle ACB = \angle DBC$ (가정)

$\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle ACB)$

$= 180^\circ - (\angle D + \angle DBC)$

$= (\angle DCB)$

24. 다음 그림에서 $\angle C = \angle D, \angle CBA = \angle DAB$ 이면 $\overline{BC} = \overline{AD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\angle C = \angle D, \angle CBA = \angle DAB$

[결론] (가)

[증명] $\triangle CAB$ 와 (나) 에서

(다) 는 공통

$\angle CBA = \angle DAB$ (가정)

$\angle CAB = 180^\circ - (\angle C + \angle CBA)$

$= 180^\circ - (\text{라}) + \angle DAB$

$= (\text{마})$

[배점 4, 중중]

- ① (가) $\overline{BC} = \overline{AD}$ ② (나) $\triangle DBA$
 ③ (다) $\angle A$ ④ (라) $\angle D$
 ⑤ (마) $\angle DBA$

해설

[가정] $\angle C = \angle D, \angle CBA = \angle DAB$

[결론] ($\overline{BC} = \overline{AD}$)

[증명] $\triangle CAB$ 와 ($\triangle DBA$) 에서

($\overline{AB}$) 는 공통

$\angle CBA = \angle DAB$ (가정)

$\angle CAB = 180^\circ - (\angle C + \angle CBA)$

$= 180^\circ - (\angle D + \angle DAB)$

$= (\angle DBA)$

25. 다음 보기의 문장 중에서 명제인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $4 + 3$
 ㉡ $x + 6 = 2x - 1$
 ㉢ 장미꽃은 아름답다.
 ㉣ 나는 우리 학교에서 가장 키가 크다.
 ㉤ $5x - 3 = 5x + 4$
 ㉥ $x = 2$ 이면 $x + 3 = 4$ 이다.
 ㉦ 5는 소수이다.
 ㉧ 2는 홀수이다.
 ㉨ 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.
 ㉩ $2x$ 는 14보다 크다.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 정답 : ㉢
 ▶ 정답 : ㉤
 ▶ 정답 : ㉥
 ▶ 정답 : ㉦
 ▶ 정답 : ㉧
 ▶ 정답 : ㉨

해설

㉠ : 거짓, ㉡ : 거짓, ㉢ : 참, ㉣ : 거짓, ㉤ : 참

26. 다음 주어진 명제의 역이 참일 때, a 의 값을 구하여라.

$$x = a \text{ 이면 } x - 3 = 2(x + 3) \text{ 이다.}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -9

해설

주어진 명제의 역

→ $x - 3 = 2(x + 3)$ 이면 $x = a$ 이다

$$x - 3 = 2(x + 3)$$

$$x - 3 = 2x + 6$$

$$-x = 9, \quad x = -9$$

$$\therefore a = -9$$

27. 「두 자연수 a, b 의 합이 홀수이면 a, b 중 하나만 홀수이다.」의 역은? [배점 5, 중상]

- ① 두 자연수 a, b 의 합이 홀수이면 a, b 는 모두 홀수이거나 모두 짝수이다.
- ② 두 자연수 a, b 의 합이 짝수이면 a, b 중 적어도 하나는 홀수이다.
- ③ 두 자연수 a, b 가 모두 홀수이거나 모두 짝수이면, a, b 의 합이 짝수이다.
- ④ a 가 홀수, b 가 짝수이거나 a 가 짝수, b 가 홀수이면 두 자연수 a, b 의 합은 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 적어도 하나가 홀수이면 두 자연수 a, b 의 합은 홀수이다.

해설

명제에서 가정과 결론의 순서가 바뀐 명제를 역이라 한다.

주어진 명제의 가정은 “두 자연수 a, b 의 합이 홀수이다.” 이고,

결론은 “ a, b 중 하나만 홀수이다.” 이므로

역은 두 자연수 a, b 중 하나만 홀수이면, a, b 의 합은 홀수이다.

따라서 a 가 홀수, b 가 짝수이거나 a 가 짝수, b 가 홀수이면 두 자연수 a, b 의 합은 홀수이다.

28. 다음 명제의 역이 참인 것을 골라라.

- ㉠ $ab > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.
 ㉡ $ab > 0$ 이면 $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이다.
 ㉢ $ab < 0$ 이면 $a < 0$ 이고 $b < 0$ 이다.
 ㉣ $ab < 0$ 이면 $a < 0$ 또는 $b < 0$ 이다.

[배점 5, 중상]

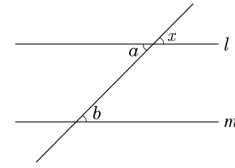
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

- ㉠ 역 : $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $ab > 0$ 이다. → 참
 ㉡ 역 : $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이면 $ab > 0$ 이다. → $a = 1, b = -1$ 이면 $ab < 0$ 이므로 거짓이다.
 ㉢ 역 : $a < 0$ 이고 $b < 0$ 이면 $ab < 0$ 이다. → $a = -1, b = -1$ 이면 $ab > 0$ 이므로 거짓이다.
 ㉣ 역 : $a < 0$ 또는 $b < 0$ 이면 $ab < 0$ 이다. → $a = -1, b = -1$ 이면 $ab > 0$ 이므로 거짓이다.

29. 다음은 어떤 정리를 가정과 결론으로 나누고 증명한 것이다. 어떤 정리인지 말하여라.



가정 : $l // m$

결론 : $\angle a = \angle b$

증명 : $\angle a = \angle x$ (맞꼭지각) 이고

$\angle x = \angle b$ (동위각) 이므로

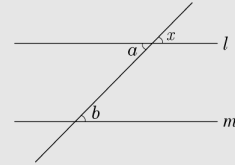
$\angle a = \angle b$ 이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.

해설



가정 : $l // m \rightarrow$ 두 직선이 평행 할 때

결론 : $\angle a = \angle b$

증명 : $\angle a = \angle x$ (맞꼭지각) 이고 $\rightarrow$ 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

$\angle x = \angle b$ (동위각) 이므로 $\rightarrow$ 동위각의 크기는 서로 같다.

$\angle a = \angle b$ 이다. $\rightarrow$ 엇각의 크기는 서로 같다.

30. 명제 ‘임의의 양의 정수 a, b 에 대해서 $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.’의 가정을 부정하여 쓰면?

[배점 5, 중상]

① a, b 는 임의의 음의 정수이다

② $a < b$ 이다.

③ $a + c < b + c$ 이다.

④ $a \leq b$ 이다.

⑤ $a + c \leq b + c$ 이다.

해설

임의의 양의 정수 a, b 에 대해서 $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다

가정 : $a > b$ 이다.

가정의 부정 : $a \leq b$ 이다.