

단원 종합 평가

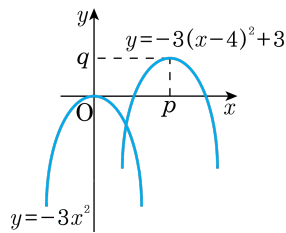
1. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
 ② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
 ③ 꼭짓점의 좌표는 (1, 3) 이다.
 ④ 포물선과 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \frac{5}{2})$ 이다.
 ⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

해설

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

2. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $p = 4$

▶ 정답: $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4, q = 3$ 이다.

3. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

[배점 2, 하중]

① $y = 2(x-1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x-3)^2 + 1$

④ $y = -3(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

4. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 ym 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x-3)^2 + 9$ 이다. 따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

5. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?
[배점 2, 하중]

- ① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$
④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

6. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a = -15 \\ \therefore a &= -5 \\ f(x) &= -x^2 + 3x - 5 \\ f(2) &= -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3 \end{aligned}$$

7. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?
[배점 3, 하상]

- ① $y = -2(x + 1)^2$ ② $y = -2(x - 1)^2$
③ $y = 2(x + 1)^2$ ④ $y = 2(x - 1)^2$
⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로
 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 축과
의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로
 $-2 = a(0 + 1)^2$, $a = -2$ 이다.
 $\therefore y = -2(x + 1)^2$

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 함수의 식은?
[배점 3, 하상]

- ① $y = -2x^2 + 12x - 18$
② $y = 12x^2 - 6x + 9$
③ $y = 2x^2 + 12x - 18$
④ $y = x^2 - 3x + 1$
⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동시키면
 $y = -2(x - 3)^2$
이 식을 전개하면,
 $\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

11. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $y = 2x^2 + 3$
- ② $y = -2x^2 - 3$
- ③ $y = x^2 - 2x + 1$
- ④ $y = -x^2 + 4x$
- ⑤ $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

12. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① y 축을 축으로 한다.
- ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
 꼭짓점은 $(0,0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

13. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(2, 8)$ 을 지나는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = 3(x-1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = 3(x-1)^2 + 4 + q$ 이고, 점 $(2, 8)$ 을 지나므로
 $8 = 3(2-1)^2 + 4 + q$

$\therefore q = 1$

14. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

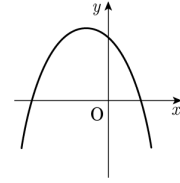
▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1)f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ab + c$ 의 부호를 정하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab + c > 0$

해설

$a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이므로 $ab > 0$, $ab + c > 0$

16. 이차함수 $y = -2(x+3)(x-1)$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면? [배점 3, 중하]

① $x = -1$ 일 때, 최댓값은 8

② $x = -1$ 일 때, 최솟값은 8

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -4

④ $x = 1$ 일 때, 최솟값은 -4

⑤ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -2

해설

$y = -2(x+3)(x-1)$
 $= -2x^2 - 4x + 6$
 $= -2(x+1)^2 + 8$
 $x = -1$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

17. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.
 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$
 이므로 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.
 $\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

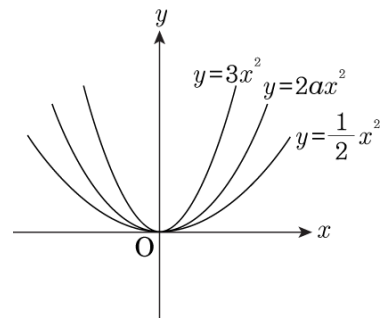
18. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x+3)^2 + 27$
 $a = -3, p = -3, q = 27$
 $a + p + q = 21$ 이다.

19. 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2ax^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 다음과 같다. 상수 a 의 값의 범위가 $m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\frac{1}{2} < 2a < 3$ 이므로 $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$
 $\therefore m = \frac{1}{4}, n = \frac{3}{2}$
 $\therefore m + n = \frac{7}{4}$

20. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프는 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만난다. 이때, k 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과 만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x+3)(x-1) = 0$
 $x = -3$ 또는 $x = 1$
 따라서 $k = 1$ 이다.

21. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,

$$y = x(30 - x)$$

$$= -x^2 + 30x$$

$$= -(x - 15)^2 + 225$$

$x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라. [배점 4, 중중]

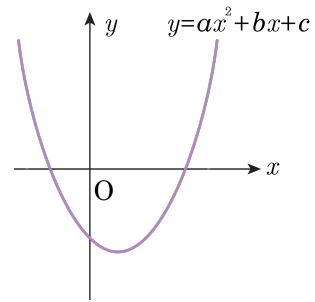
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

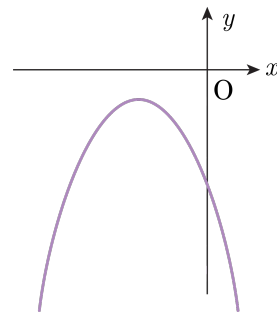
$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

23. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 개형(대략의 모양)은 어느 것인가?

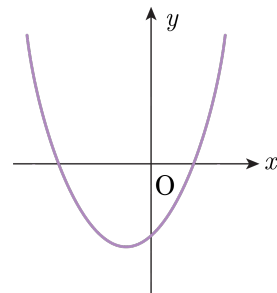


[배점 5, 중상]

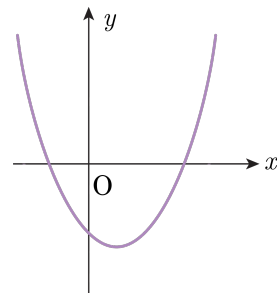
①



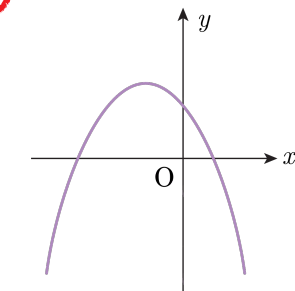
②



③



④



⑤



24. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

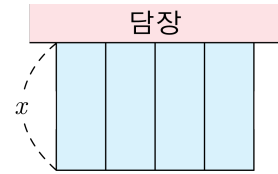
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.
 $\alpha - \beta = 1$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.
 $1 = 4a^2 - 4a + 2$
 $4a^2 - 4a + 1 = 0$
 $(2a - 1)^2 = 0$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

25. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 닭장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 닭장의 넓이의 합의 최댓값은?



[배점 5, 중상]

- ① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2
 ④ 200m^2 ⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60 - 5x}{4}$
 닭장의 넓이의 합은 $x \left(\frac{60 - 5x}{4} \right) \times 4 = x(60 - 5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180 = -5(x - 6)^2 + 180$